المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵔⴼⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2018

-الموضوع-

NS22

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	11 نقطة

التمرين الأول (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$، نعتبر النقط $A(0, -2, -2)$ و $B(1, -2, -4)$ و $C(-3, -1, 2)$

1	1) بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ثم استنتج أن $2x+2y+z+6=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)
	2) لتكن (S) الفلكة التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$
0.5	تحقق من أن مركز الفلكة (S) هو $\Omega(1,0,1)$ و أن شعاعها هو $R=5$
0.25	3) أ- تحقق من أن $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases} \;;(t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (ABC)
0.5	ب- حدد إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (ABC)
0.75	4) تحقق من أن $d(\Omega,(ABC))=3$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة شعاعها 4 يتم تحديد مركزها.

التمرين الثاني (3 نقط) :

0.75	1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $2z^2+2z+5=0$
	2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$
0.25	أ - أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $d=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$
0.5	ب – لتكن النقطة A التي لحقها $a=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ و B صورة النقطة A بالدوران R ليكن b لحق النقطة B، بين أن $b=d.a$
	3) لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OA}$ و النقطة C صورة B بالإزاحة t و c لحق النقطة C
0.75	أ - تحقق من أن $c=b+a$ ثم استنتج أن $c=a\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ (يمكنك استعمال السؤال (2 ب-)
0.75	ب - حدد $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ ثم استنتج أن المثلث OAC متساوي الأضلاع .

التمرين الثالث (3 نقط) :

يحتوي صندوق على 9 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس : خمس كرات حمراء تحمل الأعداد 2 ; 2 ; 2 ; 1 ; 1
و أربع كرات بيضاء تحمل الأعداد 2 ; 2 ; 2 ; 1

نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا و تآنيا 3 كرات من الصندوق .

لتكن الأحداث : A : "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون " و B : "الكرات الثلاث المسحوبة تحمل نفس العدد "
و C : "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون و تحمل نفس العدد "

1.5	1) بين أن : $p(A)=\frac{1}{6}$ و $p(B)=\frac{1}{4}$ و $p(C)=\frac{1}{42}$
	2) نعيد التجربة السابقة 3 مرات مع إعادة الكرات الثلاث المسحوبة إلى الصندوق بعد كل سحبة، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A
0.5	أ- حدد وسيطي المتغير العشوائي الحداني X
1	ب- بين أن : $p(X=1)=\frac{25}{72}$ و احسب $p(X=2)$

المسألة (11 نقطة) :

I - لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $g(x)=e^{x}-x^{2}+3x-1$

الجدول جانبه يمثل جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	+
$g(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$

1) تحقق من أن $g(0)=0$ — 0.25

2) حدد إشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]-\infty,0]$ و $[0,+\infty[$ — 0.5

II– لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي:

$$f(x)=(x^{2}-x)\,e^{-x}+x$$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة **1cm**)

1) أ- تحقق من أن $f(x)=\dfrac{x^{2}}{e^{x}}-\dfrac{x}{e^{x}}+x$ لكل x من IR ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ — 0.5

ب – احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل مقاربا (D) بجوار $+\infty$ معادلته $y=x$ — 0.75

ج – تحقق من أن $f(x)=\dfrac{x^{2}-x+xe^{x}}{e^{x}}$ لكل x من IR ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ — 0.5

د – بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا. — 0.5

2) أ – تحقق من أن $f(x)-x$ و $x^{2}-x$ لهما نفس الإشارة لكل x من IR — 0.25

ب – استنتج أن (C) يوجد فوق (D) على كل من المجالين $]-\infty,0]$ و $[1,+\infty[$ و تحت (D) على المجال $[0,1]$ — 0.5

3) أ - بين أنه لكل x من IR لدينا $f'(x)=g(x)\,e^{-x}$ — 0.75

ب – استنتج أن الدالة f تناقصية على $]-\infty,0]$ و تزايدية على $[0,+\infty[$ — 0.5

ج – ضع جدول تغيرات الدالة f — 0.25

4) أ- تحقق من أن $f''(x)=(x^{2}-5x+4)e^{-x}$ لكل x من IR — 0.25

ب- استنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف أفصولاهما على التوالي هما 1 و 4 — 0.5

5) أنشئ (D) و (C) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ $f(4)\simeq 4.2$) — 1

6) أ – بين أن الدالة $H:x\mapsto(x^{2}+2x+2)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto -x^{2}e^{-x}$ على IR — 0.5

ثم استنتج أن $\displaystyle\int_{0}^{1}x^{2}e^{-x}dx=\frac{2e-5}{e}$

ب – باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\displaystyle\int_{0}^{1}xe^{-x}dx=\frac{e-2}{e}$ — 0.75

ج – احسب ب cm^{2} مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) و (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$ — 0.75

III – لتكن المتتالية العددية (u_{n}) المعرفة كما يلي : $u_{0}=\dfrac{1}{2}$ و $u_{n+1}=f(u_{n})$ لكل n من $I\!N$

1) بين أن $0\le u_{n}\le 1$ لكل n من $I\!N$ *(يمكن استعمال نتيجة السؤال II– 3) ب-)* — 0.75

2) بين أن المتتالية (u_{n}) تناقصية . — 0.5

3) استنتج أن (u_{n}) متقاربة و حدد نهايتها. — 0.75