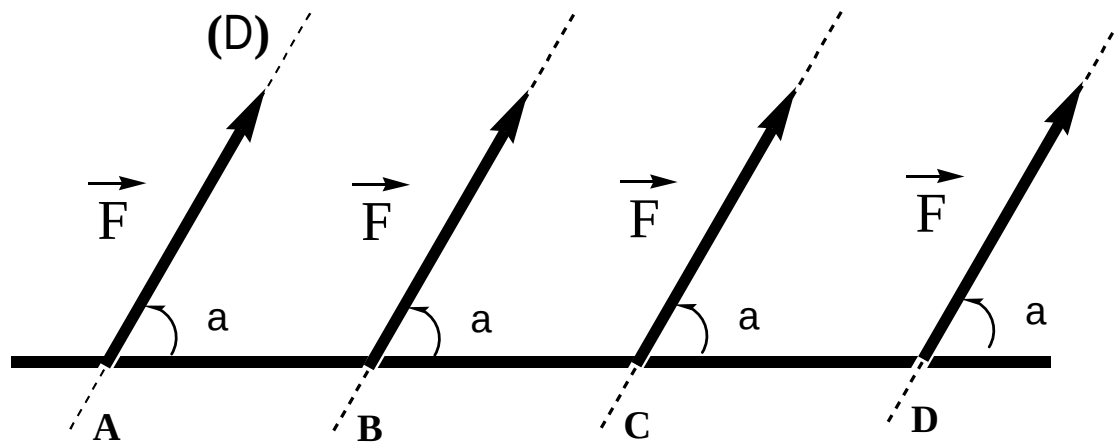




Travail et puissance d'une force constante

I) Travail d'une force constante en translation rectiligne :

1) Définition d'une force constante



On dit qu'une force $\vec{F}$ est constante ; si son vecteur garde :

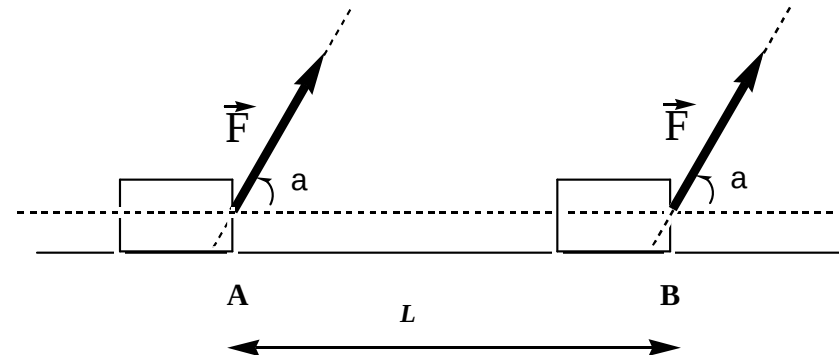
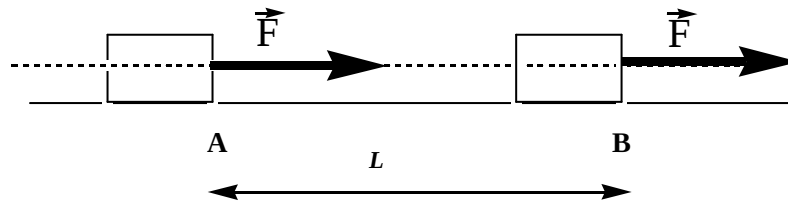
- ✓ Même direction.
- ✓ Même sens.
- ✓ Même intensité.

Exemple : Le poids d'un corps solide , la réaction du sol sur le corps (s)

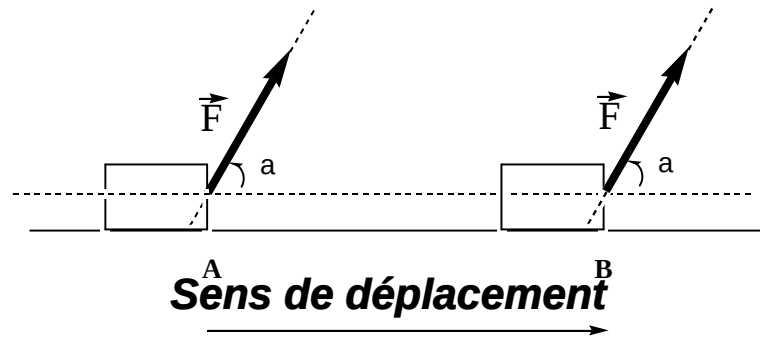
2) Notion de travail d'une force :

En physique, le travail est une notion liée aux *forces* et aux *déplacements* de leurs points d'application.

