



3- Isolons l'élément V1. Compléter le tableau suivant :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\overrightarrow{H_{3/V1}}$	H	HD	$H \rightarrow D$	16200 N
$\overrightarrow{D_{2/V1}}$	D	DH	?	?

4- Équilibre de V1 :

4.1- Énoncer le théorème de l'équilibre de V1 :

Le vérin V1 est en équilibre sous l'action de deux forces

($\overrightarrow{H_{3/V1}}$ et $\overrightarrow{D_{2/V1}}$) ; ces deux forces ont même intensité,

même support mais sens opposé. $\overrightarrow{H_{3/V1}} = -\overrightarrow{D_{2/V1}}$; $\|\overrightarrow{H_{3/V1}}\| = \|\overrightarrow{D_{2/V1}}\|$

4.2- Indiquer les forces extérieures sur la figure ci-contre

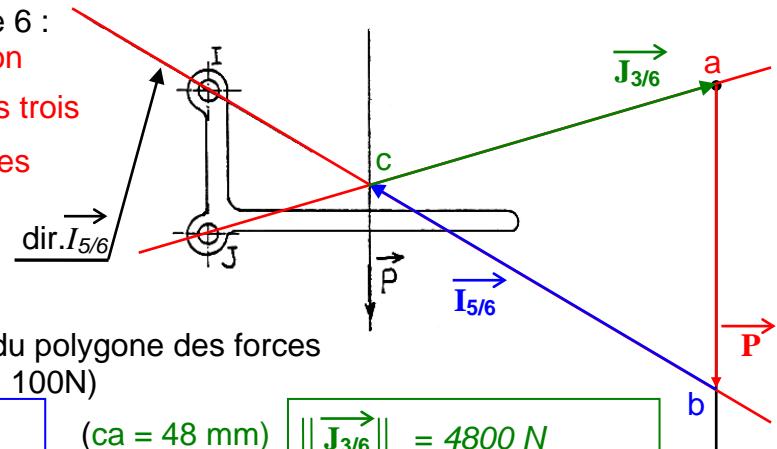
5- Équilibre de 6 :

5.1- Énoncer le théorème de l'équilibre de 6 :

La pièce 6 est en équilibre sous l'action

de 3 forces qui sont : ($\overrightarrow{I_{5/6}}$; $\overrightarrow{J_{3/6}}$; \overrightarrow{P}) ces trois

forces sont coplanaires et concourantes en même point.



5.2-Déterminer $\overrightarrow{I_{5/6}}$, $\overrightarrow{J_{3/6}}$ par la méthode du polygone des forces

(avec l'échelle des forces : 1mm \rightarrow 100N)

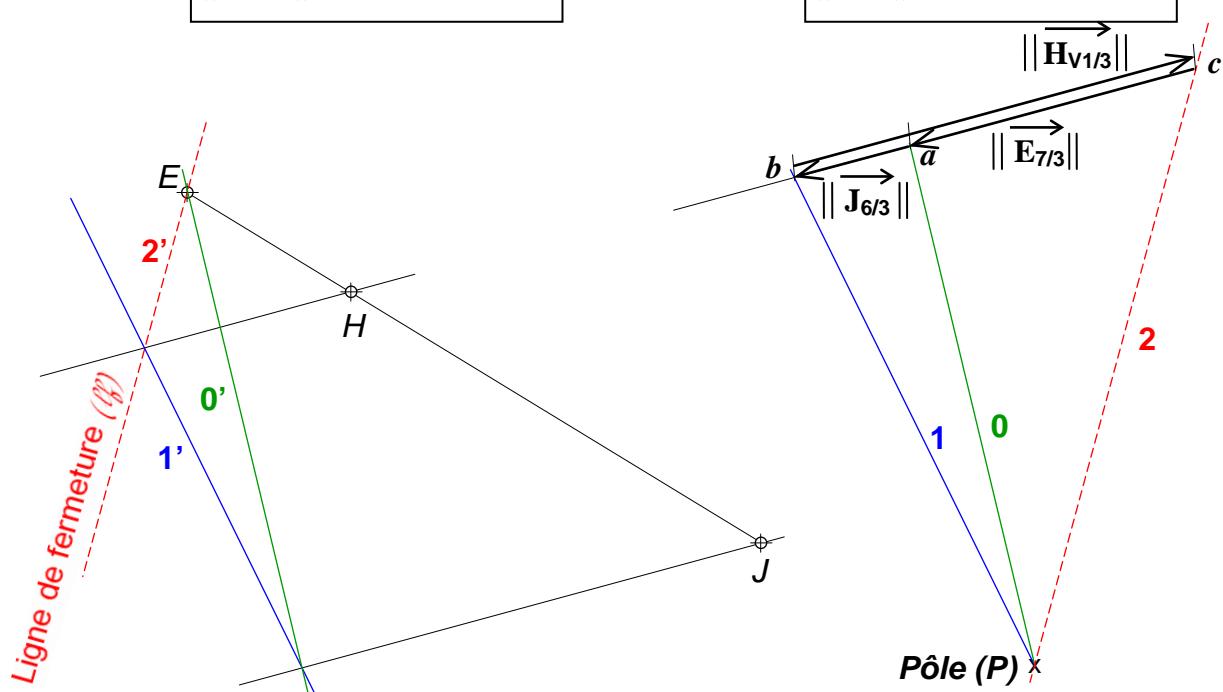
(bc = 53 mm) $\|\overrightarrow{I_{5/6}}\| = 5300 \text{ N}$

