

Pour bien s'entraîner
cliquer sur la photo :



- I. الشكل الجبري - المثلثي - الأسّي
- II. عمدة عدد عقدي
- III. مفاهيم هندسية و صيغتها العقدية
- IV. المثلثات - الرباعيات
- V. الإزاحة - التحاكي - الدوران
- VI. صيغتا أولير

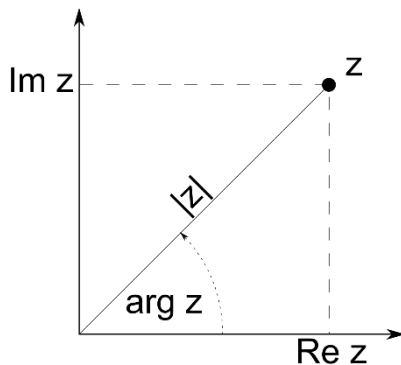
المجزوءة :

- A. دراسة الدوال العددية
- B. المتتاليات العددية
- C. حساب التكامل
- D. الأعداد العقدية

1. الشكل الجبري , الشكل المثلثي و الشكل الأسّي لعدد عقدي

الشكل الجبري	الشكل المثلثي	الشكل الأسّي
$z = a + ib$ مع $i^2 = -1$ ← الجزء الحقيقي $a = \text{Re}(z)$ ← الجزء التخيلي $b = \text{Im}(z)$ ← مرافق z هو: $\bar{z} = a - ib$	$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ← معيار z هو: $r = z = \sqrt{a^2 + b^2}$ ← عمدة z هو: $\arg(z) \equiv \theta [2\pi]$	$z = r e^{i\theta}$ حيث: $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$
خصائصه		
$z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$ $ z = \bar{z} $ $ z \times z' = z \times z' $ $\left \frac{z}{z'} \right = \frac{ z }{ z' }$	$\arg(z \cdot z') = \arg(z) + \arg(z')$ $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$ $\arg(z^n) = n \cdot \arg(z)$ $\arg(z) = -\arg(\bar{z})$	$e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$, $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$ $z \cdot z' = r \cdot r' e^{i(\theta+\theta')}$ $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'} e^{i(\theta-\theta')}$ $z^n = r^n e^{in\theta}$

رسم توضيحي لتمثيل عدد عقدي مبيانيا



- ← إحداثيات النقطة التي تمثل العدد العقدي تسمى لحق العدد العقدي
- # أفصول النقطة يمثله الجزء الحقيقي
- # أرثوب النقطة يمثله الجزء التخيلي

- ← المسافة بين أصل المعلم و النقطة تسمى معيار العدد العقدي
- ← الزاوية بين محور الأفاصيل و نصف مستقيم المكون من أصل المعلم و العدد العقدي تسمى عمدة العدد العقدي

2. عمدة عدد عقدي

عمدة عدد عقدي

خصائص العمدة

$$z = \frac{z_1}{z_2} \text{ أو } z = z_1 \times z_2$$

$$\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$$

$$\arg(z \cdot z') = \arg(z) + \arg(z')$$

الشكل المثلثي

$$z = a + ib$$

نحدد الشكل المثلثي :

1. تحديد المعيار

2. التعميل بالمعيار

3. تحديد $\sin \theta$ و $\cos \theta$

4. التحقق من العلاقة

مباشرة

$$z = a \text{ أو } z = ib$$

$$z = a$$

$$\arg(z) = 0 [2\pi] \quad a > 0 \leftarrow$$

$$\arg(z) = \pi [2\pi] \quad a < 0 \leftarrow$$

$$z = ib$$

$$\arg(z) = \frac{\pi}{2} [2\pi] \quad b > 0 \leftarrow$$

$$\arg(z) = \frac{-\pi}{2} [2\pi] \quad b < 0 \leftarrow$$

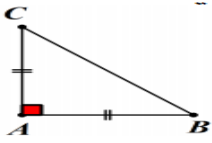
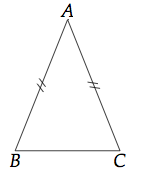
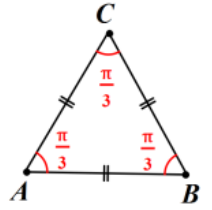
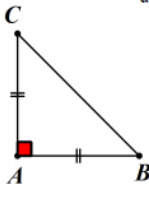
3. مفاهيم هندسية وصيغتها العقدية

