TD-Géométrie analytique de l'espace
EXERCICES D'APPLICATIONS
AVEC SOLUTIONS

Exercice1: Soient $B\left(\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ une base de V_3

$\vec{u}(1;-1;2)$ et $\vec{v}(-2;2;-4)$ et $\vec{w}(1;1;2)$

1)étudier la colinéarité des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

2)étudier la colinéarité des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$

Solution1 :1) $\begin{vmatrix}1 & -2\\ -1 & 2\end{vmatrix}=2-2=0$ $\begin{vmatrix}1 & -2\\ 2 & -4\end{vmatrix}=-4+4=0$

et et $\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 2 & -4\end{vmatrix}=4-4=0$ Donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

2) $\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 2 & 2\end{vmatrix}=-2-2=-4\neq 0$

Donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont non colinéaires

Exercice2 :Soit l'espace $(\mathcal{E})$ muni d'un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$; et considérons les points

$A(1;2;1)$ et $B(2;1;3)$ et $C(-1;4;-3)$ et $D(2;3;3)$

1. étudier l'alignement des points A, B et C
2. étudier l'alignement des points A, B et D

Solution2 :1) $\overrightarrow{AB}(2-1;1-2;3-1)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}(1;-1;2)$

$\overrightarrow{AC}(-1-1;4-2;-3-1)\Leftrightarrow\overrightarrow{AC}(-2;2;-4)$

$\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 2 & -4\end{vmatrix}=4-4=0$ et $\begin{vmatrix}1 & -2\\ 2 & -4\end{vmatrix}=-4+4=0$ et $\begin{vmatrix}1 & -2\\ -1 & 2\end{vmatrix}=2-2=0$

Donc A, B et C sont alignés

2) $\overrightarrow{AB}(2-1;1-2;3-1)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}(1;-1;2)$

$\overrightarrow{AD}(2-1;3-2;3-1)\Leftrightarrow\overrightarrow{AD}(1;1;2)$

$\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 2 & 2\end{vmatrix}=-2-2=-4\neq 0$ Donc A, B et D ne sont pas alignés

Exercice :Soit l'espace $(\mathcal{E})$ muni d'un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$; et considérons les points

A (1, −2,1) ; B (−1,0,1) ; C (0,1,0) et E (7,6,1)

1. Vérifier que les points A, B et C sont non alignés

Que pouvez-vous dire des points A, B et E.

2. Déterminer le point D pour que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.
3. Déterminer le centre de ce parallélogramme.

Exercice3: $B\left(\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ une base et Soient

$\vec{u}(2;-4;3)$ et $\vec{v}(-1;1;2)$ et $\vec{w}(3;1;-1)$

Trois vecteurs

Est-ce que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires ?

Solution3 :

$$\det\left(\vec{u};\vec{v};\vec{w}\right)=\begin{vmatrix}2 & -1 & 3\\ -4 & 1 & 1\\ 3 & 2 & -1\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{vmatrix}-(-4)\begin{vmatrix}-1 & 3\\ 2 & -1\end{vmatrix}+3\begin{vmatrix}-1 & 3\\ 1 & 1\end{vmatrix}$$

$$\det\left(\vec{u};\vec{v};\vec{w}\right)=2(-1-2)+4(1-6)+3(-1-3)=-38\neq 0$$

Donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont non coplanaires

Exercice4 : Considérons les vecteurs

$\vec{u}(2m+1;3;2-m)$ et $\vec{v}(-1;2;3)$ et $\vec{w}(-3;1;2)$

déterminer le réel m pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$ soient coplanaires.

Solution4: $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires ssi

$$\det\left(\vec{u};\vec{v};\vec{w}\right)=0$$

$$\det\left(\vec{u};\vec{v};\vec{w}\right)=\begin{vmatrix}2m+1 & -1 & -3\\ 3 & 2 & 1\\ 2-m & 3 & 2\end{vmatrix}=(2m+1)\begin{vmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{vmatrix}-3\begin{vmatrix}-1 & -3\\ 3 & 2\end{vmatrix}+(2-m)\begin{vmatrix}-1 & -3\\ 2 & 1\end{vmatrix}$$

Ssi $1(2m+1)-21+5(2-m)=0\Leftrightarrow -3m=10\Leftrightarrow m=-\frac{10}{3}$

Exercice5 :Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système :

$$\begin{cases}2x+y-z=2\\ x-y+3z=3\\ -x+2y+z=-1\end{cases}$$

Exercice5 : On calcul:

$$\Delta=\begin{vmatrix}2&1&-1\\1&-1&3\\-1&2&1\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}-1&3\\2&1\end{vmatrix}-1\begin{vmatrix}1&-1\\2&1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}1&-1\\-1&3\end{vmatrix}=-15\neq 0$$

