

الأستاذ:
نجيب
عثماني

مستوى: السنة الثانية من سلك البكالوريا
• شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك
اللغة العربية
شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك
العلوم الإنسانية

أكاديمية
الجهة
الشرقية

المادة: الرياضيات
تمارين بحلول في درس المتتاليات

أحسب : $u_{n+1} - u_n$ و ماذا تستنتج ؟

الأجوبة:

$$u_{n+1} - u_n = (5(n+1)+6) - (5n+6) = (5n+5+6) - (5n+6)$$

$$\text{اذن: } (5n+11) - (5n+6) = 5n+11-5n-6$$

$$u_{n+1} - u_n = 5 = r$$

أستنتج أن : المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ هي حسابية أساسها $5 = r$:

تمرين 5: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي: $u_n = \frac{n+3}{4}$

$$\forall n \in \mathbb{N}$$

بين أن المتتالية (u_n) حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

الجواب: $u_{n+1} - u_n = \frac{(n+1)+3}{4} - \frac{n+3}{4} = \frac{1}{4} = r$

ومنه المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{I}}$ هي حسابية أساسها $\frac{1}{4} = r$

وحدها الأول : $u_0 = \frac{3}{4}$

تمرين 6: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

1. أحسب : $u_{n+1} - u_n$

2. ماذا تستنتج ؟

الجواب:

$$u_{n+1} - u_n = (2(n+1)+3) - (2n+3) = (2n+2+3) - (2n+3)$$

$$= (2n+2+3) - (2n+3) = (2n+5) - (2n+3) = 2n+5-2n-3$$

اذن : $u_{n+1} - u_n = 2 = r$

ومنه المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{I}}$ هي حسابية أساسها : $r = 2$

تمرين 7:

1. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $u_0 = 1$

أحسب المجموع التالي : $S_1 = u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$

2. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = -2$ وحدها الأول

$$u_0 = 4$$

أحسب المجموع التالي : $S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + \dots + u_{25}$

الجواب (1): $S_1 = u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{30} = (30-3+1) \frac{u_3 + u_{30}}{2}$

$$S_1 = (28) \frac{u_3 + u_{30}}{2}$$

وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$

تمرين 1: لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية :

(1) 0, 2, 4, 6, 8, 10,

(2) 6, 3, 0, -3, -6, -9, -12,

(3) 1, 3, 9, 27, 81, 243,

(4) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$,

1, 9, 16, 25, 36,

الأجوبة (1): 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18

(2) 6, 3, 0, -3, -6, -9, -12, -15, -18, -21, -24

(3) 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683

(4) 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{128}$, $\frac{1}{256}$, $\frac{1}{512}$

تمرين 2: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة

بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$

1. أحسب حدها الأول u_0

2. أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

الأجوبة (1): $u_0 = 2 \times 0 + 3 = 3$

(2) $u_1 = 2 \times 1 + 3 = 5$

$u_2 = 2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$ و $u_3 = 2 \times 3 + 3 = 9$

نلاحظ أن فرق حدين متتالين هو العدد 2

تمرين 3: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة

الصريحة التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n - 1$

(1) أحسب حدها الأول u_0 و أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية

$$(u_n)_{n \geq 1}$$

(2) أحسب $u_{n+1} - u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ ماذا تستنتج ؟

الأجوبة (1): $u_0 = 2 \times 0 - 1 = 0 - 1 = -1$

$u_1 = 2 \times 1 - 1 = 2 - 1 = 1$

$u_2 = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$u_3 = 2 \times 3 - 1 = 6 - 1 = 5$

(2)

$$u_{n+1} - u_n = (2(n+1) - 1) - (2n - 1) = (2n + 2 - 1) - (2n - 1)$$

اذن: $(2n + 2 - 1) - (2n - 1) = (2n + 1) - (2n - 1) = 2n + 1 - 2n + 1 = 2$

$$u_{n+1} - u_n = 2 = r$$

ومنه أستنتج أن : المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ هي حسابية أساسها : $r = 2$