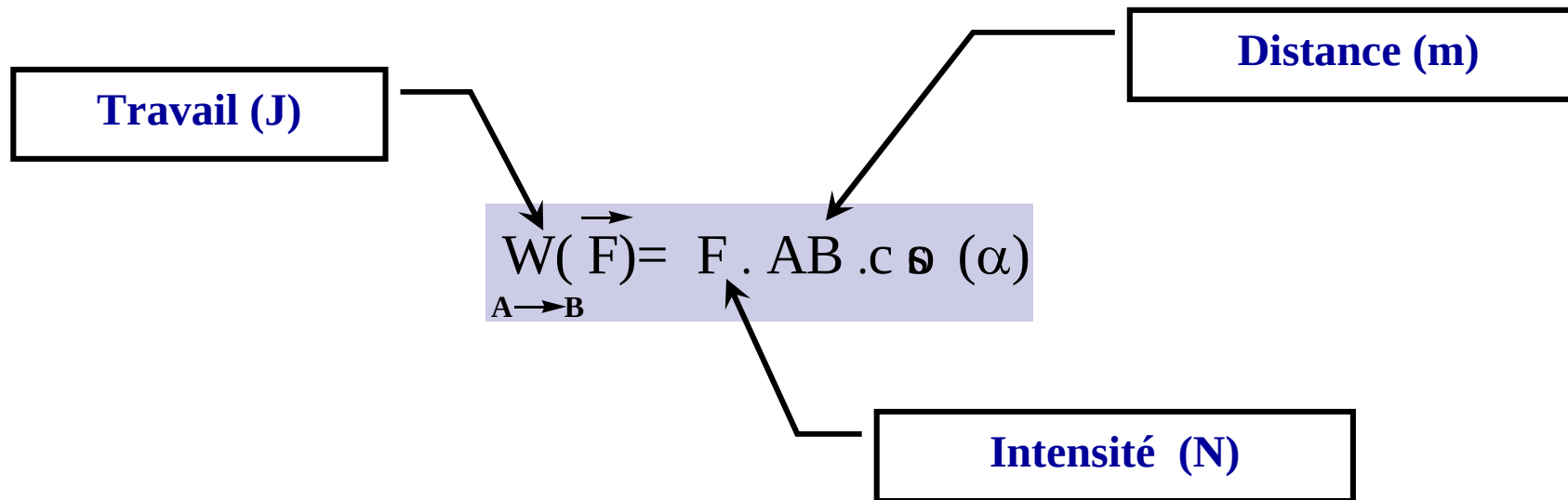
On dit qu'une force travaille, quand son point d'application se déplace.



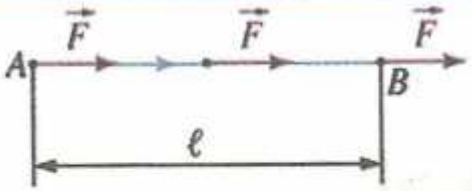
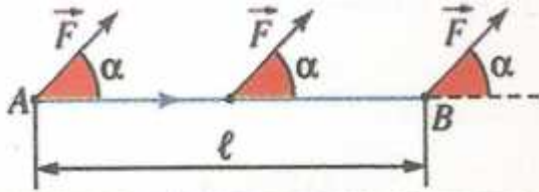
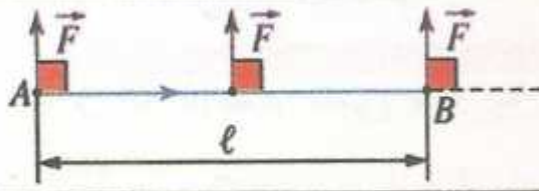
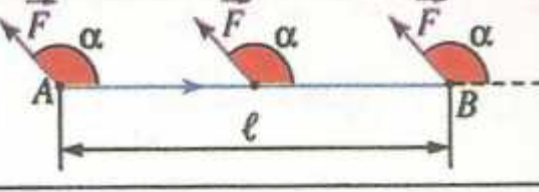
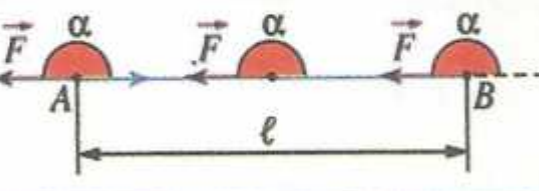
3) Expression du travail d'une force :



