

Première Partie :
Travail
mécanique et
L'énergie
 Unité 2
 6 H

Travail et puissance d'une force

شغل وقدرة قوة



1^{er} Bac Sciences Physique

I – Concept de Travail d'une force :

1 – Activité :

Identifier les **effets** ou les **changements** que ces **forces** font sur **chaque système**, que ce soit dû à la **position**, à la **vitesse** ou à l'**état physique**.

L'effet de ces forces :

- Sur la **voiture** : est le **déplacement** sous l'**action** de la **force** appliquée par la **personne**.
- Sur le **volant** : est la **rotation** sous l'**action** de la **force** de la **main**.
- Sur la **règle** : est le **changement de sa forme** sous l'**action de la force** appliquée par la **main**.
- Sur la **voiture de course** : est le **changement de sa vitesse** sous l'**action de la force** appliquée par les **freins**.



Main tourne un volant de voiture



Une personne pousse une voiture



Une Main appuie sur une règle déformable



Une voiture de course met les freins et émet de la fumée

2 – Conclusion :

Les **forces** appliquées à un **corps solide** qui ont des **points d'action** se déplacent, peuvent avoir des **effets mécaniques** :

- Selon la **nature de déplacement** (**translation, rotation, ...**)
- Selon les **caractéristiques de forces**.
- Selon les **propriétés** et la **nature** du **corps solide** (**indéformable, ...**).

Et parmi ces effets :

- **Déplacement** d'un **corps solide**.
- **Création** d'une **rotation** d'un **corps solide**.
- **Déformation** d'un **corps solide**.

On dit qu'une **force** appliquée à un **corps** **travaille**, si son **point d'action** se déplace, et change le mouvement de ce corps (**changement d'altitude, changement de vitesse ...**) ou change ses propriétés physiques (**augmentation de sa température, déformation ...**).

II – Travail d'une force ou d'un ensemble de forces :

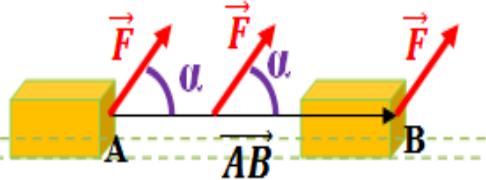
1 – Travail d'une force constante appliquée à un solide en translation :

- ⊕ On dit que la **force** est **constante** si elle maintient la **même direction**, le **même sens** et la **même intensité** tout au long du mouvement.
- ⊕ On dit qu'un corps solide est en **mouvement de translation** s'il maintient la **même orientation** dans l'espace (c-à-d les **caractéristiques** de vecteur \overrightarrow{AB} n'ont pas changé tel que A et B deux points du corps solide).

1-1 - Translation rectiligne :

Si on considère le point M d'un corps solide dans un translation soumis à la force \vec{F} et se déplace de la position A à la position B . Alors, la force \vec{F} réalise un travail égal le produit scalaire de vecteur force \vec{F} et de vecteur déplacement \overrightarrow{AB} du point d'application de cette force.

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha \quad \text{avec} \\ \alpha = (\vec{F}, \overrightarrow{AB}) \text{. Son unité dans (S.I) est : Joule J}$$



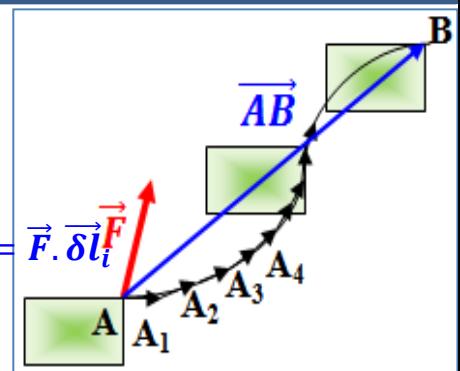
Le **joule** représente le travail d'une force constante d'intensité **1 N** lorsque son point d'application se déplace par **1 m** selon sa direction et son sens. **1 J = 1 N.m**

1-2 - Translation curviligne :

On divise la **trajectoire** en parties infinitésimales afin qu'elles puissent être considérées **linéaires**.

