

سلسلة الدعم

تمرين 1: (الدورة العادية 2015)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 + 10z + 26 = 0$$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C و Ω التي ألقاها على التوالي هي:

$$a = -2 + 2i \text{ و } b = -5 + i \text{ و } c = -5 - i \text{ و } \omega = -3$$

$$\frac{b - \omega}{a - \omega} = i \text{ أن بين أن}$$

ب) استنتج طبيعة المثلث ΩAB

3- لتكن النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي ألقاها $6 + 4i$

أ) بين أن اللق d للنقطة D هو $1 + 3i$

ب) بين أن: $\frac{b - d}{a - d} = 2$ واستنتج أن النقطة A هي منتصف القطعة

$[BD]$

تمرين 2 (الدورة العادية 2015)

أ نعتبر العدد العقدي a بحيث $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

1) بين أن معيار العدد العقدي a هو $2\sqrt{2} + \sqrt{2}$

2) تحقق من أن $a = 2 \left(1 + \cos \frac{\pi}{4} \right) + 2i \sin \frac{\pi}{4}$

3) أ- بإخطاط $\cos^2 \theta$ ، حيث θ عدد حقيقي، بين أن $1 + \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta$

ب) بين أن $a = 4 \cos^2 \frac{\pi}{8} + 4i \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8}$ (نذكر أن

$$\sin 2\theta = 2 \cos \theta \sin \theta$$

ج) بين أن $4 \cos \frac{\pi}{8} \left(\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)$ هو الشكل المثلثي للعدد a

$$a^4 = \left(2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \right)^4 i \text{ ثم بين أن}$$

II نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر

$(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقطتين Ω و A اللتين ألقاهما على التوالي هما:

$$\omega = \sqrt{2} \text{ و } a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2} \text{ ونعتبر الدوران } R \text{ الذي مركزه}$$

$$\Omega \text{ وزاويته } \frac{\pi}{2}$$

1) بين أن اللق b للنقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $2i$

2) حدد مجموعة النقطة M ذات اللق z بحيث $|z - 2i| = 2$

تمرين 3: (الدورة الاستدراكية 2015)

1) أحل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 - 8z + 32 = 0$$

ب) نعتبر العدد العقدي a بحيث $a = 4 + 4i$

اكتب العدد العقدي a على شكل المثلثي ثم استنتج أن a^{12} عدد حقيقي سالب.

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي هي:

$$a = 4 + 4i \text{ و } b = 2 + 3i \text{ و } c = 3 + 4i$$

ليكن z لق نقطة M من المستوى و z' لق النقطة M' صورة

$$M \text{ بالدوران } R \text{ الذي مركزه } C \text{ وزاويته } \frac{\pi}{2}$$

أ- بين أن $z' = iz + 7 + i$

ب- تحقق من أن d لق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $3 + 5i$

ج- بين أن مجموعة النقط M ذات اللق z بحيث $|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$ هي المستقيم (BC)

تمرين 4 (الدورة العادية 2016)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 - 4z + 29 = 0$$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و Ω التي ألقاها على التوالي هي:

$$a = 5 + 2i \text{ و } b = 5 + 8i \text{ و } \omega = 2 + 5i$$

أ- ليكن u العدد العقدي بحيث $u = b - \omega$

$$\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi] \text{ ثم بين أن } u = 3 + 3i$$

ب- حدد عمدة للعدد العقدي $\bar{u}$

ج- تحقق من أن $a - \omega = \bar{u}$ ثم استنتج أن $\Omega A = \Omega B$

$$\arg \left(\frac{b - \omega}{a - \omega} \right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \text{ وأن}$$

د- نعتبر الدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$

حدد صورة النقطة A بالدوران R

تمرين 5 (الدورة الاستدراكية 2016)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 - 8z + 41 = 0$$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C و Ω التي ألقاها على التوالي هي:

$$a = 4 + 5i \text{ و } b = 3 + 4i \text{ و } c = 6 + 7i \text{ و } \omega = 4 + 7i$$

أ- احسب $\frac{c - b}{a - b}$ واستنتج أن النقط A و B و C مستقيمية

ب- ليكن z لق نقطة M من المستوى و z' لق النقطة M' صورة

$$M \text{ بالدوران } R \text{ الذي مركزه } \Omega \text{ وزاويته } -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{بين أن } z' = -iz - 3 + 11i$$



أ- أكتب على الشكل المثلي العدد العقدي $d = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

ب- لتكن النقطة A التي لحقها $a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ و B صورة

النقطة A بالدوران R

ليكن b لحق النقطة B ، بين أن $b = d.a$

(3) لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OA}$ والنقطة C صورة B بالإزاحة t و c لحق النقطة C

أ- تحقق من أن $c = b + a$ ثم استنتج أن $c = a\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

ب- حدد $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ ثم استنتج أن المثلث OAC متساوي الأضلاع

تمارين 9 (الدورة الاستدراكية 2018)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$$

(2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر

$(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$ و

النقطة A التي لحقها $a = \sqrt{2}(1-i)$

أ- أكتب على الشكل المثلي العدد a

ب- تحقق من أن لحق النقطة B صورة النقطة A بالدوران R

هو $b = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$

(3) أ- نعتبر النقطة C التي لحقها $c = 1+i$. بين أن

$$b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}$$

ب- لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OC}$ ، والنقطة D صورة B بالإزاحة t . بين أن $OD = |b+c|$

ج- استنتج أن $OD \times BC = 2\sqrt{3}$

تمارين 10 (الدورة العادية 2019)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 - 2z + 4 = 0$$

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر

$(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C و D التي ألحاقها على

التوالي هي: $a = 1-i\sqrt{3}$ و $b = 2+2i$ و $c = \sqrt{3}+i$ و $d = -2+2\sqrt{3}$