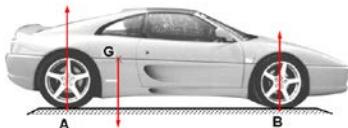
(ca = 48 mm) $\|\overrightarrow{J_{3/6}}\| = 4800 \text{ N}$

6- On isole l'avant bras primaire 3, déterminer $\|\overrightarrow{H_{V1/3}}\|$; $\|\overrightarrow{E_{7/3}}\|$ par la méthode du dynamique-funiculaire. (Échelle des forces : 1mm \rightarrow 300N)

(bc = 55 mm) $\|\overrightarrow{H_{V1/3}}\| = 16500 \text{ N}$

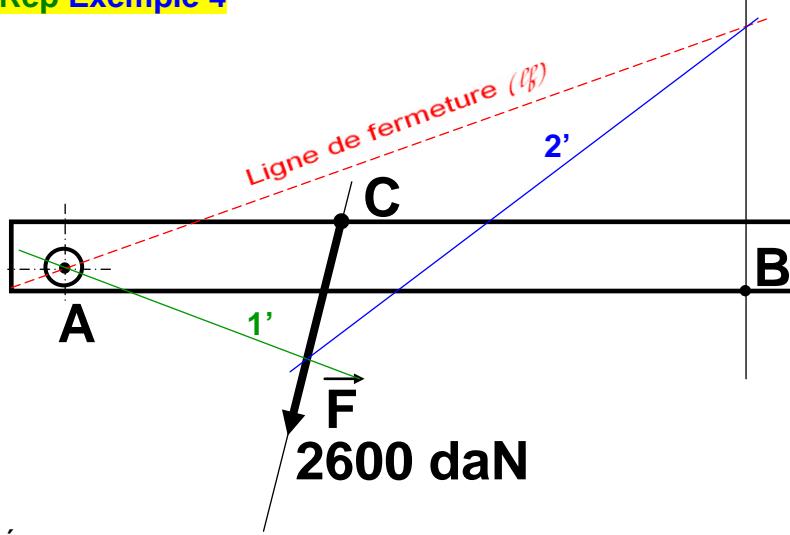
(ca = 39 mm) $\|\overrightarrow{J_{3/6}}\| = 11700 \text{ N}$





LA STATIQUE PLANE

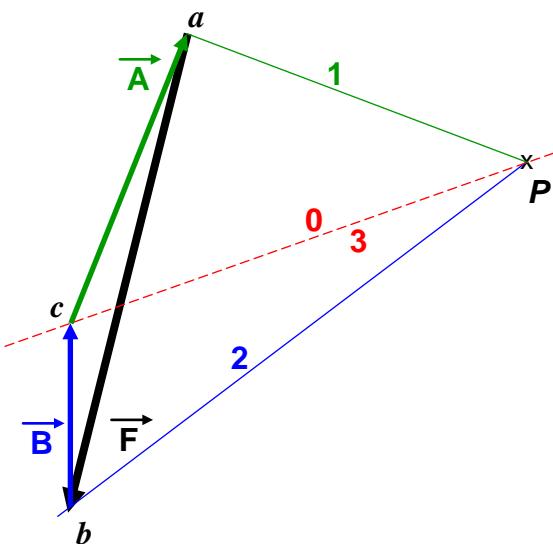
Rep Exemple 4



Échelle des forces : 1 cm pour 400 daN

$$bc = 2,4 \text{ cm} \quad : \|\vec{B}\| = 960 \text{ daN}$$

$$ca = 4,1 \text{ cm} \quad : \|\vec{A}\| = 1640 \text{ daN}$$



Rep Exemple 5

MONTE CHARGE

1- Compléter les phrases suivantes :