On exprime le **travail partiel** δW_i de la force \vec{F} pendant le **déplacement partiel** $\overrightarrow{\delta l_i} = \overrightarrow{A_i A_{i+1}}$ par la relation: $\delta W_i = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\delta l_i}$

Le **Travail totale** de la force \vec{F} lorsque son point d'application se déplace d'un point A à un point B est la **somme des travaux partiels** : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \sum \delta W_i = \vec{F} \cdot \sum \overrightarrow{\delta l_i} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$

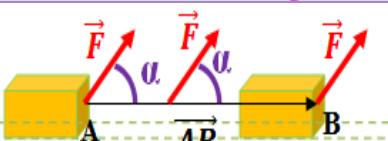


En cas de **translation curviligne**, on exprime le **travail** d'une force \vec{F} son point d'application se déplace d'un point A à un point B , par la relation : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$

Remarque : le travail d'une force n'est pas lié à la **trajectoire** de son point d'application, mais seulement à sa **position initiale et finale**.

1-3 - La nature de travail :

Le travail grandeur algébrique son signe dépend de signe de $\cos \alpha$



$$0^\circ \leq \alpha < 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha > 0$$

Alors $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) > 0$

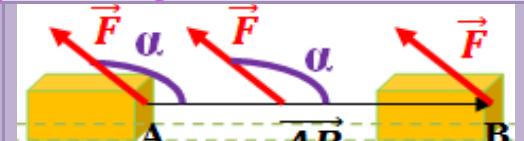
On dit : **travail moteur**



$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 0$$

Alors $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 0$

On dit : **travail nul**



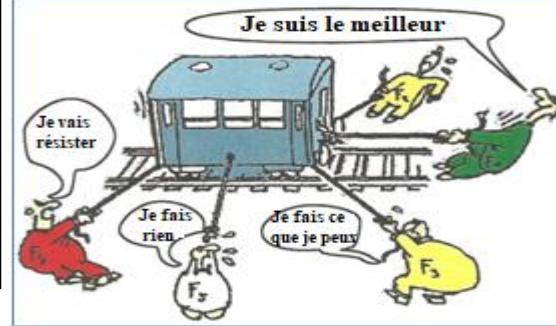
$$90^\circ \leq \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha < 0$$

Alors $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) < 0$

On dit : **travail résistant**

2 – Travail d'un ensemble de forces constantes appliquées à un solide en translation :

Le travail d'un ensemble de forces constantes ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$) appliquées à un solide en translation est égal **le produit scalaire de la somme de vecteurs des forces $\sum \vec{F}_i$ et de vecteur déplacement \overrightarrow{AB}** . $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \sum \vec{F}_i \cdot \overrightarrow{AB}$



3 – Travail de poids d'un corps :

Pour un **corps** se déplaçant près du sol, le **poids** de corps est une **force constante**.

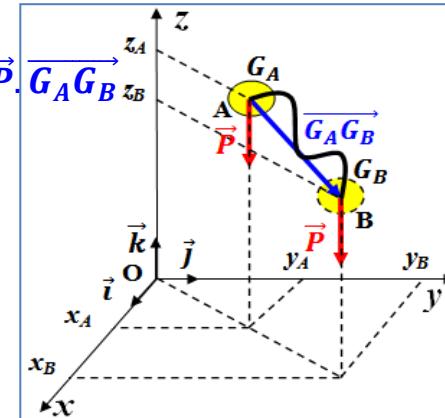
L'**expression du travail de poids d'un corps lorsque son**

centre d'inertie G se déplace de A à B est : $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{G_A G_B}$

Dans un **repère $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$** (tel que Oz dirigé vers le

haut) les **cordonnées de \vec{P} et $\overrightarrow{G_A G_B}$** sont : $\vec{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = 0 \\ P_z = -mg \end{cases}$

et $\overrightarrow{G_A G_B} \begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{cases}$ donc $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$



Remarque :

- Le **travail de poids** d'un corps est **seulement lié** à la **cote z_A** de position initiale et à la **cote z_B** de position finale, c-à-d ne dépend pas de **trajectoire suivie**.
- Si l'axe **Oz est dirigé vers le bas**, l'**expression** de **travail de poids** du corps devient : $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_B - z_A)$

Exercice d'application (Ex 4 p 35 massar)

Un enfant de masse $m = 30 \text{ Kg}$ glisse sur un plan linéaire et incliné d'un angle $\alpha = 45^\circ$ pour le plan horizontal.