$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

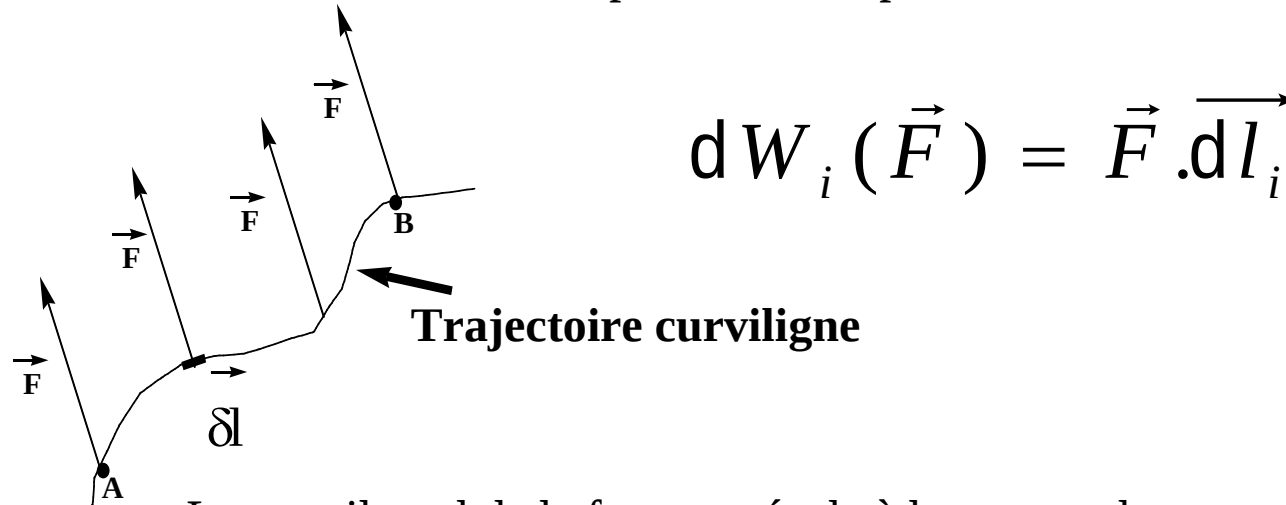


Résumé:

$\alpha = 0$		$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = +F\ell$ Travail moteur
$0 < \alpha < 90^\circ$		$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F\ell \cos \alpha$ $W_{A \rightarrow B} > 0$ Travail moteur
$\alpha = 90^\circ$		$W_{A \rightarrow B}(F) = 0$ Travail nul
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$		$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F\ell \cos \alpha$ $W_{A \rightarrow B} < 0$ Travail résistant
$\alpha = 180^\circ$		$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -F\ell$ Travail résistant

II) Travail d'une force constante en translation curviligne :

On découpe la trajectoire en petit segment δl infiniment petit. On note par $dW_i(\vec{F})$ le travail élémentaire correspondant au déplacement $d\vec{l}_i$:



Le travail total de la force est égale à la somme des travaux élémentaire

$$\sum dW_i(\vec{F}) = \sum \vec{F} \cdot d\vec{l}_i = \vec{F} \cdot \sum d\vec{l}_i$$

Donc :

$$W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}_{A \rightarrow B}$$

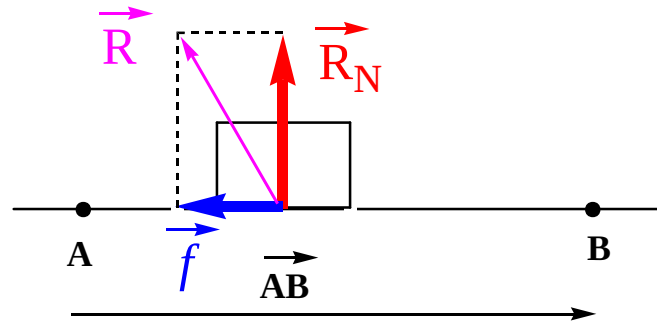
III) Travail d'un ensemble de force :