On a : $\Delta\neq 0$

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}2&1&-1\\3&-1&3\\-1&2&1\end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{-25}{-15}=\frac{5}{3}$$

$$y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}2&2&-1\\1&3&3\\-1&-1&1\end{vmatrix}}{\Delta}=-\frac{2}{15}$$

$$z=\frac{\Delta_z}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}2&1&2\\1&-1&3\\-1&2&-1\end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{-12}{-15}=\frac{4}{5}$$

Donc : $S=\left\{\left(\frac{5}{3};\frac{-2}{15};\frac{4}{5}\right)\right\}$

Exercice6 : soit la droite (D)

de représentation $\begin{cases}x=-3+2k\\y=-k\\z=4+4k\end{cases}\quad(k\in\mathbb{R}):$

1)Est ce que B (3 ; 2 ; 5) appartient à (D) ?
2)déterminer un point de la droite (D) et un vecteur directeur de (D)

Solution 6:1)B (3 ; 2 ; 5) appartient à (D) si et seulement si il existe k tel que :

$$\begin{cases}3=-3+2k\\2=-k\\5=4+4k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=3\\k=-2\\k=\frac{1}{4}\end{cases}$$

Ce qui est impossible donc B n'appartient pas à (D).

2) la droite (D) passe par le point $A(-3;0;4)$

et $\vec{u}(2;-1;4)$ est un vecteur directeur de (D)

Exercice7 : soient les points $A(-1;1;0)$

et $B(2;-1;1)$ et $C(0;-1;2)$

1)Déterminer deux équations cartésiennes de la droite(AB)

2)Est-ce que point $C(0;-1;2)\in(AB)$?

Solution7 : $\overrightarrow{AB}(3;-2;1)$

Donc : $\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{1}$ les deux équations cartésiennes de la droite(AB)

On remplace les coordonnées de C dans les équations de la droite(AB)

Et puisque : $\frac{0+1}{3}\neq\frac{-1-1}{-2}$ donc $C\notin(AB)$

Exercice8 : soit la droite (D) définie par les deux équations cartésiennes :

$$\frac{2x-1}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{3-4z}{4}$$

1) déterminer un point et un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite (D)
2) déterminer une représentation paramétrique de la droite (D)

Solution8 : 1) $\frac{2x-1}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{3-4z}{4}\Leftrightarrow$

$$\frac{2\left(x-\frac{1}{2}\right)}{3}=\frac{y-(-1)}{4}=\frac{\left(z-\frac{3}{4}\right)}{-1}\Leftrightarrow$$

$$\frac{x-\frac{1}{2}}{6}=\frac{y-(-1)}{8}=\frac{\left(z-\frac{3}{4}\right)}{-2}$$

(D) la droite passant par le point $A\left(\frac{1}{2};-1;\frac{3}{4}\right)$ et

de vecteur directeur $\vec{u}(6;8;-2)$

2)une représentation est : $\begin{cases}x=\frac{1}{2}+6k\\y=-1+8k\\z=\frac{3}{4}-2k\end{cases}\quad(k\in\mathbb{R}):$

Exercice9 : déterminer une représentation paramétrique du plan passant par les points :
$A(2;-1;-3)$ et $B(0;1;4)$ et $C(-3;0;0)$

Solution9 : ABC est le plan passant par

$A(2;-1;-3)$ et $\overrightarrow{AB}(-2;2;7)$ et $\overrightarrow{AC}(-5;1;3)$

Sont deux vecteurs directeurs

Donc une représentation paramétrique du plan

ABC est : $\begin{cases}x=2-2t-5t'\\y=-1+4t+t'\\z=-3+7t+3t'\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$ et $(t'\in\mathbb{R})$

Le dernier système est une représentation paramétrique du plan (ABC)

Exercice10 : déterminer les coordonnées d'un point du plan (P) ainsi que les coordonnées de deux vecteurs directeurs du plan suivant définit par une représentation paramétrique :

$$(P)\begin{cases} x = 3 + 2t - 4s \\ y = 2 + t - s \\ z = 5t - 5s \end{cases}$$

Solution10 :

$$\begin{cases} x = 3 + 2t - 4s \\ y = 2 + t - s \\ z = 5t - 5s \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 + 2t - 4s \\ y = 2 + 1t - 1s \\ z = 0 + 5t - 5s \end{cases}$$

vous pouvez alors en déduire que c'est un plan passant par le point
A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$:

$$A\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{v}\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Exercice11 : Déterminer l'équation cartésienne du plan $P\left(A;\vec{u};\vec{v}\right)$ qui passe par $A(1;-3;1)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u}(-2;4;1)$ et $\vec{v}(-1;0;2)$

