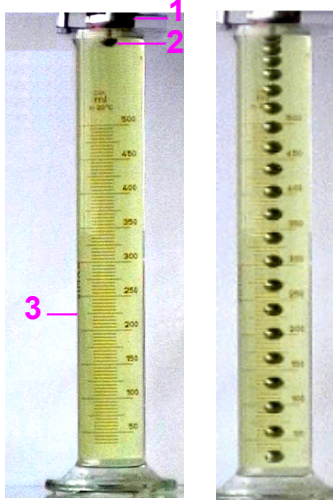


السقوط الرأسي لجسم صلب

I. السقوط الرأسي باحتكاك

• دراسة تجريبية



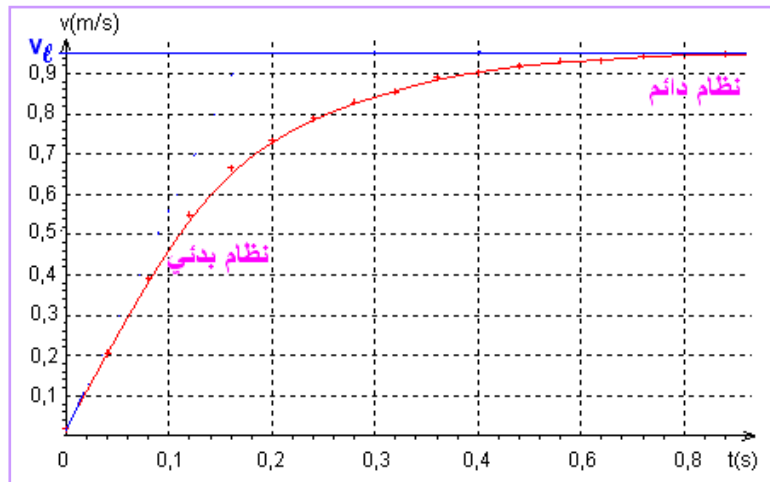
- ① كهرمغناطيسي
- ② كرية فولاذية
- ③ أنبوب مملوء زيت

بواسطة كاميرا رقمية تصور حركة كرية فولاذية تسقط في مائع (محلول الغليسيرول أو زيت) بدون سرعة بدئية . تمكن معالجة الشريط بواسطة حاسوب من تحديد مواضع مركز القصور للكرية و حساب سرعته اللحظية $v(t)$.

يبرز مخطط السرعة $v = f(t)$ نظامين:

• نظام بدئي يسمى النظام الانتقالي حيث ترتفع سرعة الكرية ، مع تناقص في التسارع.

• نظام نهائي يسمى النظام الدائم حيث سرعة الكرية تؤول إلى قيمة حدية v_ℓ تبقى ثابتة.



• دراسة نظرية

• جرد القوى و مميزاتها

في مائع يخضع جسم لثلاث قوى و هي:

قوة الاحتكاك المائع	دافعة أرخميد	وزنه
$\vec{f} = -Kv^n \vec{k}$	$\vec{F}_A = -\rho_0 V \vec{g}$	$\vec{P} = m \vec{g}$
- الاتجاه: اتجاه متجهة سرعة مركز قصور الجسم.	- الاتجاه: رأسي المنحى: نحو الأعلى	- الاتجاه: رأسي المنحى: نحو الأسفل
- المنحى: معاكسة لمتجهة سرعة مركز قصور الجسم.	- الشدة: $F_A = \rho_0 V g \quad (N)$	- الشدة: $P = mg = \rho V g \quad (N)$
- الشدة: $F_A = K v^n \quad (N)$	ρ_0 الكتلة الحجمية للمائع	m كتلة الجسم (kg)
$n=1$ في حالة سرعة حدية ضعيفة.	V حجم الجسم باعتباره مغمورا	ρ كتلته الحجمية ($kg \cdot m^{-3}$)
$n=2$ في حالة سرعة حدية مرتفعة.	كلها في المائع.	V حجمه (m^3)
K ثابتة تتعلق بنوعية المائع و بشكل الجسم.		g شدة الثقالة ($N \cdot kg^{-1}$)

لمقارنة وزن الجسم و دافعة أرخميد التي يطبقها المائع عليه تعتبر النسبة التالية:

$$\frac{F_A}{P} = \frac{\rho_0 V g}{\rho V g} = \frac{\rho_0}{\rho}$$

في الحالة $\rho_0 \ll \rho$ يمكن إهمال دافعة أرخميد أمام وزن الجسم.
كمثال لهذه الحالة سقوط جسم صلب كثيف (كرة فولاذية مثلا) في الهواء.

المعادلة التفاضلية للحركة

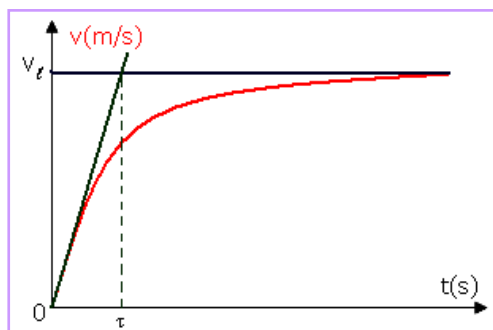
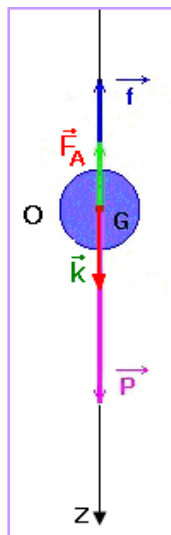
تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (الكرة) يعطي: $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m\vec{a}_G$
بالإسقاط على المحور (Oz) تستنتج المعادلة التفاضلية المميزة للسقوط الرأسي باحتكاك:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{k}{m} \\ \beta = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \end{cases}$$

