

فرض رقم 3

التمرين رقم 1

لتكن $(U_n)_{n>0}$ متتالية حسابية أساسها $r = 5$ وبحيث $U_{132} + U_{135} + U_{138} = 2019$

(1) بين أن $U_{135} = 673$ وأحسب الحد الأول U_1

(2) بين ان الحد العام $U_n = 5n - 2$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$) هل العدد 2018 حد للمتتالية $(U_n)_{n>0}$

(3) أحسب بدلالة n الجمع $S = U_1 + U_2 + \dots + U_n$

التمرين رقم 2

(1) حل في \mathbb{C} المعادلة $Z^2 + 2Z + 10 = 0$

(2) المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) . M , L نقطتان في (P)

لحماهما على التوالي $Z_M = 1 - i$ و $Z_L = 3 - i$ ولتكن N ماثلة M بالنسبة للنقطة L .

بين أن لحد N هو العدد $5 - i$

(3) لتكن A , C صورتا النقطتين M ; N على التوالي بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

بين أن $Z_C = 1 + 5i$ و $Z_A = 1 + i$

(4) لتكن D ; B صورتا M ; N على التوالي بالإزاحة T التي متجهتها \vec{w} بحيث $\text{aff}(\vec{w}) = -2 + 4i$

بين أن $Z_D = -1 + 3i$ و أن $Z_B = 3 + 3i$

(5) بين أن $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_D} = i$ واستنتج أن $ABCD$ مربع

التمرين رقم 3

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - \ln x$

(1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

(2) أحسب المشتقة $g'(x)$ وأنجز جدول تغيرات الدالة g

(3) استنتج ان $g(x) > 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}^{*+}$)

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 2x - (\ln x)^2$

(1) أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وأول هندسيا النتيجة

(2) أ) ضع $t = \sqrt{x}$ وبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$

ب) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

(3) أ) بين أن $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$ ($\forall x \in \mathbb{R}^{*+}$)

ب) ضع جدول تغيرات الدالة f

(4) أ) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $\left] \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right[$ حلا وحيدا α (نعطي $1 < \ln 2 < \frac{1}{2}$)

ب) أرسم المنحنى (C) (نأخذ $\alpha \approx 0,4$)

1) حل في \mathbb{C} المعادلة $Z^2 - 2Z + 2 = 0$

2) المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \bar{u}, \bar{v}) . M , L نقطتان في (P)

لحقا هما على التوالي $Z_M = -i\sqrt{3}$ و $Z_L = 1 - i$ ولتكن N مائلة M بالنسبة للنقطة L .

بين أن لحق N هو العدد $Z_N = 2 + (\sqrt{3} - 2)i$

3) لتكن A , C صورتا النقطتين M ; N على التوالي بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

بين أن $Z_A = \sqrt{3}$ و $Z_C = 2 - \sqrt{3} + 2i$

4) لتكن D ; B صورتا M ; N على التوالي بالإزاحة T التي متجهتها $\bar{w} = 2\bar{v}$ (بحيث $aff(\bar{w}) = 2i$)

بين أن $Z_D = i(2 - \sqrt{3})$ و أن $Z_B = 2 + i\sqrt{3}$

5) بين أن $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = i$ واستنتج أن $ABCD$ مربع