

تصحيح الفرض المحروس رقم 3 A

تمرين 1:

(8ن) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة العددية g المعرفة ب: $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$

- حدد حيز تعريف الدالة f .
- أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .
- أملأ الجدول التالي:

x	-1	0	2	3	4	5	6
$f(x)$							

(الأجوبة: 1)

1) حيز تعريف الدالة f هو: $D = \{x \in \mathbb{R} / x-3 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{3\}$

و منه $D =]-\infty, 3[\cup]3, +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1}{x-3} = +\infty$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow 3^+} x-3 = 0^+$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} 2x-1 = 5$ حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$x-3$	$-$	0	$+$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1}{x-3} = -\infty$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow 3^-} x-3 = 0^-$ و $\lim_{x \rightarrow 3^-} 2x-1 = 5$

(3)

$$f'(x) = \left(\frac{2x-1}{x-3} \right)' = \frac{(2x-1)' \times (x-3) - (2x-1) \times (x-3)'}{(x-3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2 \times (x-3) - (2x-1) \times 1}{(x-3)^2} = \frac{(2x-6) - (2x-1)}{(x-3)^2} = \frac{-5}{(x-3)^2}$$

يعني: $(\forall x \in D) f'(x) < 0$

جدول تغيرات الدالة:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	2	$-\infty$	2

(4)

x	-1	0	2	3	4	5	6
$f(x)$	3/4	1/3	-3		7	9/2	11/3

تمرين 2:

(12ن) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة g المعرفة ب: $g(x) = \ln x + 1$

- حدد مجموعة تعريف الدالة g
- علما أن: $\ln(2) \approx 0,7$ و $\ln(3) \approx 1,1$ أحسب $g(1)$ و $g(4)$ و $g(6)$ و $g\left(\frac{1}{3}\right)$ و $g(e)$ و $g(e^2)$ و $g\left(\frac{1}{e}\right)$
- أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$ وأدرس اشارتها

4. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

(الأجوبة: 1)

1) مجموعة تعريف الدالة g هي $]0, +\infty[$

$$g(1) = \ln(1) + 1 = 0 + 1 = 1$$

$$g(4) = \ln(4) + 1 = \ln(2^2) + 1 = 2\ln(2) + 1 \approx 2 \times 0,7 + 1 = 1,4 + 1 \approx 2,4$$

$$g(6) = \ln(6) + 1 = \ln(2 \times 3) + 1 = \ln(2) + \ln(3) + 1 \approx 0,7 + 1,1 + 1 \approx 1,8 + 1 \approx 1,8$$

$$g\left(\frac{1}{3}\right) = \ln\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = -\ln 3 + 1 \approx -1,1 + 1 = -0,1$$

$$g(e) = \ln(e) + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$g(e^2) = \ln(e^2) + 1 = 2\ln e + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3$$

$$g\left(\frac{1}{e}\right) = \ln\left(\frac{1}{e}\right) + 1 = -\ln e + 1 = -1 + 1 = 0$$

حساب $g'(x)$:

$$g'(x) = (\ln(x) + 1)' = (\ln(x))' + (1)' = \frac{1}{x} > 0$$

لأن x موجب قطعاً.

4) حساب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$:

لدينا $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$ إذن $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$

حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$: لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$

إذن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

(5)

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$