

هذا الملف تم تحميله من موقع سلسلة قمارين حول المعرفة العددية

تمرين 1: نعتبر المتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 6; \forall n \geq 1 \end{cases}$$

1. أحسب u_2 و u_3 .

لتكن $(v_n)_{n \geq 1}$ المتالية المعرفة بما يلي:

2. بين أن المتالية $(v_n)_{n \geq 1}$ متالية هندسية محددا أساسها و حدتها الأول.

3. حدد v_n بدلالة n , ثم استنتج u_n بدلالة n .

4. أحسب $\lim u_n$.

تمرين 2: نعتبر المتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{11}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1+2u_n}{4} \end{cases}$$

و نعتبر المتالية $(v_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بما يلي:

1. أحسب v_1 .

2. برهن أن $(v_n)_{n \geq 1}$ متالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

3. عبر عن v_n و u_n بدلالة n .

تمرين 3: نعتبر المتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \geq 0; \quad u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$$

برهن بالترجع أن: $\forall n \geq 0; \quad u_n = 3 - 2^n$

تمرين 4: نضع:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n}; \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3 .

2. برهن بالترجع أن: $\forall n \in \mathbb{N}; \quad u_n \neq -1$

3. نضع: $\forall n \in \mathbb{N}; \quad v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 1}$

(a) بين أن متالية هندسية محددا أساسها و حدتها الأول.

(b) أحسب v_n بدلالة n ثم أحسب: $\lim v_n$.

(c) أحسب u_n بدلالة n ثم أحسب: $\lim u_n$.

تمرين 5: نعتبر المتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{5}{2} \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}; \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. بين أن: $\forall n \geq 0; \quad u_n \geq 2$.

2. بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية تنقصية.

3. استنتاج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية متقاربة.

4. أحسب $\lim u_n$.

تمرين 6: نعتبر المتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3; \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. أحسب u_2 و u_3 .

نعتبر المتالية $(v_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بما يلي:

أ. برهن أن $(v_n)_{n \geq 1}$ متالية هندسية محددا أساسها و حدتها الأولى.

ب. عبر عن v_n بدلالة n ثم عن u_n بدلالة n .

ج. أحسب $\lim u_n$ ثم $\lim v_n$.

تمرين 7: نعتبر المتالية المعرفة كالتالي: $\begin{cases} u_0 = 0 ; \quad u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n ; \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$ ، و المتالية المعرفة بـ:

$$w_n = 5^n u_n ; \quad \forall n \in \mathbb{N} , \text{ و المتالية المعرفة بـ: } v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n ; \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

أ. بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية هندسية.

ب. أكتب v_n بدلالة n .

أ.2. بين أن $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية حسابية.

ب. أكتب w_n بدلالة n .

ج. استنتج u_n بدلالة n .

$$\forall n \in \mathbb{N}^*; \quad 0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^*; \quad 0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$$

ج. أحسب $\lim u_n$.

تمرين 8: نعتبر المتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كالتالي: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{8 + \frac{u_n^2}{3}}; n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. أحسب u_1 .

2. بين أن: $0 \leq u_n < 2\sqrt{3}$. $\forall n \in \mathbb{N}$;

3. بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تزايدية قطعا. ماذا تستنتج؟

4. نعتبر المتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ $v_n = 12 - u_n^2$.

أ. بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية هندسية محددا أساسها و حدتها الأولى.

ب. أكتب u_n بدلالة n و استنتاج $\lim u_n$.

تمرين 9: نعتبر المتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كالتالي: $\begin{cases} u_0 = \sqrt[3]{\frac{2}{7}} \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{\frac{1+u_n^3}{8}}; n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. بين بالترجع أن: $\forall n \in \mathbb{N}; \quad u_n > \sqrt[3]{\frac{1}{7}}$

2. بين أن: $\forall n \in \mathbb{N}; \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ، ماذا تستنتج؟

3. نضع: $\forall n \in \mathbb{N}; \quad v_n = \frac{7}{8}u_n^3 - \frac{1}{8}$

(a) بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية هندسية محددا أساسها.

(b) أحسب u_n بدلالة n .

$$S_n = \sum_{k=0}^n u_k^3 \quad \text{أحسب (c)}$$

تمرين 10: نعتبر المتاليتين المعرفتين كالتالي:

$$\begin{cases} v_1 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} ; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_1 = 7 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4} ; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

نضع: $\forall n \in \mathbb{N}^* ; w_n = u_n - v_n$

1. بين أن $(w_n)_{\forall n \in \mathbb{N}^*}$ متالية هندسية و حدد أساسها.

2. أكتب w_n بدلالة n .

3. أحسب $\lim w_n$

4. أحسب $\lim s_n$ ، ثم حدد $s_n = \sum_{k=1}^n w_k$

5. أكتب $u_{n+1} - u_n$ بدلالة n و استنتج $u_{n+1} - u_n$ بدلالة n .

تمرين 11:

1. أدرس تغيرات الدالة $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$ على $[1;5]$.

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{6u_n + 5}{u_n + 2} ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

a) بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تزايدية قطعاً.

b) بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}; u_n < 5)$

c) استنتاج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة و أحسب $\lim u_n$

تمرين 12:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[1, +\infty)$ بـ :

1. بين أن: $\forall x \in [2, +\infty[; g(x) \geq 3$

$$\begin{cases} u_0 = \frac{7}{2} \\ u_{n+1} = g(u_n) ; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

a) بين أن: $\forall n \in \mathbb{N}^* ; u_n \geq 3$

b) بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ رتيبة و استنتاج أنها متقاربة.

c) أحسب $\lim u_n$