

تمارين : المعادلات التفاضلية

.01

1. أ- حل المعادلة التفاضلية $2y' = 0$.

ب- $y' = -5y$

2. حل $y' = 5y + 1$ ثم حدد الحل الذي يحقق: $g(0) = 2$

3. أ- حل المعادلة التفاضلية: $(E): y' + 2y = 0$

ب- بين أن: $y_0 = e^{-3x}$ حل للمعادلة $(E'): y' + 2y = -e^{-3x}$

.02

1. أ- حل المعادلة التفاضلية: $(E): y'' + 4y' + 4y = 0$

ب- حدد الحل g الذي يحقق $g(1) = 0$ و $g'(0) = 1$

2. حل المعادلة التفاضلية: $(E): y'' - 2y' - 8y = 0$

3. حل المعادلة التفاضلية: $(E): y'' - y' + y = 0$

.03

1. حل المعادلة التفاضلية: $(E): y' + 2y = 0$

2. بين أن: $y_0 = e^{-3x}$ حل للمعادلة $(E'): y' + 2y = -e^{-3x}$

تمارين : حساب التكامل

.01

أحسب التكاملات التالية:

1. $\int_4^{16} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$ و $\int_2^3 -\frac{1}{x^2} dx$ و $\int_1^3 (3x-2) dx$

2. $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx$ و $\int_1^2 x \cdot (3x^2+2)^5 dx$ و $\int_1^2 (5x+7)^3 dx$

3. $\int_1^e \frac{1}{t \ln t} dt$ و $\int_{-1}^0 (2e^x + 5x) dx$ و $\int_1^e \frac{\ln^2(x)}{x} dx$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 5x \cos 3x dx$ ؛ $\int_0^{\frac{\pi}{5}} \sin(5x) dx$ و $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$

5. $\int_2^3 \frac{2x+2}{x^2+2x} dx$ و $\int_1^3 \frac{1}{x+2} dx$ و $\int_1^e \frac{1}{x} dx$

6. $\int_0^3 |x-1| dx$ و $\int_0^{\ln(2)} \frac{3e^x}{e^x+2} dx$ و $\int_0^1 e^{5x} dx$

.02

حدد العدد الحقيقي $\lambda > 0$ حيث: $\int_2^\lambda (x+7) dx = 20$

.03

1. حدد a و b من $\mathbb{R}$ حيث: $\frac{2x+1}{x-3} = a + \frac{b}{x-3}$ مع $x \neq 3$

2. استنتج قيمة التكامل: $\int_0^2 \frac{2x+1}{x-3} dx$

.04

أحسب التكامل باستعمال المكاملة بالأجزاء:

1. $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$

2. $B = \int_1^\lambda \ln(x-1) dx$ مع $\lambda > 1$

.05

نضع $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$ و $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$

1. أحسب التكامل: $I + J$ ثم $I - J$

2. استنتج قيمة التكامل J ثم قيمة التكامل I

.06

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

1. بين أن: $\forall x \in [1, +\infty[: \frac{1}{2x^2} \leq \frac{1}{1+x^2} \leq \frac{1}{x^2}$

2. استنتج تأطير للتكامل: $\int_1^\lambda \frac{1}{1+x^2} dx$ مع $\lambda > 1$

3. استنتج: $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \int_1^\lambda \frac{1}{1+x^2} dx$

.07

قارن التكاملين I و J بدون حساب لقيمتيهما.

$I = \int_{\frac{1}{2}}^2 x^2 \ln(x) dx$ و $J = \int_{\frac{1}{2}}^2 -\ln(x) dx$

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين على $[0, 2]$ بما يلي :