تمرين 4: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 5n + 6$$

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10} = (10 - 0 + 1) \frac{u_0 + u_{10}}{2} (3)$$

$$S_6 = 11 \frac{u_0 + u_{10}}{2} = \frac{11}{2} (3 + u_{10})$$

$$u_{10} = 2 \times 10 + 3 = 23 \text{ ومنه نحسب:}$$

$$S = \frac{11}{2} (3 + 23) = \frac{11}{2} \times 26 = 11 \times 13 = 143 \text{ وبالتالي:}$$

تمرين 10: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2 \times 3^n \text{ الصريحة التالية:}$$

$$1. \text{ أحسب حدها الأول } u_0$$

$$2. \text{ أحسب } \frac{u_{n+1}}{u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \text{ ماذا تستنتج؟}$$

(الجواب 1):

$$u_0 = 2 \times 3^0 = 2 \times 1 = 2$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2 \times 3^{n+1}}{2 \times 3^n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = \frac{3^n \times 3^1}{3^n} = 3^1 = 3 = q (2)$$

اذن: المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها $3 = q$

$$\text{وحدها الأول } u_0 = 2$$

تمرين 11: نعتبر المتتالية العددية (u_n)

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n \text{ المعرفة كالتالي:}$$

بين أن (u_n) متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول

$$u_0 = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^0 = 3 \times 1 = 3 (1) \text{ (الجواب 1)}$$

$$(2) \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n} = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{\left(\frac{2}{5}\right)^n} = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^n \times \left(\frac{2}{5}\right)^1}{\left(\frac{2}{5}\right)^n} = \frac{2}{5} = q$$

اذن: المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها $\frac{2}{5} = q$

$$\text{وحدها الأول } u_0 = 3$$

تمرين 12: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول

$$u_0 = 81 \text{ وأساسها } q = \frac{1}{3}$$

$$1. \text{ أكتب } u_n \text{ بدلالة } n$$

$$2. \text{ أحسب } u_1 \text{ و } u_2 \text{ و } u_3$$

$$3. \text{ حدد العدد الصحيح الطبيعي } n \text{ بحيث } u_n = 1$$

الأجوبة (1): نعلم أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية

$$\text{أساسها } q = \frac{1}{3} \text{ وحدها الأول } u_0 = 81$$

$$\text{اذن: } u_n = u_0 q^{n-0} \text{ ومنه: } u_n = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$(2) \quad u_1 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{81}{3} = 27$$

$$\text{و } u_2 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{81}{9} = 9 \text{ و } u_3 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{81}{27} = 3$$

$$\text{وحدها الأول } u_0 = 1 \text{ فان: } u_n = u_0 + (n-0)r$$

$$\text{أي: } u_n = 1 + (n-0) \frac{1}{2} \text{ أي: } u_n = 1 + \frac{n}{2}$$

$$\text{ومنه نحسب: } u_3 = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \text{ و: } u_{30} = 1 + \frac{30}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$\text{وبالتالي: } S_1 = (28) \frac{u_3 + u_{30}}{2} = 14 \left(\frac{5}{2} + 16\right) = 14 \left(\frac{37}{2}\right) = 7 \times 37 = 259$$

$$(2) \quad S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + \dots + u_{25} = (25 - 7 + 1) \frac{u_7 + u_{25}}{2} = (19) \frac{u_7 + u_{25}}{2}$$

وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = -2$ وحدها الأول

$$u_n = u_0 + (n-0)r \text{ فان } u_0 = 4$$

$$\text{أي: } u_n = 4 + (n-0)(-2) \text{ أي: } u_n = 4 - 2n$$

$$\text{ومنه نحسب: } u_7 = 4 - 2 \times 7 = 4 - 14 = -10 \text{ و:}$$

$$u_{25} = 4 - 2 \times 25 = 4 - 50 = -46$$

وبالتالي:

$$S_2 = (19) \frac{u_7 + u_{25}}{2} = (19) \frac{-10 + (-46)}{2} = (19) \frac{-56}{2} = 19 \times -28 = -532$$

تمرين 8: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3n + 1$$

1. تحقق أن $(u_n)_{n \geq 0}$ حسابية

$$2. \text{ أحسب المجموع: } S_6 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_6$$