Le travail d'un ensemble de force $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \dots; \vec{F}_n$ appliquer à un même solide en translation est égale au produit scalaire de l'ensemble de vecteurs par le même vecteur déplacement

$$W_{A \rightarrow B} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n) \cdot \vec{AB}$$

$$W_{A \rightarrow B} = \vec{F}_1 \cdot \vec{AB} + \vec{F}_2 \cdot \vec{AB} + \dots + \vec{F}_n \cdot \vec{AB} = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_1) + W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_2) + \dots + W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_n)$$

Exemple :



$$\vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_N$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = (\vec{f} + \vec{R}_N) \cdot \vec{AB} = \vec{f} \cdot \vec{AB} + \vec{R}_N \cdot \vec{AB}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N)$$

IV) Applications :

1) Le travail de $\vec{P}$ poids d'un solide

■ Cas N°1:

$$W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{G_1 G_2} \quad (1)$$

$$\vec{G_1 G_2} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

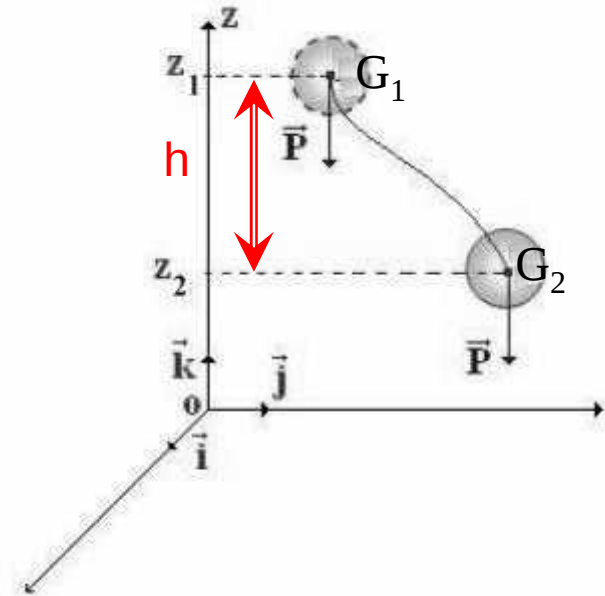
$$\vec{P} = P_x \cdot \vec{i} + P_y \cdot \vec{j} + P_z \cdot \vec{k} \Rightarrow \vec{P} = -m \times g \cdot \vec{k}$$

Donc :

$$W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot \vec{k} \cdot (z_2 - z_1) \cdot \vec{k}$$

$$W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_1 - z_2) = m \cdot g \cdot h$$

$$W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot h$$



Conclusion :

- ❑ le travail du poids ne dépend pas de la position de départ » ni de la position d'arrivée
- ❑ A la descente travail du poids est moteur : $W(\vec{P})_{G_1 \rightarrow G_2} > 0$

$$W(\vec{P})_{G_1 \rightarrow G_2} = m.g.h$$

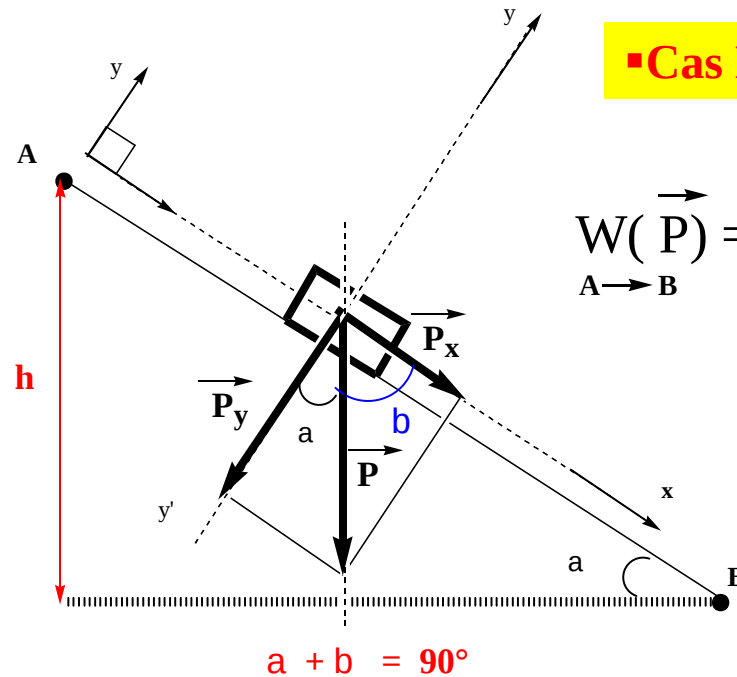
- ❑ A la montée travail du poids est résistant : $W(\vec{P})_{G_1 \rightarrow G_2} < 0$

$$W(\vec{P})_{G_1 \rightarrow G_2} = -m.g.h$$

Donc :

$$W(\vec{P})_{G_1 \rightarrow G_2} = \pm m.g.h$$

▪ Cas N°2: méthode 1



$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \cdot AB \cdot \cos(\beta)$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB \cdot \sin(\alpha)$$