1.1- L'avant bras secondaire 5 est soumis à l'action de 2 forces qui sont : $(\overline{F_{7/5}}; \overline{I_{6/5}})$ ces deux forces ont même droite d'action même module, mais le sens est opposé.

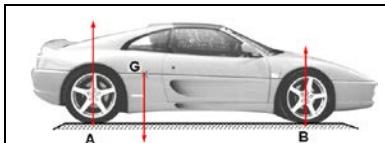
1.2- Le vérin V1 est soumis à l'action de 2 forces qui sont : $(\overline{D_{2/V1}}; \overline{H_{3/V1}})$ ces deux forces ont même droite d'action même module, mais le sens est opposé.

1.3- L'avant bras primaire 3 est soumis à l'action de 3 forces qui sont : $(\overline{E_{7/3}}; \overline{H_{V1/3}}; \overline{J_{6/3}})$ ces trois forces sont coplanaires et parallèles.

1.4- Le porte charge 6 est soumis à l'action de 3 forces qui sont : $(\overline{I_{5/6}}; \overline{J_{3/6}}; \overline{P})$ ces trois forces sont coplanaires et concourantes en même point.

2- Compléter le tableau suivant :

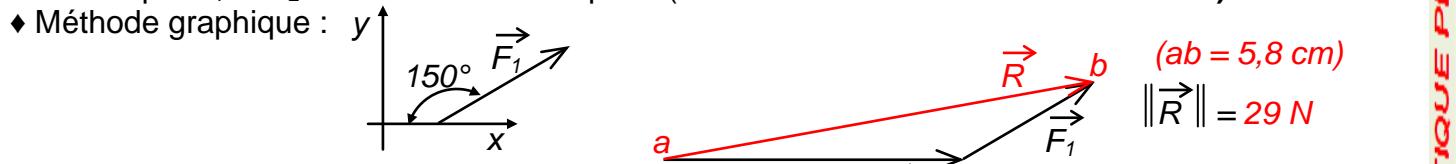
Ensemble isolé	Éléments isolés	Forces extérieures	Forces intérieures
	$6+8 = S1$	$\overline{I_{5/S1}}; \overline{J_{3/S1}}; \overline{P}$	$\overline{Force_{6/8}}; \overline{Force_{8/6}}$
	$3+5+6+8+V1 = S2$	$\overline{E_{7/S2}}; \overline{F_{7/S2}}; \overline{D_{2/S2}}; \overline{P}$	$\overline{I_{5/6}}; \overline{I_{6/5}}; \overline{J_{3/6}}; \overline{J_{6/3}}; \overline{H_{3/V1}}; \overline{H_{V1/3}}; \overline{Force_{6/8}}; \overline{Force_{8/6}}$
	$3+5+6+7+8+V1 = S3$	$\overline{G_{4/S3}}; \overline{D_{2/S3}}; \overline{E_{2/S3}}; \overline{P}$	$\overline{I_{5/6}}; \overline{I_{6/5}}; \overline{J_{3/6}}; \overline{J_{6/3}}; \overline{H_{3/V1}}; \overline{H_{V1/3}}; \overline{Force_{6/8}}; \overline{Force_{8/6}}; \overline{E_{3/7}}; \overline{E_{7/3}}; \overline{F_{5/7}}; \overline{F_{7/5}}$



Rep Exemple 6

SOMME DES FORCES et SUPPORT DE CHARGE

A- Soient \vec{F}_1 et \vec{F}_2 deux forces dont les modules sont respectivement 10 N et 20 N. R étant la somme de \vec{F}_1 et \vec{F}_2 . ($R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$). Déterminer graphiquement et analytiquement le module de R , sachant que \vec{F}_1 et \vec{F}_2 sont dans le même plan. (Échelle des forces : 1 cm \rightarrow 5 N)



♦ Méthode analytique :

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 : \begin{cases} \text{Projection sur l'axe (x)} : R_x = \|\vec{F}_1\| \cdot \cos 30 + \|\vec{F}_2\| = 10\sqrt{3}/2 + 20 = 28,66 \\ \text{Projection sur l'axe (y)} : R_y = \|\vec{F}_1\| \cdot \sin 30 + 0 = 10 \cdot 1/2 + 0 = 5 \\ \|\vec{R}\| = \sqrt{\|\vec{F}_1\|^2 + \|\vec{F}_2\|^2} = \sqrt{28,66^2 + 5^2} = 29,09 \text{ N} \end{cases}$$

B-

La figure ci-contre représente une barre 3 articulée en B sur le mur 1, et soutenue par un tirant CD articulé en C et D.

