***TD** BARYCENTRE : exercices d'applications et réflexions*

PROF: ATMANI NAJIB 1BAC BIOF

TD BARYCENTRE

Exercice1 : Construire $G = Bar\{(A, 4); (B, -5)\}$

Exercice2 :
Construire $G = Bar\{(A, \sqrt{8}); (B, -\sqrt{2})\}$

Exercice3 : Dans le plan (P) rapporté à un repère $R(O;\vec{i};\vec{j})$ soient $A(3;2)$ et $B(4;1)$
et soit $G = Bar\{(A, 1); (B, -5)\}$
Déterminer les coordonnées de G

Exercice4 : soit ABC un triangle et soit :
$I = Bar\{(B, 4); (C, -3)\}$
Déterminer les coordonnées du point I dans le repère $R(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$

Exercice5 : E et F deux points du plan tels que : $\overrightarrow{EG} = 2\overrightarrow{EF}$ et $E \notin (AB)$ et G est le barycentre des points $(A;2)$ et $(B;-3)$
1)Montrer que G est le barycentre des points $(E;-1)$ et $(F;2)$
2) en déduire que les droites (EF) et (AB) se coupent et déterminer le point d'intersection

Exercice6 : Dans le plan (P) rapporté à un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ Soient $A(0;5)$ et $B(3;2)$
Et soit $G = Bar\{(A, 1); (B, 2)\}$
1)Déterminer les coordonnées de G
2)Déterminer et dessiner l'ensemble suivant :
$(C) = \left\{M \in (P) / \left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right\| = 6\right\}$

Exercice7 : soit ABC un triangle
1)Construire $G = Bar\{(A, 1); (B, -1) ; (C, 3)\}$
2)Construire $G = Bar\{(A, 4); (B, 1/2) ; (C, -3)\}$

Exercice 8: Soit ABC un triangle et G point tel que : $2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{GB}$
1)montrer que G le barycentre de :
$\{(A, 1); (B, 1); (C, 2)\}$ et construire le point G

Exercice 9 : on utilisant La propriété d'associativité Construire le barycentre G du système pondéré $\{(A, 2); (B, -3); (C, 5)\}$

Exercice 10 : Soit ABC un triangle.et G le centre de gravité du triangle ABC et I le milieu du segment $[BC]$. Monter que G est le centre de gravité de $(A;1)$ et $(I;2)$

Exercice11 : Soit ABC un triangle. Pour tout point M on pose : $\vec{V} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$
1) Réduire l'écriture de $\vec{V}$ et monter que $\vec{V}$ ne dépend pas du point M
2) soit K = $Bar\{(C, -3); (B, 1)\}$ montrer que : $\vec{V} = 2\overrightarrow{KA}$
3) soit G= $Bar\{(A, 2); (B, -1); (C, -3)\}$
montrer que : Pour tout point M on a :
$2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{GM}$
4) en déduire l'ensemble des points M tel que
$\left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\right\|$

Exercice 12 : Soit ABC un triangle tel que :
$AC = 6cm$ et $AB = 5cm$ et $BC = 4cm$
a) Construire G le barycentre de :
$\{(A, 1); (B, 2); (C, 1)\}$
b) Déterminer et Construire l'ensemble (E) des points M du plan tel que : $\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = AC$
c) Déterminer et Construire l'ensemble (F) des points M du plan tel que :
$\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC}\right\|$

Exercice13 : Dans le plan (P) rapporté à un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ Soient $A(-1;1)$ et $B(0;2)$ et $C(1;-1)$
et $D(1;0)$ Et soit $G = Bar\{(A, 1); (B, 2)\}$
1)Déterminer les coordonnées de
K = $Bar\{(A, 2); (B, 3)\}$
2)Déterminer les coordonnées de L le centre de gravité du triangle ABC
3)Déterminer les coordonnées de Barycentre des points $(A;2)$ et $(B;3)$ et $(C;1)$ et $(D;-1)$