1- Dessiner un schéma explicatif .

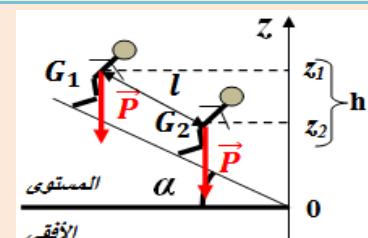
2- Calculer le travail effectué par le poids de l'enfant lorsqu'il est traversé la distance $l = 4 \text{ m}$. On donne : $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

1- voir ci-contre.

2- $W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_1 - z_2) = m \cdot g \cdot h$

Et on a $\sin \alpha = \frac{h}{l}$ alors $W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha$

Donc $W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = 30 \times 10 \times 4 \times \sin 45 = 848,53 \text{ J}$.



4 – Travail d'une force de moment constant appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe :

La formule de moment d'une force pour un **axe (Δ) perpendiculaire** avec sa **ligne d'action** est : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \pm F \cdot d$

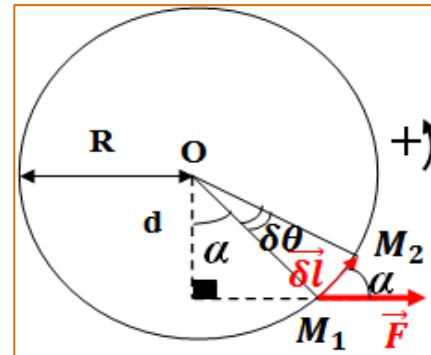
Tel que **F** l'**intensité de force** et **d** la **distance entre la ligne d'action et l'axe**.

Quand un **corps solide** tourne à un **petit angle** $\theta\delta$, le **point d'application** de la **force** traverse un **petit arc** M_1M_2 qui peut être considéré comme droite et exprimé par le **vecteur** $\delta\vec{l}$, et on peut considérer la **force** \vec{F} est **presque constante**. L'**expression** de travail partiel δW est :

$$\delta W = \vec{F} \cdot \delta\vec{l} = F \cdot \delta l \cdot \cos \alpha$$

Avec $\delta l = R \cdot \delta\theta$ et $d = R \cdot \cos \alpha$ et $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F \cdot d$.

$$\text{Donc } \delta W = F \cdot R \cdot \delta\theta \cdot \cos \alpha = F \cdot d \cdot \delta\theta = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \delta\theta$$



Le **Travail totale** de la force \vec{F} est la somme des travaux partiels :

$$W(\vec{F}) = \sum \delta W = \sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \delta\theta$$

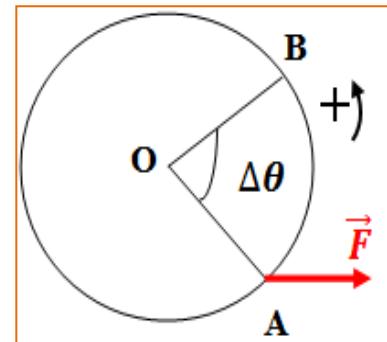
Puisque $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \text{Cte}$ donc $W(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \sum \delta\theta$

Avec $\sum \delta\theta = \Delta\theta$ alors $W(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \Delta\theta$

Le travail d'une force de moment constant par rapport à l'axe de rotation est égal le produit de moment et l'angle de rotation.

$$W(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \Delta\theta$$

$\downarrow J$ $\downarrow N.m$ $\downarrow rad$



5 – Travail d'un couple de moment constant :