La barre supporte une charge $\|\vec{Q}\| = 500$ daN au point A.

Le poids de toutes les pièces est négligé.

1- Compléter le tableau suivant :

Système isolé	Forces intérieures	Forces extérieures
$S_1 = \{2\}$	Aucune force	$\overline{D_{1/S1}}; \overline{C_{3/S1}}$
$S_2 = \{2, 3\}$	$\overline{C_{2/3}}; \overline{C_{3/2}}$	$\overline{Q}; \overline{B_{1/S2}}; \overline{D_{1/S2}}$

2- Équilibre du tirant 2 :

2.1- On isole le tirant 2. Compléter le bilan des actions mécaniques extérieures à 2 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\overline{D_{1/2}}$	D	CD	?	?
$\overline{C_{3/2}}$	C	CD	?	?

2.2- Quelles sont les conditions nécessaires à l'équilibre du tirant 2.

Même direction (CD) ; Même module $\|\overline{D_{1/2}}\| = \|\overline{C_{3/2}}\|$; Sens opposés $\overline{D_{1/2}} = -\overline{C_{3/2}}$

3- Équilibre de la barre 3 :

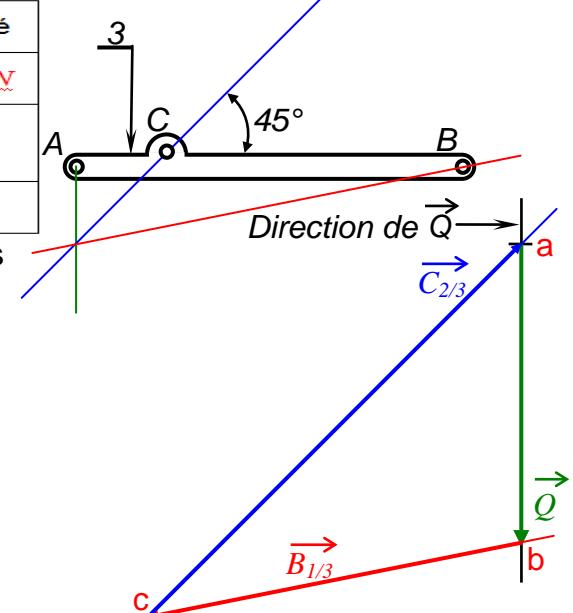
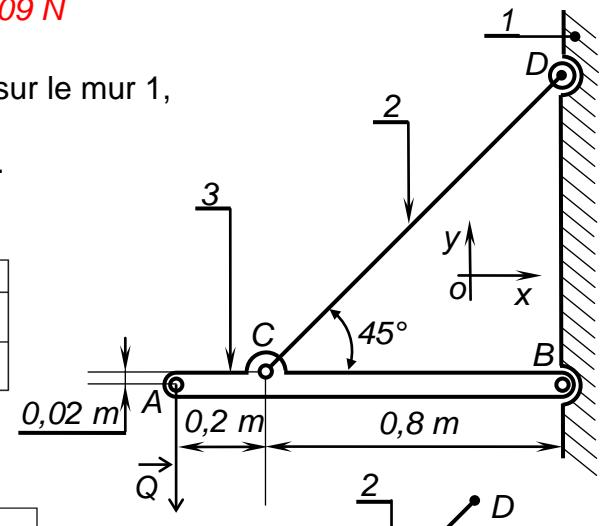
3.1- On isole la barre 3. Compléter le bilan des actions mécaniques extérieures à la barre 3 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
\overline{Q}	A	Verticale	Vers le bas	500 daN
$\overline{C_{2/3}}$	C	Inclinée / à l'horizontale de 45°	?	?
$\overline{B_{1/3}}$	B	?	?	?