بوضع:

$$\frac{dv}{dt} + \alpha v^n = \beta$$

المقادير المميزة للحركة



- ميانيا: باستغلال مخطط السرعة - نظريا: باعتبار $v = v_\ell = cte$ في المعادلة التفاضلية يتوصل إلى:	السرعة الحدية
$v_\ell = \left[\frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \right]^{\frac{1}{n}}$	
- ميانيا: تساوي ميل المماس لمخطط السرعة عند أصل التواريخ. - نظريا: باعتبار $v_0 = 0$ في المعادلة التفاضلية يستنتج:	التسارع البدئي
$a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$	
- ميانيا: يمثل أفصول نقطة تقاطع المماس عند أصل التواريخ مع المقارب. - نظريا:	الزمن المميز
$\tau = \frac{v_\ell}{a_0}$	

حل المعادلة التفاضلية بطريقة "أولير"

❖ من المعادلة التفاضلية يستنتج التسارع في لحظة t_i : $a_i = \beta - \alpha v_i^n$ (1)

❖ من جهة أخرى في مجال زمني δt صغير جدا يمكن تطبيق المقاربة التالية: $\frac{dv}{dt} \approx \frac{\delta v}{\delta t}$

أي: $a_i \approx \frac{v_{i+1} - v_i}{\delta t}$ و منها: (2) $v_{i+1} = v_i + a_i \delta t$

❖ بمعرفة السرعة البدئية v_0 و الثابتين α و β تمكن العلاقتان (1) ثم (2) من حساب قيم السرعة اللحظية

للجسم خطوة خطوة في لحظات متتالية تفصل بينها المدة δt . هذه المدة تسمى "خطوة الحساب".

و بالتالي يمكن تمثيل المنحنى النظري $v = f(t)$.

❖ تعطي هذه الحسابات نتائج أكثر دقة كلما كانت المدة δt أصغر، عموما تؤخذ: $\delta t = \frac{\tau}{10}$ (الزمن المميز).

❖ يمكن التطابق بين النتائج النظرية و التجريبية من التحقق من صلاحية نموذج قوة الاحتكاك المعمول به:

$$f = Kv \quad (n=1) \quad \text{أو} \quad f = Kv^2 \quad (n=2).$$

II. السقوط الرأسي الحر

تعريف يعتبر جسم في سقوط حر إذا كان يخضع لوزنه فقط.

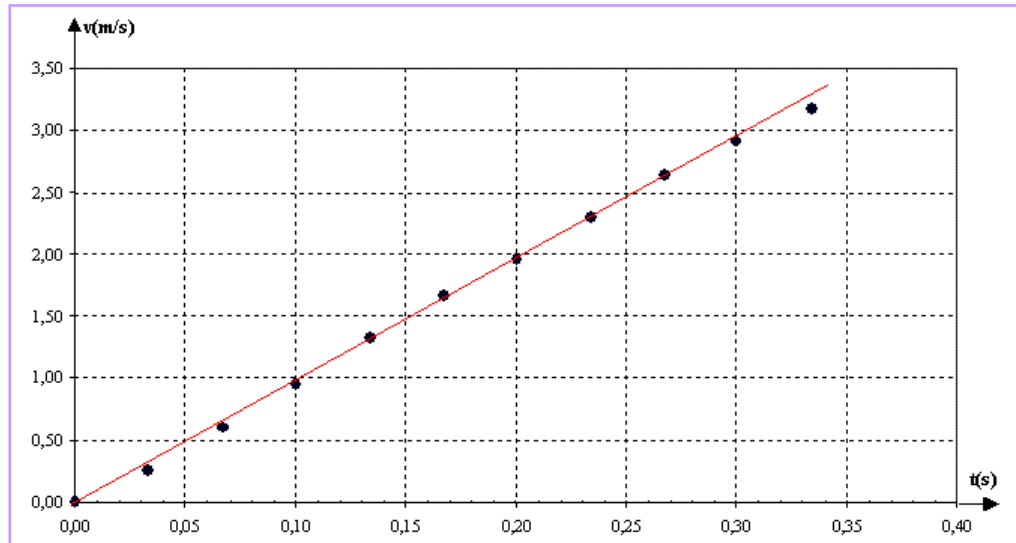
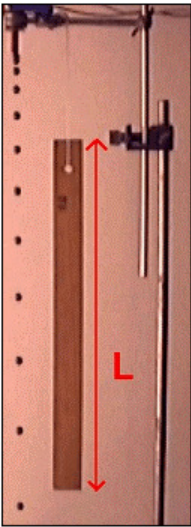
• دراسة تجريبية

بواسطة كاميرا رقمية نصور حركة كرية فولاذية تسقط في الهواء بدون سرعة بدئية .
تمكن معالجة الشريط بواسطة حاسوب من تحديد مواضع مركز القصور للكرية
و حساب سرعتها اللحظية $v(t)$.

مخطط السرعة مستقيم: حركة الكرية مستقيمة

متسارعة بانتظام، و تسارعها هو:

$$a = g$$



مبيانيا التسارع يساوي ميل المستقيم.

• دراسة نظرية

▪ المعادلة التفاضلية

يخضع الجسم (الكرية) لوزنه فقط: $\vec{P} = m \vec{g}$

و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم: $\vec{P} = m \vec{a}_G$

يستنتج تسارع مركز قصوره: $\vec{a}_G = \vec{g}$

ثم بالإسقاط على محور(Oz) رأسي موجه نحو الأسفل، تستنتج المعادلة التفاضلية المميزة للسقوط الرأسي الحر:

$$\frac{dv}{dt} = g$$

▪ المعادلات الزمنية

$a = g$	التسارع
$v = gt + v_0$	السرعة
$z = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$	الموضع