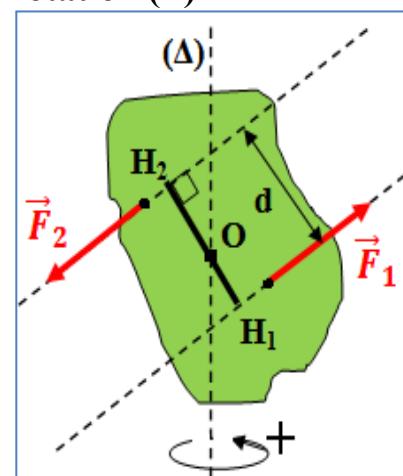
5-1- Moment d'un couple de deux forces par rapport l'axe de rotation :

Le **moment** d'un couple de deux forces par rapport à l'axe de rotation (Δ) perpendiculaire au **plan de couple** est le **produit** de l'**intensité commune** F de deux forces et la **distance** d entre ses deux lignes d'action : $\mathcal{M}_C = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \pm F \cdot d$

Généralité : Le **couple** est un **ensemble des forces coplanaire** tel que :

- ↗ La somme de ses vecteurs est **nulle**.
- ↗ Caractérisé par un **moment constant** par rapport à tout **axe de rotation** perpendiculaire à son **plan**.

5-2- Travail d'un couple de moment constant :



Pour une **rotation partielle** par un **angle** $\theta\delta$ d'un **corps solide** autour un **axe fixe** (Δ), le **travail partiel** du **couple** est : $\delta W = \mathcal{M}_C \cdot \delta\theta$.

Pour une **rotation particulière** par un **angle** $\Delta\theta$ d'un **corps solide** autour un **axe fixe** (Δ), le **travail de couple** est la **somme** des **travaux partiels** est : $W = \sum \delta W$.

Si le **moment de couple** est **constant**, la **formule de travail** devient : $W(\vec{F}) = \mathcal{M}_C \cdot \Delta\theta$

III – Puissance d'une force ou d'un ensemble des forces :

La **puissance** est une **grandeur physique** dépend du **travail** et la **durée de sa réalisation**.

1 – Puissance moyenne :

La puissance moyenne d'une force \vec{F} est le quotient de la division du travail W de cette force sur la durée nécessaire pour réaliser ce travail. $w \leftarrow P = \frac{W}{\Delta t} \rightarrow J \rightarrow s$

2 – Puissance instantanée d'une force constante ou d'ensemble des forces constantes appliquée à un solide en translation :

La puissance instantanée P d'une force constante appliquée à un solide en translation est le quotient de la division du travail partiel δW sur la durée δt infinitésimale nécessaire pour réaliser ce travail.

$$P = \frac{\delta W}{\delta t} \Rightarrow P = \vec{F} \cdot \frac{\vec{\delta l}}{\delta t} \Rightarrow P = \vec{F} \cdot \vec{V}$$

Remarque :

- ⊕ Puisque $P = F \cdot V \cdot \cos \alpha$: La puissance est une grandeur algébrique , son signe dépend de signe de $\cos \alpha$ avec $\alpha = (\vec{F}, \vec{V})$.
- ⊕ Dans le cas d'un ensemble des forces constantes appliquée à un corps solide en translation, la puissance instantanée de ces forces est égale à la somme des puissances instantanées des différentes forces : $P = \sum P_i = \sum \vec{F}_i \cdot \vec{V}_i$
Et puisque le corps est en translation, alors $\vec{V}_i = \vec{V} = \overrightarrow{Cte}$
donc $P = (\sum \vec{F}_i) \cdot \vec{V}$

3 – Puissance instantanée d'une force de moment constante appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe :

On a l'expression de la puissance instantanée est $P = \frac{\delta W}{\delta t}$

et en cas de rotation, on a : $\delta W = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \delta \theta$ donc $P = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \frac{\delta \theta}{\delta t}$

et puisque le moment est constant, alors $P = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \omega$

La puissance instantanée P d'une force de moment constant appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe, le produit du moment de cette force par rapport à l'axe et la vitesse angulaire du corps.

$$P = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \omega$$

w $N \cdot m$ $rad \cdot s^{-1}$