

PROF: ATMANI NAJIB

## Série produit scalaire dans le plan

### Exercice 1

Soient  $A(3 ; 6)$  ;  $B(-1 ; -2)$  et  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$

- 1) Déterminer  $m$  pour que les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{u}$  soient :
  - a) orthogonaux
  - b) colinéaires
- 2) Pour  $m = -3$ 
  - a) Calculer  $\vec{u} \cdot \vec{AB}$ .
  - b) En déduire une valeur de  $\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{AB}})$ .
- 3) Déterminer une équation cartésienne de la droite orthogonale à  $(AB)$  et passant par  $A$ .

### Exercice 2

On donne les points  $A$  et  $B$  tel que  $AB = 3$

- 1) Soit  $G$  le barycentre des points pondérés  $\{A ; 1\}$  et  $\{B ; 4\}$   
Déterminer  $GA^2$  et  $GB^2$ .
- 2) Soit  $E = \{M \text{ appartient à } \mathcal{P} / MA^2 - 4MB^2 = 6\}$  déterminer et construire l'ensemble  $E$ .

### Exercice 3

Soit  $ABC$  un triangle tel que  $AB = AC = 5$  et  $BC = 6$  et soit  $I = A * B$

- 1) Calculer  $AI$
- 2) Montrer que  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 7$ .
- 3) Déterminer l'ensemble  $E = \{M \text{ appartient à } \mathcal{P} / MA^2 - 3MI^2 = 44\}$ .
- 4) Soit  $G$  le centre de gravité de  $ABC$ .

On pose  $f : \mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R} ; M \mapsto f(M)$  tel que  $f(M) = \vec{MB} \cdot \vec{MC} - \frac{2}{3} \vec{AI} \cdot \vec{MG}$ .

- a) Calculer  $f(A)$  et  $f(C)$ .
- b) Montrer que pour tout point  $M$  du plan on a  $f(M) = MG^2 + f(G)$ .
- c) Déterminer suivant le réel  $a$  l'ensemble  $F_a = \{M \text{ appartient à } \mathcal{P} / f(M) = a\}$ .

### Exercice 4

- 1) Soient A et B deux points distincts et  $I = A * B$ .
  - a) Construire un point C tel que le triangle AIC soit rectangle et isocèle en I.
  - b) Montrer que  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = -\frac{AI^2}{2}$ .
- 3) Déterminer puis construire l'ensemble  $E = \{M \text{ appartient à } \mathcal{P} / \vec{MA} \cdot \vec{MB} = \frac{AB^2}{8}\}$ .

### Exercice 5

Soit ABC un triangle équilatéral direct de côté  $a > 0$ . Soit D le point vérifiant  $2\vec{DA} - 2\vec{DB} - \vec{DC} = \vec{0}$ .

- 1) Calculer  $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$  en fonction de a.
- 2) Montrer que (AB) est parallèle à (DC).
- 3) Calculer  $\vec{BC} \cdot \vec{BD}$ . En déduire une construction de D.
- 4) Soit  $f: \mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R}$  ;  $M \mapsto f(M)$  tel que  $f(M) = 2MA^2 - 2MB^2 - MC^2$ .
  - a) Vérifier que  $f(C) = 0$ .
  - b) Exprimer  $f(M)$  en fonction de MD et a.
  - c) En déduire l'ensemble F des points M tels que  $f(M) = 0$ .
- 5) Soit  $g: \mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R}$  ;  $M \mapsto g(M)$  tel que  $g(M) = 2\vec{MC} \cdot \vec{DB} + a^2$ . Déterminer l'ensemble G des points M tels que  $g(M) = a^2$ .
- 6) Soit I le point d'intersection de F et G autre que C. Montrer que CDI est triangle équilatéral.