Solution11 : $M(x;y;z)\in P\left(A;\vec{u};\vec{v}\right) \Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{AM};\vec{u};\vec{v}\right)=0$

$\overrightarrow{AM}(x-1;y+3;z-1)$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-1 & -2 & -1 \\ y+3 & 4 & 0 \\ z-1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (x-1)\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - (y+3)\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (z-1)\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$8(x-1)+3(y+3)+4(z-1)=0 \Leftrightarrow 8x-8+3y+9+4z-4=0$$

$$(P): 8x+3y+4z-3=0$$

Exercice12 : Soient les droites (D_1) et (Δ_1) de représentations paramétriques respectives

$$(D_1)\begin{cases} x=-2+k \\ y=2-2k \\ z=4+k \end{cases} (k\in\mathbb{R}) \qquad (\Delta_1)\begin{cases} x=-1-t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$$

Etudier la position relatif de (Δ_1) et (D_1)

Solution12 : on a : $\vec{u}(1;-2;1)$ un vecteur directeur de (D_1) et $\vec{v}(-1;2;1)$ un vecteur directeur de (Δ_1)

et puisque : $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$ les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires donc les droites (Δ_1) et (D_1) sont non parallèles

on va déterminer l'intersection de (Δ_1) et (D_1)

Donc on va résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} -2+k=-1-t \\ 2-2k=2t \\ 4+k=1+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t+k=1 \\ t+k=1 \\ t-k=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t+k=1 \\ t-k=3 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2t=4 \\ t-k=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ k=-1 \end{cases}$ On remplaçant $t=2$ dans l'équation paramétriques de (Δ_1) On trouve :

$\begin{cases} x=-3 \\ y=4 \\ z=3 \end{cases}$ Donc les droites (Δ_1) et (D_1) se coupent en $E(-3;4;3)$

Exercice13 : Soient les droites (D_2) et (Δ_2) de représentations paramétriques respectives

$$(D_2)\begin{cases} x=1+k \\ y=-2-k \\ z=2+3k \end{cases} (k\in\mathbb{R}) \quad (\Delta_2)\begin{cases} x=2t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$$

Etudier la position relatif de (D_2) et (Δ_2)

Solution13 : on a $\vec{u}(1;-1;3)$ un vecteur directeur de (D_2) et : $\vec{v}(2;-1;1)$ un vecteur directeur de (Δ_2)

et puisque : $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$ les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires donc les droites (D_2) et (Δ_2) sont non parallèles

on va déterminer l'intersection de (Δ_1) et (D_1)

Donc on va résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 1+k=2t \\ -2-k=1-t \\ 2+3k=3+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k-2t=-1 \\ k-t=-3 \\ 3k-t=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k-2t=-1 \\ k-t=-3 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} k=-5 \\ t=-2 \end{cases}$ mais le couple $(k;t)=(-5;-2)$ ne vérifie pas l'équation $3k-t=1$

Car : $3(-5)-(-2)=-13\neq 1$
Donc le système n'admet pas de solutions
Donc les droites (Δ_1) et (D_1) sont non coplanaires

Methode2 : on a (D_2) passe par $A(1;-2;2)$ et de vecteur directeur de $\vec{u}(1;-1;3)$
et : (Δ_2) passe par $B(0;1;3)$ et de vecteur directeur de
$\overrightarrow{AB}(-1;3;1)$ on va voir si les Les vecteurs $\vec{u}(1;-1;3)$ et $\vec{v}(2;-1;1)$ et $\overrightarrow{AB}(-1;3;1)$ sont coplanaires ??

$$\det\left(\overrightarrow{AB};\vec{u};\vec{v}\right)=\begin{vmatrix}-1 & 1 & 2\\ 3 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 1\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}-1 & -1\\ 3 & 1\end{vmatrix}-3\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1 & 2\\ -1 & -1\end{vmatrix}$$

$\det\left(\overrightarrow{AB};\vec{u};\vec{v}\right)=14\neq 0$ Donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont non coplanaires
Donc les droites (Δ_1) et (D_1) sont non coplanaires

Exercice14 : Soient les droites (D_3) et (Δ_3) de représentations paramétriques respectives

$$(D_3)\begin{cases}x=1+k\\ y=-2\\ z=2-1k\end{cases}\quad(k\in\mathbb{R})\qquad(\Delta_3)\begin{cases}x=2t\\ y=1\\ z=3-2t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$$