(الجواب 1):

$$u_{n+1} - u_n = (3(n+1) + 1) - (3n + 1) = (3n + 3 + 1) - (3n + 1) = 3$$

اذن: $u_{n+1} - u_n = 3 = r$ ومنه $(u_n)_{n \geq 0}$ حسابية

$$(2) \quad S_6 = u_1 + u_2 + \dots + u_6 = (6 - 1 + 1) \frac{u_1 + u_6}{2}$$

$$S_6 = (6) \frac{u_1 + u_6}{2} = 3(u_1 + u_6)$$

وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 3$ وحدها الأول $u_0 = 1$

$$\text{فان: } u_n = u_0 + (n-0)r$$

$$\text{أي: } u_n = 1 + 3n \text{ أي: } u_n = 1 + (n-0)3$$

$$\text{ومنه نحسب: } u_1 = 1 + 3 \times 1 = 4 \text{ و } u_6 = 1 + 3 \times 6 = 19$$

$$\text{وبالتالي: } S_6 = 3(4 + 19) = 3 \times 23 = 69$$

تمرين 9: نعتبر متتالية حسابية $(u_n)_{n \geq 0}$ أساسها $r = 2$

$$\text{وحدها الأول } u_0 = 3$$

$$1. \text{ أحسب } u_1 \text{ و } u_2 \text{ و } u_3$$

$$2. \text{ أكتب } u_n \text{ بدلالة } n$$

$$3. \text{ أحسب المجموع: } S_6 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$$

$$(1) \text{ (الجواب 1): } u_1 = u_0 + r = 3 + 2 = 5$$

$$u_2 = u_1 + r = 5 + 2 = 7$$

$$u_3 = u_2 + r = 7 + 2 = 9$$

(2) وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 2$ وحدها الأول

$$u_n = u_0 + (n-0)r \text{ فان } u_0 = 3$$

$$\text{أي: } u_n = 3 + 2(n-0) \text{ أي: } u_n = 2n + 3$$

أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

الجواب: نعوض n ب 0

$$u_{0+1} = 2 \times u_0 + 3 = 2 \times 1 + 3 = 2 + 3 = 5$$

اذن : $u_1 = 5$

نعوض n ب 1

$$u_{1+1} = 2 \times u_1 + 3 = 2 \times 5 + 3 = 10 + 3 = 13$$

اذن : $u_2 = 13$

نعوض n ب 2

$$u_{2+1} = 2 \times u_2 + 3 = 2 \times 13 + 3 = 26 + 3 = 29$$

اذن : $u_3 = 29$

ملاحظة: هذه المتتالية تسمى متتالية ترجيعيه

تمرين 16: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 2 \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 2$$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ واستنتج طبيعة المتتالية (v_n)

3. أكتب v_n بدلالة n

4. استنتج u_n بدلالة n

الجواب (1): نعوض n ب 0

$$u_{0+1} = 2 \times u_0 + 2 = 2 \times 2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

اذن : $u_1 = 6$

نعوض n ب 1

$$u_{1+1} = 2 \times u_1 + 2 = 2 \times 6 + 2 = 12 + 2 = 14$$

اذن : $u_2 = 14$

$$v_0 = u_0 + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$v_1 = u_1 + 2 = 6 + 2 = 8$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + 2}{u_n + 2} = \frac{2u_n + 2 + 2}{u_n + 2} = \frac{2u_n + 4}{u_n + 2} = \frac{2(u_n + 2)}{u_n + 2} = 2 = q$$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=2$ وحدها الأول $v_0 = 4$

(3) كتابة v_n بدلالة n

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=2$ وحدها الأول $v_0 = 4$

$$v_n = 4 \times 2^n \quad \text{أي: } v_n = v_0 \times q^n$$

(4) استنتاج u_n بدلالة n

$$\text{لدينا: } v_n = u_n + 2 \quad \text{اذن: } v_n - 2 = u_n$$

$$\text{أي: } u_n = 4 \times 2^n - 2$$

تمرين 17: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{1}{2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

$$u_n = 1 \quad \text{يعني} \quad 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n = 1 \quad \text{يعني} \quad 81 \times \frac{1}{3^n} = 1$$

$$\frac{81}{3^n} = 1 \quad \text{يعني} \quad 81 = 3^n \quad \text{يعني} \quad n = 4$$