3.2- Déterminer graphiquement les actions mécaniques extérieures à la barre 3.

(Échelle des forces : 10 mm \rightarrow 125 daN)

$(bc = 50,5 \text{ mm})$	$\ \overline{B_{1/3}}\ = 631,25 \text{ daN}$
$(ca = 70 \text{ mm})$	$\ \overline{C_{2/3}}\ = 875 \text{ daN}$





Rep Exemple 7 : QUESTIONS DE COURS et ÉQUILIBRE D'UNE POUTRE et LEVIER COUDÉ

A- QUESTIONS DE COURS :

1- **Énoncer** le principe des actions mutuelles : Si le solide 1 exerce une force $\vec{F}_{1/0}$ sur le solide 0, de même le solide 0 exerce sur le solide 1, une force $\vec{F}_{0/1}$. Ces deux forces ont même module, même point d'application, même support mais le sens est opposé ; $\vec{F}_{1/0} = -\vec{F}_{0/1}$

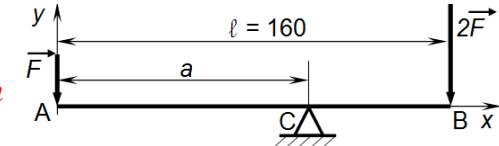
2- **Citer** le théorème de l'équilibre d'un corps soumis à l'action de trois forces coplanaires non parallèles : Si le solide (S) est en équilibre sous l'action de trois forces (\vec{A} , \vec{B} et \vec{C}) non parallèles ; ces trois forces sont coplanaires et concourantes en un même point , et $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$, et $\sum \mathcal{M}_{ext} = \vec{0}$

B- ÉQUILIBRE D'UNE POUTRE :

Déterminer la distance "a" (voir schéma ci-dessous) pour que la poutre soit en équilibre :

$$\sum \mathcal{M}_{ext} = \vec{0} ; \mathcal{M}_{ext} \vec{F} + \mathcal{M}_{ext} 2F + \mathcal{M}_{ext} \vec{C} = \vec{0}$$

$$\|\vec{F}\| \cdot a - 2\|\vec{F}\|(\ell - a) + 0 = 0 ; a = \frac{2}{3} \cdot \ell = \frac{2}{3} \cdot 160 = 106,66 \text{ mm}$$



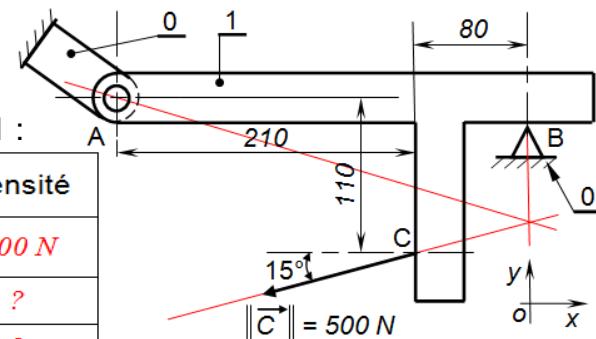
C- LEVIER COUDÉ :

On considère le levier coudé (voir figure ci-dessous), articulé en A et en appui simple au point B.

Hypothèses : - Toute les liaisons sont parfaites
- Le poids du levier est négligé.

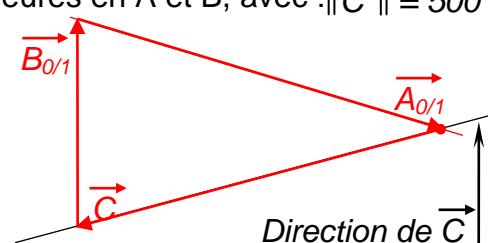
1- On isole le levier 1. **Compléter** le bilan des actions mécaniques extérieures sur le levier 1 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
\vec{C}	C	15° -	15° -	500 N
$\vec{B}_{0/1}$	B	Verticale	?	?
$\vec{A}_{0/1}$	A	?	?	?



