هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تصحيح الفرض المحروس رقم 3 B

تمرين1: (8ن) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب: $f(x)=\dfrac{3x-1}{x-2}$

1. حدد حيز تعريف الدالة f.
2. أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$
3. أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.
4. املأ الجدول التالي :

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

الأجوبة :

1) حيز تعريف الدالة f هو: $D=\{x\in\mathbb{R}/x-2\neq 0\}=\mathbb{R}-\{2\}$

و منه $D=]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x}{x}=3$

و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x}{x}=3$

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x-1}{x-2}=+\infty$

لأن : $\lim\limits_{x\to 2^+} 3x-1=5$ و $\lim\limits_{x\to 2^+} x-2=0^+$ حسب الجدول التالي :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$	

و $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x-1}{x-2}=-\infty$

لأن : $\lim\limits_{x\to 2^-} 3x-1=5$ و $\lim\limits_{x\to 2^-} x-2=0^-$

3)

$$f'(x)=\left(\frac{3x-1}{x-2}\right)'=\frac{(3x-1)'\times(x-2)-(3x-1)\times(x-2)'}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{3\times(x-2)-(3x-1)\times 1}{(x-2)^2}=\frac{(3x-6)-(3x-1)}{(x-2)^2}=\frac{-5}{(x-2)^2}$$

يعني: $(\forall x\in D) f'(x)<0$

جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	3	↘	‖	↘	3
			$+\infty$		$-\infty$

4)

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	4/3	1/2	-2		8	11/2	14/3

تمرين2: (12ن) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة g المعرفة ب: $g(x)=\ln x+2$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة g
2. علما أن : $\ln(2)\simeq 0,7$ و $\ln(5)\simeq 1,6$

أحسب $g(1)$ و $g(4)$ و $g(10)$ و $g\left(\frac{1}{5}\right)$ و $g(e)$ و $g(e^2)$ و $g\left(\frac{1}{e}\right)$

3. أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$ وأدرس اشارتها
4. أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$
5. حدد جدول تغيرات الدالة g

الأجوبة :

1) مجموعة تعريف الدالة f هي $]0,+\infty[$

2) $g(1)=\ln(1)+2=0+2=2$

$g(4)=\ln(4)+2=\ln(2^2)+2=2\ln(2)+2\simeq 2\times 0.7+2\simeq 1.4+2\simeq 3.4$

$g(10)=\ln(10)+2=\ln(2\times 5)+2=\ln(2)+\ln(5)+2\simeq 0.7+1.6+2\simeq 2.3+2\simeq 4.3$

$g\left(\frac{1}{5}\right)=\ln\left(\frac{1}{5}\right)+2=-\ln 5+2\simeq -1.6+2=0.4$

$g(e)=\ln(e)+2=1+2=3$

$g(e^2)=\ln e^2+2=2\ln e+2=2\times 1+2=4$

$g\left(\frac{1}{e}\right)=\ln\left(\frac{1}{e}\right)+2=-\ln e+2=-1+2=1$

حساب $g'(x)$:

3) $g'(x)=(\ln(x)+2)'=(\ln(x))'+(2)'=\dfrac{1}{x}>0$

لأن x موجب قطعا.

4) حساب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$:

لدينا $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln(x)=-\infty$ اذن $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=-\infty$.

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$:لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$

اذن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.

5)

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	
$g(x)$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma