

ذ. محمد الكيال

المثاليات العددية

← المثالية الحسابية – المثالية الهندسية:

لمتتالية هندسية	لمتتالية حسابية	
$u_{n+1} = q \times u_n$ q هو الأساس	$u_{n+1} = u_n + r$ r هو الأساس	تعريف
$u_n = u_p \times q^{n-p}$ $(p \leq n)$	$u_n = u_p + (n - p)r$ $(p \leq n)$	الحـد العام
$u_p + \dots + u_n = u_p \times \left(\frac{q^{n-p+1} - 1}{q - 1} \right)$ $(q \neq 1)$	$u_p + \dots + u_n = u_p \times \left(\frac{q^{n-p+1} - 1}{q - 1} \right)$	مجموع حدود متتابعة
$b^2 = a \times c$	$2b = a + c$	a و b و c ثلاثة حدود متتابعة

← المثالية المكبورة – المثالية المصغورة:

تكن $(u_n)_{n \in I}$ متتالية عددية
• $u_n \leq M \quad \forall n \in I \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I} \text{ مكبورة بالعدد } M$
• $u_n \geq m \quad \forall n \in I \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I} \text{ مصغورة بالعدد } m$
• $(u_n)_{n \in I} \text{ مكبورة و مصغورة } \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I} \text{ محدودة}$

← رتبة مثالية عددية:

تكن $(u_n)_{n \in I}$ متتالية عددية
• $u_{n+1} \leq u_n \quad \forall n \in I \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I} \text{ تناقصية}$
• $u_{n+1} \geq u_n \quad \forall n \in I \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I} \text{ تزايدية}$
• $u_{n+1} = u_n \quad \forall n \in I \Leftrightarrow (u_n)_{n \in I} \text{ ثابتة}$

← نهاية متتالية:

◆ نهاية المتتالية (n^α) حيث: $\alpha \in \mathbb{Q}^*$

$\alpha < 0$	$\alpha > 0$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = 0$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = +\infty$

◆ نهاية المتتالية الهندسية (q^n) حيث: $q \in \mathbb{R}$

$q \leq -1$	$-1 < q < 1$	$q = 1$	$q > 1$
المتتالية (q^n) ليس لها نهاية	$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$

← مصاديق التقارب:

- كل متتالية تزايدية و مكبورة هي متتالية متقاربة
- كل متتالية تناقصية و مصغورة هي متتالية متقاربة

$$\left. \begin{array}{l} |u_n - \ell| \leq v_n \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$$

$$\left. \begin{array}{l} v_n \leq u_n \leq w_n \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \ell \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$$

$$\left. \begin{array}{l} u_n \geq v_n \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

$$\left. \begin{array}{l} u_n \leq v_n \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$$

← متتالية من النوع $u_{n+1} = f(u_n)$

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

حيث f دالة متصلة على مجال I بحيث $f(I) \subset I$ و a عنصرا من I

إذا كانت (u_n) متقاربة فإن نهايتها ℓ حل للمعادلة $f(x) = x$