2- **Déterminer** graphiquement les actions mécaniques extérieures en A et B, avec : $\|\vec{C}\| = 500 \text{ N}$
(Échelle des forces : 1 cm \longrightarrow 100 N)

$$\|\vec{B}_{0/1}\| = 275 \text{ N} ; \|\vec{A}_{0/1}\| = 505 \text{ N}$$



3- **Déterminer** analytiquement les actions mécaniques extérieures en A et B, avec : $\|\vec{C}\| = 500 \text{ N}$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} ; \vec{C} + \vec{B}_{0/1} + \vec{A}_{0/1} = \vec{0}$$

$$\text{proj/x} : -\|\vec{C}\| \cdot \cos 15 + 0 + A_{(0/1)x} = 0. \text{ Alors : } A_{(0/1)x} = 500 \cdot \cos 15 = 482,96 \text{ N}$$

$$\text{proj/y} : -\|\vec{C}\| \cdot \sin 15 + \|\vec{B}_{0/1}\| + A_{(0/1)y} = 0.$$

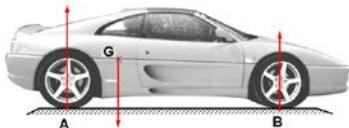
$$\sum \mathcal{M}_{ext} = \vec{0} ; \mathcal{M}_{ext} \vec{C} + \mathcal{M}_{ext} \vec{A}_{0/1} + \mathcal{M}_{ext} \vec{B}_{0/1} = \vec{0} ;$$

$$-\|\vec{C}\| \cdot \cos 15 \cdot 110 - \|\vec{C}\| \cdot \sin 15 \cdot 210 + 0 + \|\vec{B}_{0/1}\| \cdot 290 = 0$$

$$\|\vec{B}_{0/1}\| = \frac{\|\vec{C}\| \cdot (\cos 15 \cdot 110 + \sin 15 \cdot 210)}{290} = \frac{500 \cdot (\cos 15 \cdot 110 + \sin 15 \cdot 210)}{290} ; \text{ Donc : } \|\vec{B}_{0/1}\| = 276,90 \text{ N}$$

$$A_{(0/1)y} = \|\vec{C}\| \cdot \sin 15 - \|\vec{B}_{0/1}\| = 500 \cdot \sin 15 - 276,90. \text{ Alors : } A_{(0/1)y} = -147,49 \text{ N}$$

$$\text{D'où : } \|\vec{A}_{0/1}\| = \sqrt{(A_{(0/1)x})^2 + (A_{(0/1)y})^2} = \sqrt{(482,96)^2 + (-147,49)^2}. \text{ Donc : } \|\vec{A}_{0/1}\| = 504,97 \text{ N}$$



Rep Exemple 8 : QUESTIONS DE COURS et PLATE FORME et SERRAGE PAR BRIDE

A- QUESTIONS DE COURS :

1- Citer les caractéristiques d'une force :

Une force est caractérisée géométriquement par : Point d'application ; Direction ; Sens ; Intensité

2- Énoncer le théorème de l'équilibre d'un corps solide soumis à l'action de deux forces :

Si le solide (S) est en équilibre sous l'action de deux forces (\vec{A} et \vec{B}) ;

ces deux forces ont même intensité, même support mais sens opposé. $\vec{A} = -\vec{B}$; $\|\vec{A}\| = \|\vec{B}\|$

B- PLATE FORME

Sachant que la tension F_x de la tension \vec{F} du câble en A est de 90 daN.

Déterminer F_y et F , avec $\alpha = 15^\circ$

$$F_y = F_x \cdot \tan 15^\circ = 24,11 \text{ daN} ; F = \frac{F_x}{\cos 15^\circ} = \frac{90}{\cos 15^\circ} = 93,17 \text{ daN}$$

C- SERRAGE PAR BRIDE

Le dessin ci-dessus (une partie d'un montage d'usinage) représente un dispositif de serrage de la pièce à usiner 4.

En manœuvrant la vis de pression 2 agissant en A (contact ponctuel) sur la bride 3 articulé (liaison pivot) en C autour de l'axe 5, vient serrer la pièce 4 sur le socle 1. Hypothèses :

- L'action du ressort est négligée.
- Les liaisons en A, B et C sont parfaites.
- Le poids de la pièce 3 est négligé.

1- On isole la bride 3. Compléter le bilan des actions mécaniques extérieures sur la bride 3 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\vec{A}_{2/3}$	A	Horizontale	Vers la droite	300 daN
$\vec{C}_{5/3}$	C	Verticale	?	?
$\vec{B}_{4/3}$	B	?	?	?

2- Énoncer le théorème de l'équilibre de la bride 3 :

La bride 3 est en équilibre sous l'action de trois forces

($\vec{A}_{2/3}$, $\vec{B}_{4/3}$ et $\vec{C}_{5/3}$) non parallèles ; ces trois forces sont coplanaires

et concourantes en un même point, le polygone est fermé.