$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = m \cdot g \cdot h$$

$$h = AB \cdot \sin(\alpha)$$

$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = m \cdot g \cdot AB \cdot \sin(\alpha)$$

■ Cas N°2: méthode 2

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} \quad \text{avec} \quad \vec{P} = \vec{P}_X + \vec{P}_Y$$

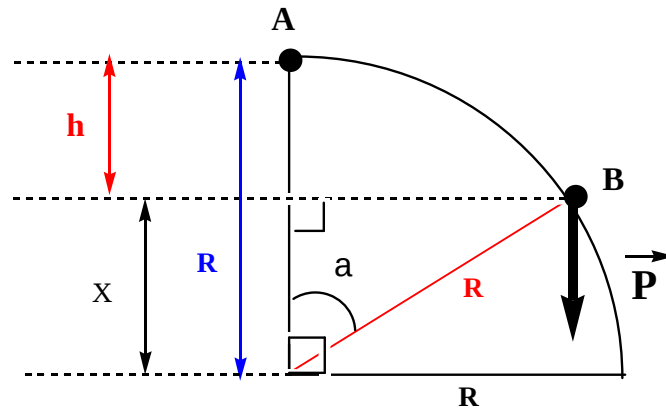
$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = (\vec{P}_X + \vec{P}_Y) \cdot \vec{AB} = \vec{P}_X \cdot \vec{AB} + \vec{P}_Y \cdot \vec{AB} \quad = 0$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P}_X \cdot \vec{AB}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{P_X}{P} \quad \Rightarrow \quad P_X = P \cdot \sin(\alpha)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot AB \cdot \sin(\alpha)$$

■ Cas N°3:



$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = m \cdot g \cdot h$$

$$h = R - X \quad X = R \cdot \cos(\alpha)$$

Donc

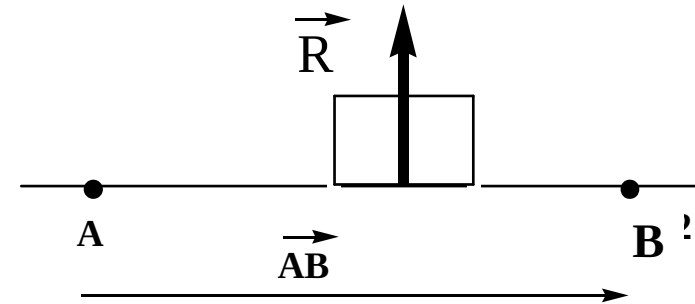
$$h = R \cdot (1 - \cos(a))$$

$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = m \cdot g \cdot R \cdot (1 - \cos(a))$$

2) Le travail de $\vec{R}$ action du plan

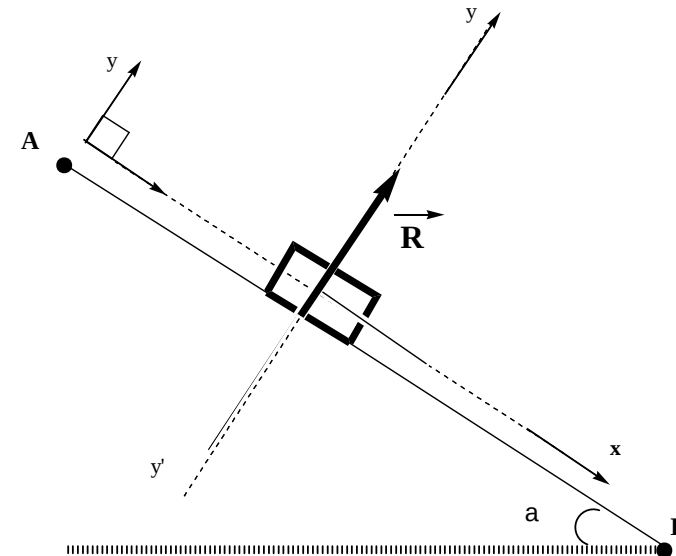
2-1/ sans frottement

■ Cas d'un plan horizontal



$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB} = R \cdot AB \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