Exercice14 : soit $ABCD$ un quadrilatère convexe
Soit H le barycentre du système pondéré $\{(A, 2) ; (B, 5); (C, -1)\}$
Soit K le barycentre du système pondéré $\{(B, 5) ; (C, -1) ; (D, 6)\}$
Soit E = $Bar\{(C, -1) ; (B, 5)\}$
1)Montrer que $\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et Construire E
2) Montrer que H est le barycentre du système pondéré $\{(A, 1) ; (E, 2)\}$ et Construire H
3) Montrer que K est le barycentre du système pondéré $\{(D, -3) ; (E, 2)\}$

4) a) Montrer que D est le barycentre du système pondéré {(K, 1) ; (E, 2)}
b) en déduire que $(AK) \parallel (DH)$

Exercice15 : ABC un triangle
I et J et K points tels que : $2\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{BC}$
Et $8\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CA}$ et $5\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB}$
1) Montrer que I est le barycentre des points pondéré $\left(B;\frac{1}{2}\right)$ et $\left(C;\frac{-3}{2}\right)$
2) le plan (P) est rapporté au repère $R\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$
a)Déterminer les coordonnées du point J
b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (IK)
c) Montrer que les points I et J et K sont alignés.

Exercice16 : ABC un triangle et I un point tel que : $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et K le symétrique de A par rapport a C et J le milieu du segment $[BC]$
1) exprimer I et J et K comme le barycentre de points pondérés a déterminer
2)quelle est le barycentre des points pondérés $(A;1)$;$(B;2)$; $(B;-2)$ et $(C;-2)$?
3)Monter que les points I et J et K sont alignés.

Exercice17: ABCD un carré et I et J les milieux respectivement des segments $[BC]$ et $[CD]$ et M et N deux points tel que :
$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$
1determiner le barycentre des points pondérés {(A, 3) ; (B, 1)} et {(A, 3) ; (D, 1)}
2)soit G le barycentre des points pondérés $(A;3)$;$(B;1)$; $(C;1)$ et $(D;1)$
3)Monter que les droites (MJ) et (NI) et (AC) sont concourantes en G

Exercice18: A et B deux points tel que : $AB = 4cm$ et soit :(F) l'ensemble des points M du plan tel que : $\frac{MA}{MB} = 3$
1)montrer que : $M \in (F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2 - 9\overrightarrow{MB}^2 = 0$
2)soit G le barycentre des points pondérés $(A;1)$;$(B;3)$ et K le barycentre des points pondérés $(A;1)$;$(B;-3)$
a) Montrer que : $M \in (F) \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{MK} = 0$
b) En déduire l'ensemble (F) et le tracer

Exercice19: A et B deux points tel que : $AB = 4cm$ et I le milieu du segment $[AB]$
1)soit :(E) l'ensemble des points M du plan tel que : $\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 4$ et soit H le barycentre des points pondérés $(A;1)$;$(B;3)$
a)montrer que : $H \in (E)$
b)vérifier que : $M \in (E) \Leftrightarrow \overrightarrow{HM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$
c)déterminer la nature de l'ensemble (E)
2)soit :(F) l'ensemble des points M du plan tel que : $MA^2 - MB^2 = 8$
a) Montrer que : $\forall M \in (P)$ on a : $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB}$
b) En déduire que $(F) = (E)$ et le tracer

Exercice20: A et B deux points tel que : $AB = 3cm$ et I le milieu du segment $[AB]$
1)soit :(C) l'ensemble des points M du plan tel que : $MA^2 + MB^2 = 9$ et soit H le barycentre des points pondérés $(A;1)$;$(B;3)$
a)monter que : $M \in (C) \Leftrightarrow MI = \frac{3}{2}$
b)déterminer la nature et tracer l'ensemble (C)
2)soit :(C') l'ensemble des points M du plan tel que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \frac{-5}{4}$
a)Montrer que : $M \in (C') \Leftrightarrow MI = 1$
b)déterminer la nature et tracer l'ensemble (C')

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien