

**TD : LA DERIVATION : Exercices d'applications et de réflexion**

PROF : ATMANI NAJIB

1BAC BIOF

**TD : LA DERIVATION**

**Exercice1 :** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 + x - 3$ . Justifier que  $f$  est dérivable en  $-2$  et préciser  $f'(-2)$

**Exercice2 :** Calculer le nombre dérivé de  $f(x) = x^3 + x$  en  $a = 1$  en utilisant la deuxième formulation de la dérivation

**Exercice3 :** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = 3x^2 + x; x < 0 \\ f(x) = -2x^2 + 3x; x \geq 0 \end{cases}$$

Montrer que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 3$  et que  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 1$

Que peut-on conclure ?

**Exercice4 :** soit  $f$  une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \dots x \geq 1 \\ f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4} \dots x < 1 \end{cases}$$

étudier la dérivabilité de  $f$  en  $x_0 = 1$

**Exercice5 :** soit  $f$  une fonction définie par :

$$f(x) = x^2 - |x|$$

étudier la dérivabilité de  $f$  en  $x_0 = 0$

**Exercice6 :** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = 3x^2 + x; x < 0 \\ f(x) = -2x^2 + 3x; x \geq 0 \end{cases}$$

1- Montrer que  $f$  est dérivable en  $a = -2$ .

2-  $f$  est-elle dérivable en  $0$ .

**Exercice7 :** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = |x^2 - 2x - 3| + 2x$$

1- Ecrire une expression de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  sans valeur absolu.

2- Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite et à gauche de  $-1$ .

3-  $f$  est-elle dérivable en  $-1$ .

**Exercice8 :** Déterminer une fonction affine

tangente en  $-3$  de la fonction  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ .

**Exercice9 :** Donner une approximation de  $\sin 3$

**Exercice10 :** soit  $f$  une fonction définie sur

$$]-\pi; \pi[ \text{ par : } \begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\tan \frac{x}{2}} \dots \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1)étudier la dérivabilité de  $f$  en  $0$

2)Donner une valeur approchée

du nombre :  $f(10^{-5})$

**Exercice11 :**Déterminer l'équation de la tangente

à la courbe de la fonction  $f(x) = \sin x$

en  $A(0, f(0))$

**Exercice12 :**soit  $f$  une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = (1+x)\sqrt{1-x^2} \dots 0 \leq x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x^3 - x} \dots x > 1 \end{cases}$$

1)déterminer le domaine de définition de  $f$

2)étudier la dérivabilité de  $f$  à droite en  $x_0 = 0$  et

donner une interprétation géométrique du résultat

3)étudier la dérivabilité de  $f$  à droite et à gauche

en  $x_0 = 1$  et donner une interprétation

géométrique

**Exercice13 :** soit  $f$  une fonction définie par :

$$f(x) = |x^2 - 1|$$

1)étudier la dérivabilité de  $f$  à droite en  $x_0 = 1$  et

donner une interprétation géométrique du résultat

2)étudier la dérivabilité de  $f$  à gauche en

$x_0 = 1$  et donner une interprétation géométrique

du résultat

3)étudier la dérivabilité de  $f$  en  $x_0 = 1$  et donner

une interprétation géométrique du résultat

4)donner l'équation de la demi tangente à droite

a la courbe de  $f$  en en  $x_0 = 1$

4)donner l'équation de la demi tangente à

gauche a la courbe de  $f$  en en  $x_0 = 1$

**Exercice13 :** Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = 2x^2 + x.$$

Montrer que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$

**Exercice14 :1-** Déterminer la fonction dérivée de la fonction  $\sin$  sur  $\mathbb{R}$ .

2- Déterminer la fonction dérivée de la fonction  $x \mapsto \frac{1}{x}$  sur  $\mathbb{R}^{*+}$  et sur  $\mathbb{R}^{*-}$