$$f(x) = x \quad \text{و} \quad g(x) = x^2 + \frac{1}{2}$$

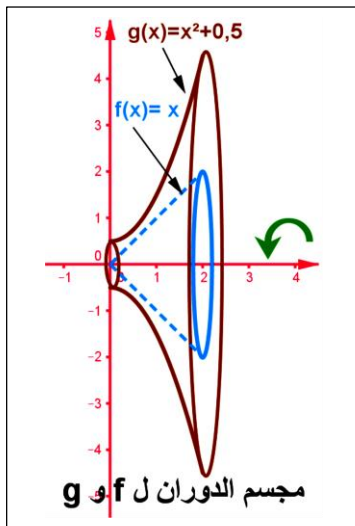
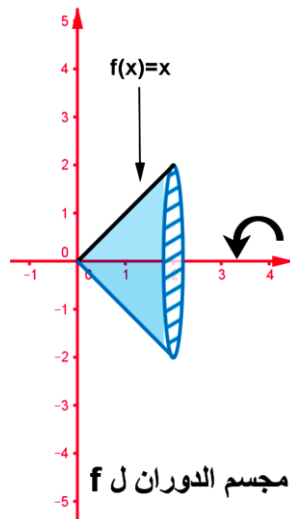
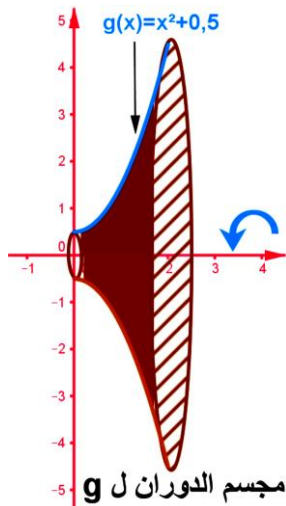
ليكن (C_f) و (C_g) منحنيهما في المعلم $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

1. نحسب V_f حجم مجسم المولد بدوران (C_f) حول محور الأفاصيل على المجال $[0, 2]$.

2. نحسب V_g حجم مجسم المولد بدوران (C_g) حول محور الأفاصيل على المجال $[0, 2]$.

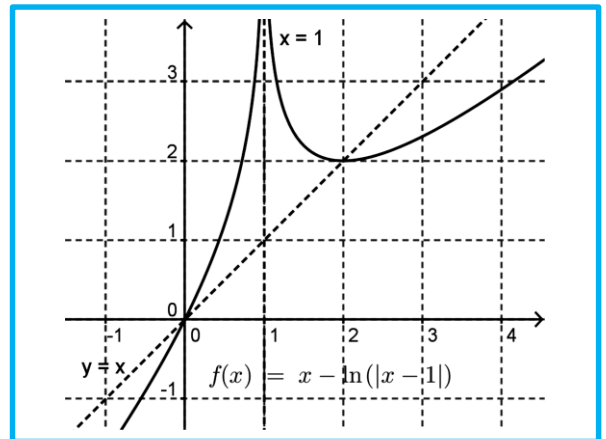
3. نحسب V_c حجم (S_c) مجسم المولد بدوران للحيز (S) من المستوى المحصور بين المنحنيين حول محور الأفاصيل على $[0, 2]$.

4. لون المجسم (S_c) .



08.

f دالة عددية و (C_f) منحناها في م.م.م $(0, \vec{i}, \vec{j})$ ($\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$) حيث : $f(x) = x - \ln(|x-1|)$.



ليكن λ من $[1, 2]$ و ليكن Δ حيز النقط $M(x, y)$ حيث:

$\lambda \leq x \leq 2$ و $x \leq y \leq f(x)$ (أي الحيز المحصور بين المنحنى والمستقيمات $(y=x ; x=2 ; x=\lambda)$). لون الحيز Δ .

1. أحسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز Δ ثم $\lim_{\lambda \rightarrow 1^+} A(\lambda)$.

09.

$$K_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n(x) dx ; n \in \mathbb{N}^* \quad \text{و} \quad K_0 = \int_0^{\pi/2} dx$$

1. أحسب : K_1 و K_0 .

2. بين أن : $K_{n+1} = \frac{n}{n+1} K_{n-1}$ (يمكنك استعمال المكاملة

بالأجزاء) ،

3. استنتج K_2 ثم K_3 .

10.

1. أعط إخطا ل $f(x) = \cos^3 x$ ثم استنتج دالة أصلية ل f

2. أحسب : $I = \int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx$.

3. أحسب : $K = \int_0^{\pi/2} x \cos^3 x dx$.

11.

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (الوحدة 1 cm)