■ Cas d'un plan incliné



$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB} = R \cdot AB \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

■ Cas d'un plan curviligne

$$W(\vec{R})_{A \rightarrow B} = \vec{R} \cdot \vec{AB} = 0$$

2-2/ Avec frottement

Coefficient de frottement

$$k = \tan(j) = \frac{f}{R_N}$$

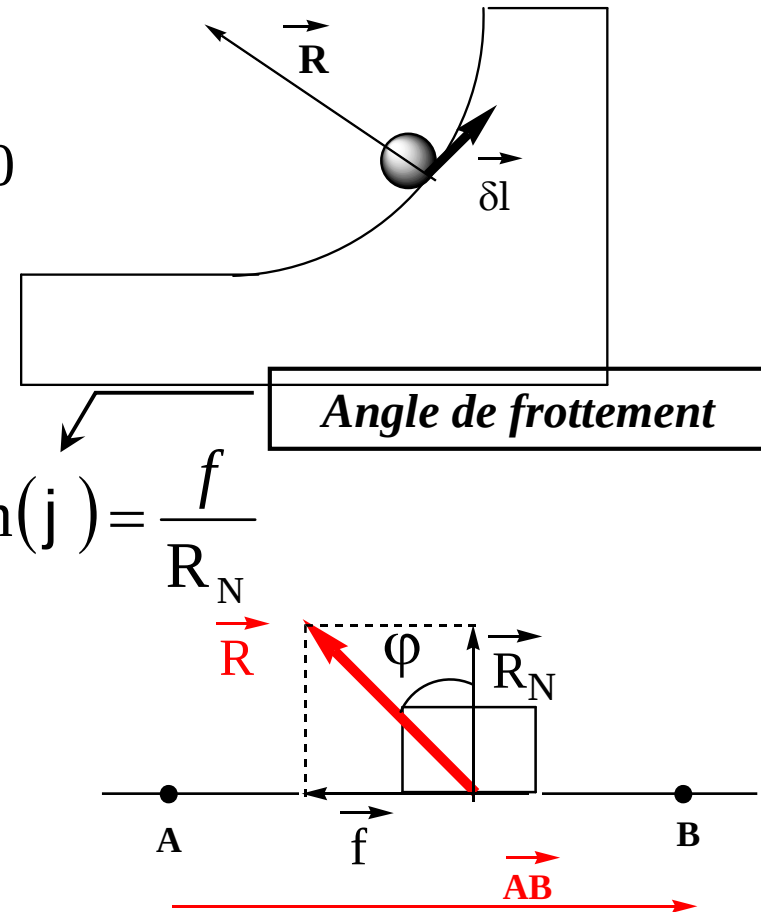
■ Cas d'un plan horizontal

$$W(\vec{R})_{A \rightarrow B} = \vec{R} \cdot \vec{AB} = (\vec{R}_N + \vec{f}) \cdot \vec{AB}$$

Travail résistant

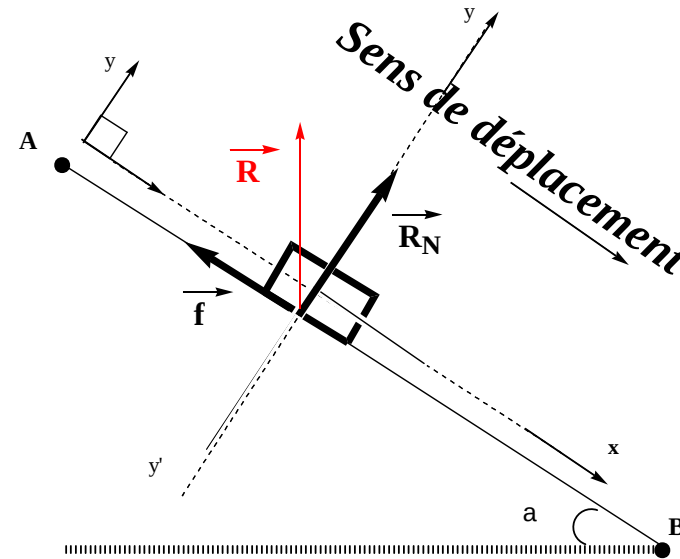
$$W(\vec{R})_{A \rightarrow B} = \vec{R}_N \cdot \vec{AB} + \vec{f} \cdot \vec{AB} = -f \cdot AB$$