**Exercice15 :** Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes : 1)  $f(x)=11$

2)  $f(x)=7x+15$  3)  $f(x)=x^3$  4)  $f(x)=\sin(5x-1)$

**Exercice16 :** Déterminer la fonction dérivée de la fonction suivante :  $f(x)=x^2+7x+15-\frac{1}{x}+\sqrt{x}$

**Exercice17 :** Déterminer la fonction dérivée de la fonction suivante :  $f(x)=(5x^2+1)(3x-1)$

**Exercice18 :** Déterminer la fonction dérivée de la fonction :  $f(x)=(3x+4)^3$

**Exercice19 :** Déterminer la fonction dérivée de la fonction :  $f(x)=\frac{1}{\sin x}$

**Exercice20 :** Déterminer la fonction dérivée de la fonction :  $f(x)=\frac{3x-1}{x+2}$

**Exercice21 :** Déterminer la fonction dérivée de la fonction :  $f(x)=\sqrt{x^2+8x}$

**Exercice22 :** Soit  $f(x)=\sqrt{x^2-x}$

Etudier le domaine de dérivation de  $f$  et déterminer sa fonction dérivée.

**Exercice23 :** Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

1)  $f(x)=4x^4-\frac{1}{3}x^3-x+1$  2)  $f(x)=\frac{3}{x}$   
3)  $f(x)=4\sqrt{x}-1$  4)  $f(x)=\cos 2x+3\sin 3x$   
5)  $f(x)=(3x^2+2)(7x+1)$  6)  $f(x)=\frac{1}{5x+7}$  7)  $f(x)=\frac{7x}{x^3+1}$

**Exercice24 :** Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes ;

1.  $f(x)=\frac{\sqrt{2x^2+1}}{x^2+1}$  2.  $f(x)=\frac{\sin 2x}{\cos 3x+1}$

**Exercice25 :** déterminer  $f'(x)$  dans les cas

suivants : 1)  $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$  2)  $f(x)=\frac{1}{(2x+1)^5}$

3)  $f(x)=(5x^3-3)^4$  4)  $f(x)=\sqrt{2x^2-6x+4}$

5)  $f(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$  6)  $f(x)=x+\frac{x^2}{x-1}$

7)  $f(x)=\sqrt{\frac{2x+1}{x-3}}$  8)  $f(x)=x \cos x$

9)  $f(x)=\tan^2 x$  10)  $f(x)=\cos x \times \sin x$

11)  $f(x)=\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$  12)  $f(x)=\frac{(1+2x+x^2)^5}{4}$

13)  $f(x)=1+x+\frac{x-1}{\sqrt{2+x^2}}$  14)  $f(x)=\frac{\sin 2x}{1-\cos 2x}$

**Exercice 26:** Etudier le domaine de dérivation de  $f$  et déterminer sa fonction dérivée dans les cas suivants :

1)  $f(x)=x^2+3x-1$  2)  $f(x)=4\sin x$

3)  $f(x)=x^4 \cos x$  4)  $f(x)=\sqrt{x}+x^3$

5)  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$  6)  $f(x)=\frac{6}{4x^2+3x-1}$

7)  $f(x)=\frac{4x-3}{2x-1}$  8)  $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

9)  $f(x)=(2x+3)^5$

**Exercice27 :** soit  $f$  une fonction définie sur

$I = ]-\pi; \pi[$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = 2 \frac{\cos x - 1}{\sin x}; \text{ si } 0 < x < \pi \\ f(x) = \frac{x|x+1|}{x-1}; \text{ si } -\pi < x \leq 0 \end{cases}$$

1)monter que  $f$  est dérivable en  $x_0 = 0$

et donner l'équation de la tangente a la courbe de  $f$  en  $x_0 = 0$

2)a)étudier la dérivabilité de  $f$  en  $x_0 = -1$

b)donner les équations des demies tangentes à a la courbe de  $f$  en en  $x_0 = -1$

**Exercice28 :** soit  $f$  une fonction définie par :

$f(x)=\sqrt{3x-2}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^3$

1)déterminer le domaine de définition  $D_f$  de  $f$

2) déterminer le domaine de dérivation de  $f$  et déterminer sa fonction dérivée

**Exercice29 :**en utilisant la dérivée calculer les

limites suivantes :1)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+2)^{2018}-1}{x+1}$

2)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{x - \frac{\pi}{6}}$



« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »  
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement

Aux calculs et exercices Que l'on devient Un mathématicien