تمرين 13: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول

$$u_0 = 5 \quad \text{و} \quad u_3 = 40$$

1. تحقق أن أساس المتتالية (u_n) هو $q = 2$

2. أكتب u_n بدلالة n

3. أحسب u_4

4. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n = 160$

الأجوبة: (1) نعلم أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية اذن :

$$\text{اذن: } u_3 = u_0 q^{3-0} = 5q^3 = 40 \quad \text{يعني: } q^3 = \frac{40}{5} = 8 \quad \text{يعني: } q = 2$$

$$q^3 = 8 \quad \text{يعني: } q = 2$$

$$(2) \quad u_n = 5 \times (2)^n$$

$$(3) \quad u_1 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{81}{3} = 27 \quad \text{و} \quad u_2 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{81}{9} = 9$$

$$u_4 = 5 \times (2)^4 = 5 \times 16 = 80$$

$$(4) \quad u_1 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{81}{3} = 27 \quad \text{و} \quad u_2 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{81}{9} = 9$$

$$u_5 = 2 \times u_4 = 2 \times 80 = 160$$

ومنه : $n = 5$

تمرين 14: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_0 = 2 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = 3 \times u_n$$

1. تحقق أن $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية

2. عبر عن U_n بدلالة n

3. أحسب المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_5$

الجواب (1):

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3 \times u_n}{u_n} = 3 = q$$

اذن: المتتالية هندسية أساسها $q=3$ وحدها الأول $u_0 = 2$

(2) $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها $q=3$ وحدها الأول $u_0 = 2$

$$\text{اذن: } u_n = u_0 q^{n-0} = 2 \times 3^n$$

أي:

$$u_n = 2 \times (3)^n = 2^1 \times (3)^n = (3)^{n+1}$$

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_5 = u_1 \times \frac{1 - q^{5+1}}{1 - q} = u_1 \times \frac{1 - q^6}{1 - q} = 2 \times \frac{1 - 3^6}{1 - 3} = 2 \times \frac{1 - 729}{-2} = 728$$

نحسب: u_1

$$u_1 = 3^{1+1} = 3^2 = 9$$

$$S_n = 9 \times \frac{1 - 3^6}{1 - 3} = 9 \times \frac{1 - 729}{-2} = 9 \times \frac{-728}{-2} = 9 \times 364 = 3276$$

تمرين 15: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بالعلاقة التكرارية

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = 4$

(3) كتابة v_n بدلالة n

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = 4$

فان: أي: $v_n = v_0 \times q^n$ أي: $v_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n = u_n + 1$ اذن: $v_n - 1 = u_n$

أي: $u_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$

$S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ (4)

$$S_n = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 3 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} = 3 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}} = 6 \times \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$$

لدينا: $v_n = u_n - 2$ اذن: $v_n + 2 = u_n$ أي: $u_n = -3 \left(\frac{3}{2}\right)^n + 2$

فان: $v_n = (-3) \times \left(\frac{3}{2}\right)^n$

استنتاج u_n بدلالة n

تمرين 19: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3 \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

كالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 6$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

(الجواب:1) نعوض $n=0$

فنج: $u_{0+1} = \frac{1}{2} \times u_0 - 3 = \frac{1}{2} \times 2 - 3 = 1 - 3 = -2$ اذن: $u_1 = -2$

نعوض $n=1$ فنجد :

$u_2 = -\frac{15}{4}$ اذن: $u_{1+1} = \frac{1}{2} \times u_1 - 3 = \frac{1}{2} \times (-2) - 3 = -1 - 3 = -4$

: نعوض $n=0$ فنجد: $v_0 = u_0 + 6 = 2 + 6 = 8$

نعوض $n=1$ فنجد: $v_1 = u_1 + 6 = -2 + 6 = 4$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + 6}{u_n + 6} = \frac{\frac{1}{2}u_n - 3 + 6}{u_n + 6} = \frac{\frac{1}{2}u_n + 3}{u_n + 6} = \frac{\frac{1}{2}u_n + 3}{\frac{1}{2}u_n + 3} = \frac{1}{2} = q \quad (2)$$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

وحدها الأول $v_0 = 8$

(3) كتابة v_n بدلالة n

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 1$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

4. أحسب بدلالة n المجموع: $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

(الجواب:1) نعوض $n=0$

فنج: $u_{0+1} = \frac{1}{2} \times u_0 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 3 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

اذن: $u_1 = 1$

نعوض $n=1$ فنجد :