3- Déterminer graphiquement les actions mécaniques extérieures en B et C, avec : $\|\vec{A}_{2/3}\| = 300 \text{ daN}$ (Échelle des forces : 1 cm \longrightarrow 1000 N)

$$(2,59 \text{ cm}) \quad \|\vec{B}_{4/3}\| = 2590 \text{ N}$$

$$(3,96 \text{ cm}) \quad \|\vec{C}_{5/3}\| = 3960 \text{ N}$$

4- Déterminer analytiquement les actions mécaniques extérieures en A et B, avec : $\|\vec{A}_{2/3}\| = 300 \text{ daN}$

$$\bullet \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} ; \vec{A}_{2/3} + \vec{B}_{4/3} + \vec{C}_{5/3} = \vec{0}$$

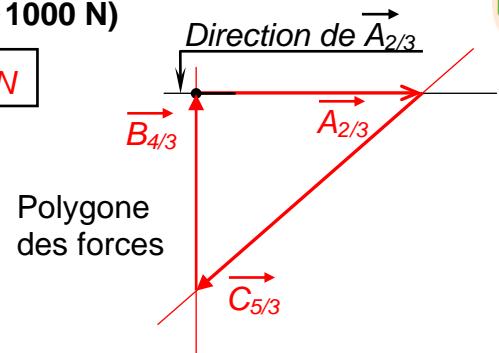
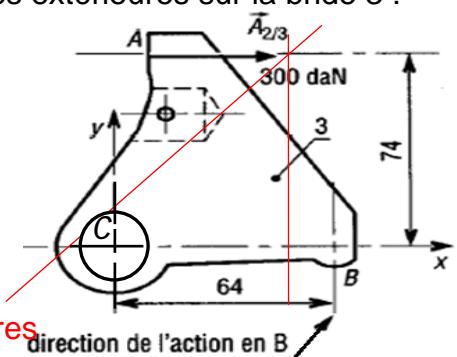
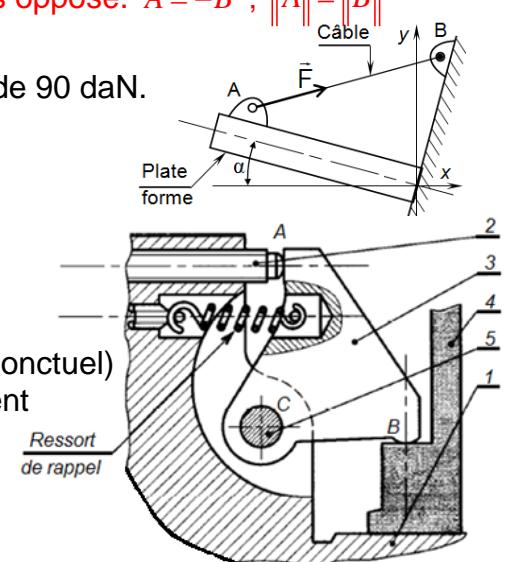
$$\text{proj/x : } \|\vec{A}_{2/3}\| + 0 + C_{(5/3)x} = 0 . \text{ Alors : } C_{(5/3)x} = -300 \text{ daN}$$

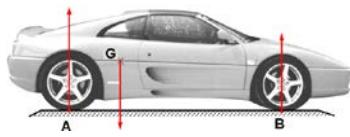
$$\text{proj/y : } 0 + \|\vec{B}_{4/3}\| + C_{(5/3)y} = 0 . \text{ Alors : } C_{(5/3)y} = -\|\vec{B}_{4/3}\|$$

$$\bullet \sum \vec{M}_C \vec{F}_{ext} = \vec{0} ; \vec{M}_C \vec{A}_{2/3} + \vec{M}_C \vec{B}_{4/3} + \vec{M}_C \vec{C}_{5/3} = \vec{0} ; -\|\vec{A}_{2/3}\| \cdot 74 + \|\vec{B}_{4/3}\| \cdot 64 + 0 = 0$$

$$\|\vec{B}_{4/3}\| = \frac{64}{74} \|\vec{A}_{2/3}\| ; \text{ Donc : } \|\vec{B}_{4/3}\| = 259,459 \text{ daN} ; \text{ Alors : } C_{(5/3)y} = -259,459 \text{ daN} .$$

$$\text{D'où : } \|\vec{C}_{5/3}\| = \sqrt{(C_{(5/3)x})^2 + (C_{(5/3)y})^2} = \sqrt{(-300)^2 + (-259,459)^2} . \text{ Donc : } \|\vec{C}_{5/3}\| = 396,63 \text{ daN}$$