Etudier la position relatif de (D_3) et (Δ_3)

Solution14 : on a (D_3) passe par $A(1;-2;2)$
et de vecteur directeur de $\vec{u}(1;0;-1)$
et : (Δ_3) passe par $B(0;1;3)$ et de vecteur directeur de $\vec{v}(2;0;-2)$
on peut voir que les Les vecteurs $\vec{u}(1;0;-1)$ et $\vec{v}(2;0;-2)$ sont colinéaires
Car : $\vec{v}=2\vec{u}$ Donc les droites (D_3) et (Δ_3) sont parallèles
On remarque aussi que : $A\notin(\Delta_3)$

car $\begin{cases}1=2t\\ -2=1\\ 2=3-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}=t\\ -\frac{1}{2}=t\\ 2=3-2t\end{cases}$

Donc les droites (D_3) et (Δ_3) sont strictement parallèles

Exercice15 : L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.
Soient les droites (D_3) et (D_4) de représentations paramétriques respectives

$$(D_3)\begin{cases}x=k-3\\ y=-k+3\\ z=2\end{cases}(k\in\mathbb{R})\qquad(D_4)\begin{cases}x=-2t+1\\ y=2t-1\\ z=2\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$$

Etudier la position relatif de (D_3) et (D_4)

Solution15 : on a (D_3) passe par $A(-3;3;2)$ et de vecteur directeur de $\vec{u}(1;-1;0)$
et (D_4) passe par $B(1;-1;2)$ et de vecteur directeur de $\vec{v}(-2;2;0)$
on peut voir que les Les vecteurs $\vec{u}(1;-1;0)$ et $\vec{v}(-2;2;0)$ sont colinéaires
Car : $\vec{v}=-2\vec{u}$ Donc les droites (D_3) et (D_4) Sont parallèles
On remarque aussi que :

$A\in(D_4)$ car $\begin{cases}-3=-2t+1\\ 3=2t-1\\ 2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2=t\\ 2=t\\ 2=2\end{cases}$

Donc les droites (D_3) et (D_4) sont confondues

Exercice16 : Soient les droites (D) et (D') de représentations paramétriques respectives :

$$(D)\begin{cases}x=k\\ y=1-k\\ z=3-2k\end{cases}\quad(k\in\mathbb{R})\qquad(D')\begin{cases}x=2+6k'\\ y=-3-12k'\\ z=4+3k'\end{cases}(k'\in\mathbb{R})$$

Etudier la position relatif de (D) et (D')

Solution16 :
M(x;y;z) appartient à (D) et (D') si et seulement si il existe k et k' réels tels que :

$$\begin{cases}k=2+6k'\\ 1-k=-3-12k'\\ 3-2k=4+3k'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=2+6k'\\ 1-2-6k'=-3-12k'\\ 3-2k=4+3k'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=0\\ k'=-\frac{1}{3}\\ 3-2k=4+3k'\end{cases}$$

Cette dernière égalité sert à vérifier notre résultat :
3 - 2k = 3 - 0 = 3 et 4 + 3k' = 4 - 1 = 3.

$k=0$ et $k'=-\frac{1}{3}$ donc (D) et (D') possèdent un unique point commun C

Dont les coordonnées peuvent être calculées à l'aide de k ou k' : $C(0;1;3)$

(D) et (D') sont alors contenues dans le plan (P) passant par C et de vecteurs directeurs $\vec{u}(1;-1;-2)$ et $\vec{v}(6;-12;3)$

Exercice17 : Soient la droite (D_1) de représentations paramétrique $(D_1)\begin{cases} x=-4t+2 \\ y=2t-1 \\ z=3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

et le plan (P_1) d'équation cartésienne:

$(P_1): 3x+2y+z+1=0$

Etudier la position relatif de (D_1) et (P_1)

Solution17 :

on a (D_1) est de vecteur directeur $\vec{u}(-4;2;3)$

Et on a : $3(-4)+2\times2+3\neq0$

donc (D_1)) coupe (P_1) en un point unique

on a $M(x;y;z)\in(D_1)\cap(P_1)\Leftrightarrow \exists k\in\mathbb{R}/$

$$\begin{cases} x=-4t+2 \\ y=2t-1 \\ z=3t \\ 3x+2y+z+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4t+2 \\ y=2t-1 \\ z=3t \\ 3(-4t+2)+2(2t-1)+3t+1=0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ x=-2 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases}$ donc (D_1)) coupe (P_1)

au point $A(-2;1;3)$

Exercice18 : Soient la droite (D_2) de représentations paramétrique

$(D_2)\begin{cases} x=-4+5t \\ y=-1-2t \\ z=-3+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

et le plan (P_2) d'équation cartésienne:

$(P_1): x+3y+z+4=0$

Etudier la position relatif de (D_2) et (P_2)

Solution18 :on a (D_2) est de vecteur directeur $\vec{u}(5;-2;1)$ et on a : $5+3(-2)+1=0$

donc (D_2) est parallèle a (P_2)

on va déterminer l'intersection de (D_2) et (P_2)

Donc on va résoudre le système suivant :

on a $M(x;y;z)\in(D_2)\cap(P_2)\Leftrightarrow \exists k\in\mathbb{R}/\begin{cases} x=-4+5t \\ y=-1-2t \\ z=-3+t \\ x+3y+z+4=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-4+5t \\ y=-1-2t \\ z=-3+t \\ (-4+5t)+3(-1-2t)+-3+t+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4+5t \\ y=-1-2t \\ z=-3+t \\ -6=0 \end{cases}$$

Donc le système n'admet pas de solutions

donc (D_2) ne coupe pas le plan (P_2)

Donc (D_2) strictement parallèles a (P_2)

Exercice19 :

L'espace est muni d'un repère (O; $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$)

Soient deux plans (P) et (P') d'équations cartésiennes:

$(P): 2x+y-z+2=0$ et $(P'): 3x+y+4z-1=0$

Etudier la position relatif de (P) et (P')

Solution19 : on a : $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}=-1\neq0$ donc (P) et (P') se coupent suivant une droite (D)

Déterminons une représentation paramétrique de la droite (D) intersection de (P) et (P')

(D) a pour système d'équations cartésiennes :

$M(x;y;z)\in(D)\Leftrightarrow\begin{cases} 2x+y-z+2=0 \\ 3x+y+4z-1=0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x+y=z-2 \\ 3x+y=-4z+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3z+3 \\ y=-5z-8 \end{cases}$ et on pose $(z=t)$

Donc : $(D)\begin{cases} x=3+3t \\ y=-8-5t \\ z=t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

(D) est la droite qui passe par le point $A(-3;-8;0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(3;-5;1)$

Exercice20 :

L'espace est muni d'un repère (O; $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$)

Soient deux plans (Q) et (Q') d'équations cartésiennes:

$(Q): \left(1-\sqrt{2}\right)x-\frac{\sqrt{2}}{2}y+z-\sqrt{2}=0$ et

$(Q'): \left(\sqrt{2}-2\right)x-y+\sqrt{2}z-2=0$

Etudier la position relatif de (Q) et (Q')

Solution20 : on a : $\begin{vmatrix} 1-\sqrt{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{2}-2 & -1 \end{vmatrix} = 0$ et

$\begin{vmatrix} 1-\sqrt{2} & 1 \\ \sqrt{2}-2 & \sqrt{2} \end{vmatrix} = 0$ et $\begin{vmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ -1 & \sqrt{2} \end{vmatrix} = 0$

donc (Q) // (Q')

et puisque : $-\sqrt{2} \neq -2$

(Q) et (Q') sont strictement parallèles

Exercice21 : Soient les plans (P) et (Q) d'équations cartésiennes respectives :

$(P): x-y-3z-2=0 \quad (Q): 2x+y+z-1=0$

Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) intersection de (P) et de (Q).

Solution21 : (D) a pour système d'équations cartésiennes :

$$\begin{cases} x-y-3z-2=0 \\ 2x+y+z-1=0 \end{cases}$$

Il va donc falloir être capable de passer de ce système à une représentation paramétrique:

$$\begin{cases} x-y-3z-2=0 \\ 2x+y+z-1=0 \end{cases}$$

Une technique consiste à prendre une des coordonnées comme paramètre,
par exemple puis à exprimer les deux autres coordonnées en fonction de z.

$$\begin{cases} x=y+3z+2 \\ 2(y+3z+2)+y+z-1=0 \\ z=z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+3z+2 \\ 3y+7z+3=0 \\ z=z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1-\frac{7}{3}z+3z+2 \\ y=-1-\frac{7}{3}z \\ z=z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1+\frac{2}{3}z \\ y=-1-\frac{7}{3}z \\ z=z \end{cases}$$

Une représentation paramétrique de (D) est

donc : $(D)\begin{cases} x=1+\frac{2}{3}k \\ y=-1-\frac{7}{3}k \quad (k\in\mathbb{R}) \\ z=0+1k \end{cases}$

(D) passe donc par le point A (1 ; -1 ; 0) et a pour vecteur directeur $\vec{u}\left(\frac{2}{3};\frac{-5}{3};1\right)$