أ- تحقق من أن $a-d = -\sqrt{3}(c-d)$

ب- استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية

(3) ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة

صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $-\frac{\pi}{3}$

بين أن $z' = \frac{1}{2}az$

ج- حدد صورة النقطة C بالدوران R ثم أعط شكلا مثليا

للعدد $\frac{a-\omega}{c-\omega}$

تمارين 6 (الدورة العادية 2017)

نعتبر العددين العقديين a و b بحيث $a = \sqrt{3}+i$ و

$$b = \sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$$

(1) أ- تحقق من أن $b = (1+i)a$

ب- استنتج أن $|b| = 2\sqrt{2}$ وأن $\arg b = \frac{5\pi}{12} [2\pi]$

ج- استنتج مما سبق أن $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(2) المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر

$(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b

والنقطة C التي لحقها $c = -1+i\sqrt{3}$ بحيث

أ- تحقق من أن $c = ia$ واستنتج أن $OA = OC$ و أن

$$\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}\right) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

ب- بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإزاحة ذات المتجهة

$$\overrightarrow{OC}$$

ج- استنتج أن الرباعي $OABC$ مربع.

تمارين 7 (الدورة الاستدراكية 2017)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 + 4z + 8 = 0$$

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر

$(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي:

$$a = -2+2i \text{ و } b = 4-4i \text{ و } c = 4+8i$$

أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة

M بالدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

بين أن $z' = -iz - 4$

ب- تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران R واستنتج

طبيعة المثلث ABC

(3) ليكن ω لحق النقطة Ω منتصف القطعة $[BC]$

أ- بين أن $|c-\omega| = 6$

ب- بين أن مجموعة النقط M ذات اللق z بحيث $|z-\omega| = 6$ هي

الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

تمارين 8 (الدورة العادية 2018)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$2z^2 + 2z + 5 = 0$$



(ب) حدد صورة النقطة C بالدوران R (ج) حدد طبيعة المثلث OBC (د) بين أن $a^4 = 128b$ واستنتج أن النقط O و B و D مستقيمية تمرين 13 (الدورة الاستدراكية 2020) (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$ (2) نضع $a = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ (أ) أكتب a على الشكل المثلثي واستنتج أن a^{2020} عدد حقيقي (ب) ليكن العدد العقدي $b = \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}$ أثبت أن $b^2 = a$ (3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي هي: a و b و c حيث $c = 1$ و R ليكن الدوران الذي مركزه O وزاوته $\frac{\pi}{8}$ والذي يحول النقطة M ذات اللق z إلى النقطة M' ذات اللق z' أ- تحقق من أن $z' = bz$ ب- حدد صورة النقطة C بالدوران R وبين أن النقطة A هي صورة النقطة B بالدوران R (4) أ- بين أن $a - b = b - c$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC ب- حدد قياسا للزاوية $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ (5) نعتبر T الإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ ولتكن D صورة النقطة A بالإزاحة T أ- تحقق أن لق النقطة D هو العدد العقدي $b^2 + 1$ ب- بين أن $\frac{b^2 + 1}{b} = b + \bar{b}$ واستنتج أن النقط O و B و D مستقيمية تمرين 14 (الدورة العادية 2021) (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ (2) نعتبر العددين العقديين $a = e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $b = \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (أ) أكتب a على الشكل الجبري. (ب) تحقق أن $\bar{a}b = \sqrt{3}$ نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي هي: a و $\bar{a}$ و b	(2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$، نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ (4) لتكن H صورة النقطة B بالدوران R، و h لقها و P النقطة التي لقها $p = a - c$ أ- تحقق من أن $h = ip$ ب- بين أن المثلث OHP قائم الزاوية ومتساوي الساقين في O تمرين 11 (الدورة الاستدراكية 2019) (1) أ- حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 3z + 3 = 0$ ب- نضع $a = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$، أكتب a على الشكل المثلثي (2) نعتبر العدد العقدي $b = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$، تحقق من أن $b^2 = i$ (3) نضع $h = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}$، بين أن $h^4 + 1 = a$ (4) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$، نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ والنقطة B التي لقها b. أ- ليكن c لق النقطة C صورة النقطة B بالدوران R، بين أن $c = ib$ ب- استنتج طبيعة المثلث OBC تمرين 12 (الدورة العادية 2020) (1) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة: $(E) \quad z^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})z + 16 = 0$ (أ) تحقق من أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta = -4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$ (ب) استنتج حل المعادلة (E) (2) نعتبر الأعداد العقدية: $a = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ و $c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $b = 1 + i\sqrt{3}$ (أ) تحقق من أن $\bar{b}c = a$ واستنتج أن $ac = 4b$ (ب) اكتب العددين العقديين b و c على الشكل المثلثي (ج) استنتج أن $a = 4\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)$ (3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$، النقط B و C و D التي ألقاها على التوالي هي: b و c و $d = a^4$ ليكن z لق نقطة M من المستوى و z' لق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{12}$ (أ) تحقق من أن $z' = \frac{1}{4}az$
--	--

(3) بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بتحاك h مركزه O يتم تحديد نسبته.

(4) ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M'

صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

(أ) اكتب z' بدلالة z و a

(ب) ليكن d لحق النقطة D صورة النقطة C بالدوران R , بين أن

$$d = a + 1$$

(ج) لتكن I النقطة التي لحقها العدد 1, بين أن $ADIO$ معين.

(5) (أ) تحقق من أن $d - b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$ و استنتج عمدة للعدد

$$d - b$$

(ب) اكتب العدد $1-b$ على الشكل المثلثي.

(ج) استنتج قياسا للزاوية $(\overline{BI}, \overline{BD})$