$$W(\vec{R})_{A \rightarrow B} = -f \cdot AB$$

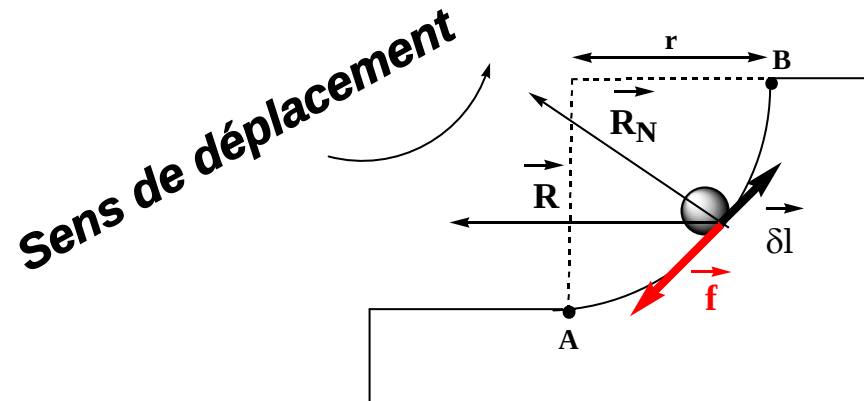


■ Cas d'un plan incliné

$$W(\vec{R})_{A \rightarrow B} = -f \cdot AB$$

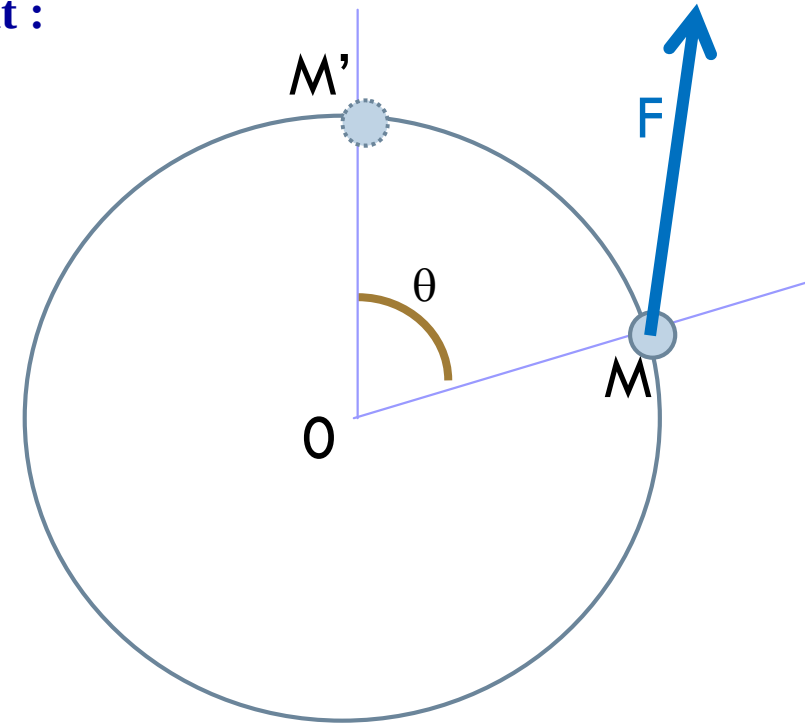


■ Cas d'un plan curviligne



$$W(\vec{R})_{A \rightarrow B} = -f \cdot \widehat{AB} = -f \cdot r \cdot \theta$$

V) Travail d'une force de moment constant :



Moment (N.m)

$$W(\vec{F}) = M(\vec{F}) \cdot \theta$$

Travail (J)

Angle de rotation (rad)

VI) Puissance d'une force :

□ Puissance moyenne :

La puissance moyenne d'une force est le quotient du travail de cette force par la durée Δt pour réaliser ce travail.

