



التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية المعرفة كما يلي : $f(x)=x+\frac{8x}{1+x^2}$

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) احسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} (f(x)-x)$ ثم استنتج تاويلا هندسيا.
- (3) احسب $f(x)$ ثم اعط جدول التغيرات .
- (4) أدرس تقعر المنحنى ξ_f ثم أرسمه

التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية المعرفة كما يلي: $f(x)=x\sqrt{\frac{x}{x-2}}$

- (1) حدد D_f و احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- (2) أ- بين أن f قابلة للاشتقاق على يسار 0 و اعط تاويلا هندسيا للنتيجة
ب- احسب f لكل x من $]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$
- (3) أ- بين أن : $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} (f(x)-(x+1))=0$
ب- ادرس الفروع الانتهائية ل ξ_f ثم أرسمه

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = 4x\sqrt{x} - 3x^2$

- (1) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى C_f عند $+\infty$
- (2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 0 ثم أعط تاويلا هندسيا للنتيجة
- (3) بين أن $f'(x) = 6\sqrt{x}(1-\sqrt{x})$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f
- (4) أحسب المشتقة الثانية $f''(x)$ و أدرس تقعر المنحنى و أرسم المنحنى C_f

التمرين الرابع

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

- (1) أدرس زوجية الدالة f و احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ماذا تستنتج ؟
- (2) أدرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيرات الدالة f
- (3) بين أن f تقبل من \mathbb{R} نحو مجال I دالة عكسية محددًا I و احسب $f^{-1}(x)$ لكل x من I
- (4) أرسم المنحنيين C_f ; C'_f في نفس المعلم

التمرين الخامس

لتكن f دالة بحيث : $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x+1}}$

- (1) حدد D_f و احسب نهايات الدالة f
- (2) أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى C_f

(3) بين أن $f'(x) = \frac{2x+3}{3\sqrt[3]{(x+1)^4}}$ و أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) بين أن f تقبل من D_f نحو مجال I دالة عكسية محددًا I

(5) أرسم المنحنيين C_f ; C_f' في نفس المعلم

(6) بين أن الدالة f^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة 0 و أحسب $(f^{-1})'(0)$

التمرين السادس

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[-1, +\infty[$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 1} + 1 - x & ; x > 1 \\ f(x) = \sqrt{1 - x^2} & ; -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ماذا تستنتج ؟

(2) أ- أدرس قابلية اشتقاق f على يمين النقطة -1

ب- أدرس قابلية اشتقاق f على يمين و على يسار النقطة 1

(3) أحسب المشتقة و أدرس تغيرات الدالة f

(4) ليكن g الدالة المعرفة على المجال $I = [1, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = f(x)$

بين أن g تقبل من I نحو مجال J دالة عكسية محددًا J

(5) أرسم في نفس المعلم المنحنيين C_f ; Γ_g

التمرين السابع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = x - 1 - 2\sqrt{x-2} & , x > 2 \\ f(x) = x - 1 + 2\sqrt{2-x} & , x \leq 2 \end{cases}$$

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- ادرس اتصال الدالة f في النقطة $a = 2$

ج- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين و على اليسار في $a = 2$ ، ثم أول النتيجة المحصل عليهما هندسيا .

2. أ- احسب $f'(x)$ حيث $x \in \mathbb{R} - \{2\}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

3. أ- حدد تقاطع المنحنى (C_f) و محور الأفاصيل .

ب- ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_f)

4. أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين الثامن

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = 2(x+1) - 3(x+2)^{\frac{2}{3}} & , x > -2 \\ f(-2) = -2 \end{cases}$$

1. ادرس اتصال الدالة f في النقطة $a = -2$ على اليمين .

2. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f)

3. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة $a = -2$ ، ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها .

4. أ - احسب $f'(x)$ حيث $x \in]-2, +\infty[$.

ب - ضع جدول تغيرات الدالة f .

5. بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α في المجال $]3; 4[$ بحيث $f(\alpha) = 0$.

6. لتكن الدالة g الدالة المعرفة على المجال $I =]-1; +\infty[$ بما يلي: $g(x) = f(x)$.

أ - بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده.

ب - بين أن $g^{-1}(2) = 6$.

ج - بين أن الدالة g^{-1} قابلة للاشتقاق عند النقطة 2 ثم احسب $(g^{-1})'(2)$.

7. أنشئ المنحنيين (C_f) و $(C_{g^{-1}})$.

التمرين التاسع

لتكن f دالة عددية معرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+2}} \quad \text{و} \quad (C_f) \text{ منحنىها} \quad (C_f) \text{ منحنىها} \quad M(0; \vec{i}; \vec{j})$$

1. احسب نهايتي f عند $-\infty$; $+\infty$.

2. بين أن f تزايدية على \mathbb{R} .

3. أ- بين أن النقطة $I(1; 0)$ مركز تماثل للمنحنى (C_f) .

ب- أكتب معادلة مماس (C_f) في النقطة التي أفصولها $x_0 = 1$.

4. بين أن f تقابل من \mathbb{R} نحو مجال J ينبغي تحديده و احسب $(f)^{-1}(0)$.

5. أنشئ المنحنى (C_f) والمنحنى الممثل للدالة f^{-1} .

التمرين العاشر

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x}; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{array} \right. \quad \text{لتكن } f \text{ دالة عددية معرفة بما يلي:}$$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم ادرس زوجية الدالة f .

2. بين أن الدالة f متصلة في النقطة $x_0 = 0$.

3. ادرس قابلية الاشتقاق f عند $x_0 = 0$.

4. ادرس قابلية الاشتقاق f عند $x_0 = 1$ ثم أعط تأويلا هندسيا.

5. احسب f' و ادرس تغيرات الدالة f .

6. ليكن g الدالة المعرفة على $[0; 1]$ بما يلي: $g(x) = f(x)$.

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J ينبغي تحديده.

ب- عرف بالدالة $g^{-1}(x)$ و أنشئ المنحنى (C_f) و $(C_{g^{-1}})$.