العلاقة العقدية	المفهوم الهندسي
$AB = b - a $	المسافة AB
$\overrightarrow{AB} = b - a$	المتجهة $\overrightarrow{AB}$
$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) [2\pi]$	قياس الزاوية $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
$\frac{c-a}{b-a} = k \quad / k \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow c-a = k(b-a)$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB}$	A و B و C نقط مستقيمة
$z_I = \frac{a+b}{2}$	I منتصف القطعة $[AB]$

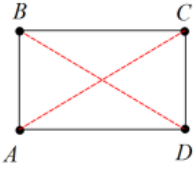
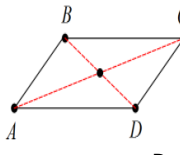
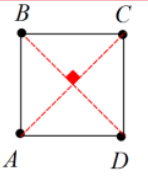
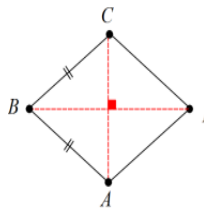
العلاقة العقدية	المفهوم الهندسي
$ z - a = r$ $r > 0$	$AM = r$ مجموعة النقط $M(z)$ عبارة عن دائرة مركزها A و شعاعها r
$ z - a = z - b $	$AM = BM$ مجموعة النقط $M(z)$ عبارة عن واسط القطعة $[AB]$

4. المثلثات - الرباعيات

1. المثلثات

	ABC مثلث قائم الزاوية في A إذا تحقق ما يلي : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \pm \frac{\pi}{2} [2\pi] \leftarrow$		ABC مثلث متساوي الساقين في A إذا تحقق ما يلي : $AB = AC \leftarrow$
	ABC مثلث متساوي الأضلاع إذا تحقق ما يلي : $AB = AC \leftarrow$ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \pm \frac{\pi}{3} [2\pi]$		ABC مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين في A إذا تحقق ما يلي : $AB = AC \leftarrow$ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \pm \frac{\pi}{2} [2\pi] \leftarrow$

2. متوازي الأضلاع - مستطيل - معين - مربع

	$ABCD$ مستطيل إذا تحقق ما يلي : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \leftarrow$ أي $b - a = c - d$ $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \pm \frac{\pi}{2} [2\pi] \leftarrow$		$ABCD$ متوازي الأضلاع تحقق ما يلي : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \leftarrow$ أي $b - a = c - d$
	$ABCD$ مربع إذا تحقق ما يلي : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \leftarrow$ $AB = AC \leftarrow$ $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \pm \frac{\pi}{2} [2\pi] \leftarrow$		$ABCD$ معين إذا تحقق ما يلي : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \leftarrow$ أي $b - a = c - d$ $AB = AC \leftarrow$

5 التحويلات الاعتيادية

التحويل الاعتيادي	ما يجب معرفته	العلاقة
الازاحة	• صورة $M'(z')$ صورة $M(z)$ • $\vec{u}$ متجهة الازاحة التي لحقها a	$t(M) = M'$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ $\Leftrightarrow z' - z = a$ $\Leftrightarrow z' = z + a$
التحاي	• صورة $M'(z')$ صورة $M(z)$ • Ω مركز التحاي h الذي لحقه ω • k نسبة التحاي h	$h(M) = M'$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M'} = k \overrightarrow{\Omega M}$ $\Leftrightarrow z' - \omega = k(z - \omega)$ $\Leftrightarrow z' = k(z - \omega) + \omega$
الدوران	• صورة $M'(z')$ صورة $M(z)$ • Ω مركز الدوران R الذي لحقه ω • θ نسبة الدوران R	$R(M) = M'$ $\Leftrightarrow z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$ $\Leftrightarrow z' = e^{i\theta}(z - \omega) + \omega$

6. صيغتا أولير و موافر

صيغتا أولير	علاقة موافر
$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$	$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$