$u_2 = -\frac{9}{4}$ اذن: $u_{1+1} = \frac{1}{2} \times u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

نعوض $n=0$ فنجد: $v_0 = u_0 + 1 = 3 + 1 = 4$

نعوض $n=1$ فنجد: $v_1 = u_1 + 1 = 1 + 1 = 2$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + 1}{u_n + 1} = \frac{\frac{1}{2}u_n - \frac{1}{2} + 1}{u_n + 1} = \frac{\frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2}}{u_n + 1} = \frac{\frac{1}{2}(u_n + 1)}{u_n + 1} = \frac{1}{2} = q \quad (2)$$

تمرين 18: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n - 1 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

كالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 2$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

(الجواب:1) نعوض $n=0$ فنجد:

$u_1 = -\frac{5}{2}$ اذن: $u_{0+1} = \frac{3}{2} \times u_0 - 1 = \frac{3}{2} \times (-1) - 1 = -\frac{3}{2} - 1 = -\frac{3}{2} - \frac{2}{2} = -\frac{5}{2}$

نعوض $n=1$ فنجد :

$u_2 = -\frac{15}{4}$ اذن: $u_{1+1} = \frac{3}{2} \times u_1 - 1 = \frac{3}{2} \times \left(-\frac{5}{2}\right) - 1 = -\frac{15}{4} - 1 = -\frac{15}{4} - \frac{4}{4} = -\frac{19}{4}$

: نعوض $n=0$ فنجد: $v_0 = u_0 - 2 = -1 - 2 = -3$

نعوض $n=1$ فنجد: $v_1 = u_1 - 2 = -\frac{5}{2} - 2 = -\frac{5}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{9}{2}$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} - 2}{u_n - 2} = \frac{\frac{3}{2}u_n - 1 - 2}{u_n - 2} = \frac{\frac{3}{2}u_n - 3}{u_n - 2} = \frac{\frac{3}{2}u_n - 3}{\frac{3}{2}u_n - 3} = \frac{3}{2} = q \quad (2)$$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{2}$ وحدها الأول $v_0 = 4$

(3) كتابة v_n بدلالة n

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{2}$ وحدها الأول

$v_0 = -3$

$$u_{1+1} = \frac{2}{3} \times u_1 = \frac{2}{3} \times \frac{23}{3} + 1 = \frac{46}{9} + 1 = \frac{46}{9} + \frac{9}{9} = \frac{55}{9}$$

$$u_2 = \frac{55}{9}$$

$$v_0 = u_0 - 3 = 10 - 3 = 7$$

$$v_1 = u_1 - 3 = \frac{23}{3} - 3 = \frac{23}{3} - \frac{9}{3} = \frac{14}{3}$$

$$v_2 = u_2 - 3 = \frac{55}{9} - 3 = \frac{55}{9} - \frac{27}{9} = \frac{28}{9}$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} - 3}{u_n - 3} = \frac{\frac{2}{3}u_{n+1} - 3}{u_n - 3} = \frac{\frac{2}{3}u_n + 1 - 3}{u_n - 3} = \frac{\frac{2}{3}u_n - 2}{u_n - 3} = \frac{\frac{2}{3}(u_n - 3)}{u_n - 3} = \frac{2}{3} = q$$

$$v_0 = 7$$

$$v_n = 7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$v_0 = 7$$

$$v_n = 7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$v_n = 7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$v_n = 7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$u_n = 7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$$

$$\frac{1}{2} = q$$

$$v_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$u_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$$

$$u_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$$

$$u_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 10 \end{cases}$$

$$v_n = u_n - 3$$

$$\forall n \in \mathbb{N}$$

$$v_1 = u_1 - 3 = \frac{23}{3} - 3 = \frac{14}{3}$$

$$v_2 = u_2 - 3 = \frac{55}{9} - 3 = \frac{28}{9}$$

$$v_n = u_n - 3$$

$$v_n = u_n - 3$$

$$u_{0+1} = \frac{2}{3} \times u_0 + 1 = \frac{2}{3} \times 10 + 1 = \frac{20}{3} + 1 = \frac{20}{3} + \frac{3}{3} = \frac{23}{3}$$

$$u_1 = \frac{23}{3}$$

$$u_1 = \frac{23}{3}$$