$$P_m = \frac{W}{\Delta t}$$

L'unité de la puissance dans le système international est le watt

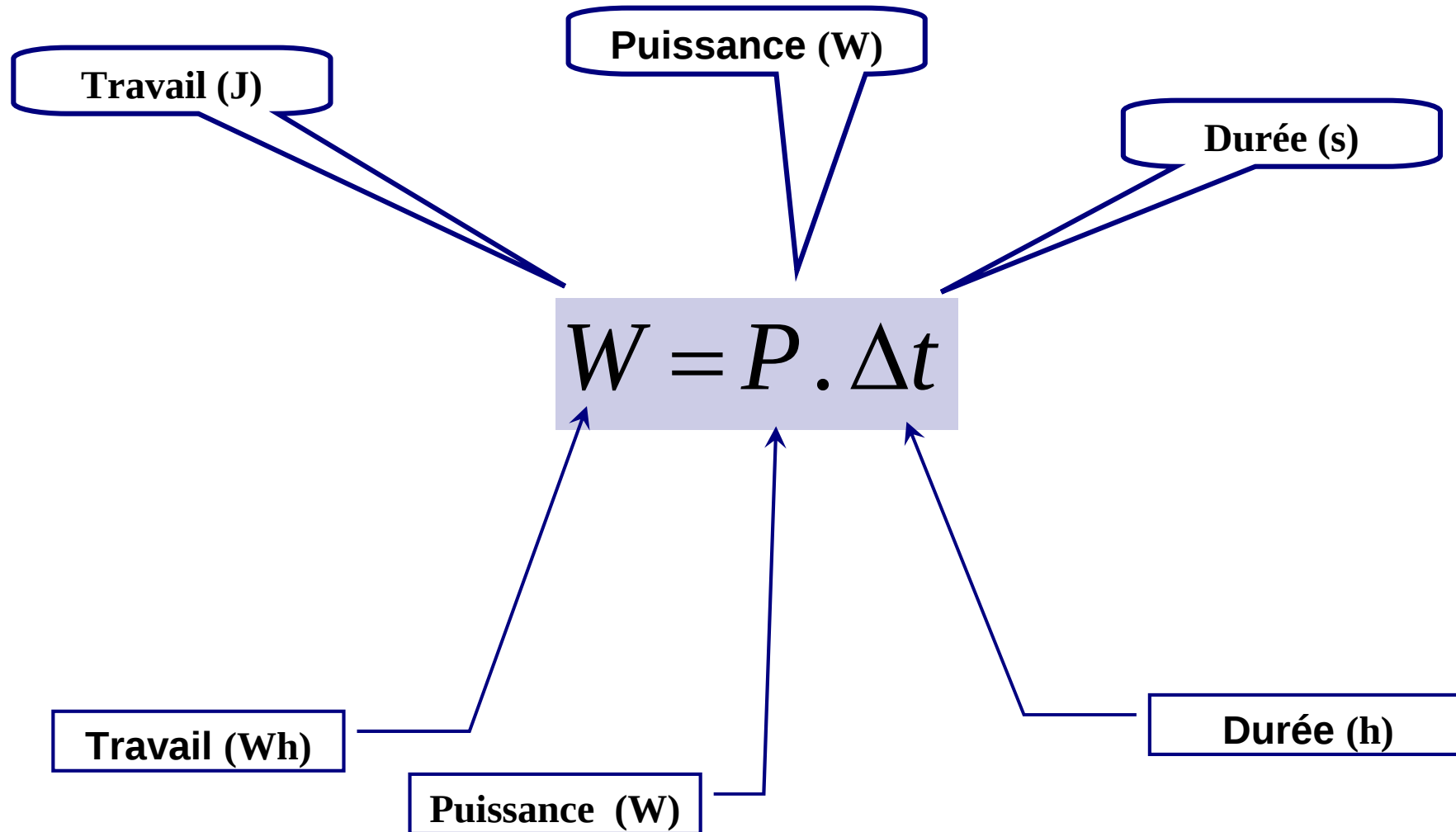
□ Puissance instantanée :

Si la force $\vec{F}$ réalise un travail élémentaire dW pendant une durée très petite dt donc la puissance instantanée de cette force :

$$P = \frac{dW}{dt}$$

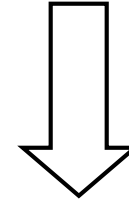
$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad \Rightarrow \quad P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} \quad \Rightarrow \quad P = \vec{F} \cdot \vec{V}$$

vitesse linéaire
m/s



VI) Puissance d'une force de moment constant :

$$P = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t} ; W(\vec{F}) = M(\vec{F}) \times \Delta \theta$$



$$P = \frac{M(\vec{F}) \times \Delta \theta}{\Delta t} = M(\vec{F}) \times \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = M(\vec{F}) \times w$$

Moment (N.m)

$$P = M(\vec{F}) \cdot w$$

Puissance (W)

Vitesse angulaire (rad/s)