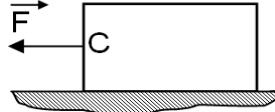
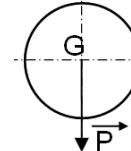
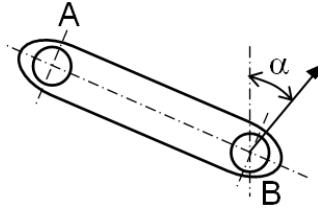


Rep Exemple 9 : QUESTIONS DE COURS et SOMME DES FORCES et SYSTÈME DE BLOCAGE

A- QUESTIONS DE COURS

Trouver les caractéristiques des forces appliquées ci-dessous :

(avec l'échelle des forces : 1 mm \rightarrow 0,5N)

Ensemble			
Force			
Point d'application	C	G	B
Direction	Horizontale	Verticale	Inclinée de α / à la Verticale
Sens	Vers la gauche	Vers le bas	
Intensité	5 N	6 N	7,5 N

B- SOMME DES FORCES

Déterminer le module du vecteur \vec{T} tel que : $\vec{T} + \vec{U} + \vec{V} + \vec{W} = \vec{0}$ (Graphiquement et analytiquement).

Avec OA = 7 ; OB = 4 ; $\|\vec{U}\| = 5$; $\|\vec{V}\| = 3$; $\|\vec{W}\| = 3\sqrt{3}$

◆ Graphiquement :

Choisir une échelle des vecteurs : 1 mm \rightarrow 6

$$\|\vec{T}\| = 10,75$$

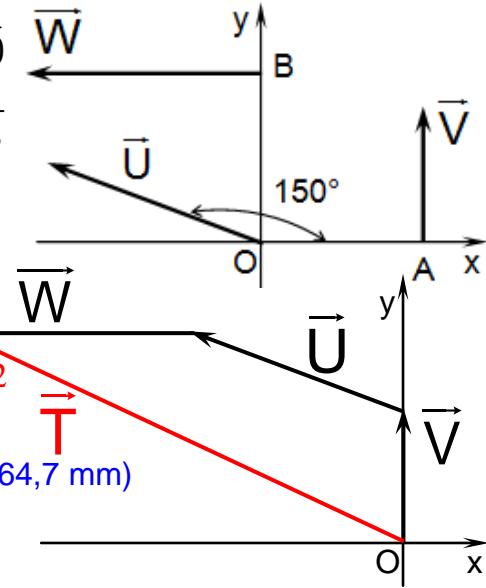
◆ Analytiquement :

$$\text{proj}/x : T_x = -\|\vec{U}\| \cdot \cos 30 + 0 - \|\vec{W}\| = -5 \cdot \cos 30 - 3\sqrt{3} = -9,52$$

$$\text{proj}/y : T_y = \|\vec{U}\| \cdot \sin 30 + \|\vec{V}\| + 0 = 5 \cdot \sin 30 + 3 = 5,5.$$

$$\text{D'où : } \|\vec{T}\| = \sqrt{(T_x)^2 + (T_y)^2} = \sqrt{(-9,52)^2 + (5,5)^2}$$

$$\|\vec{T}\| = 10,78$$



C- SYSTÈME DE BLOCAGE

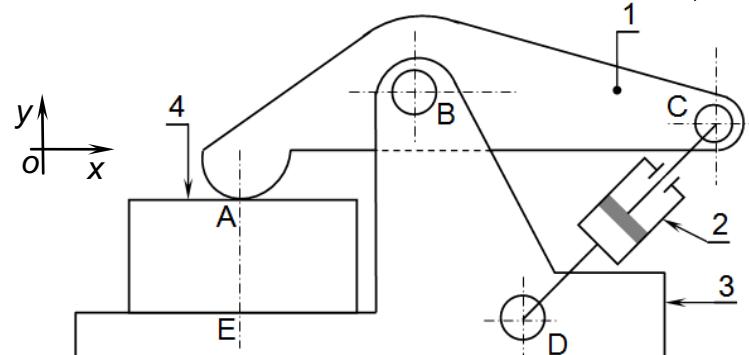
Soit le système de blocage suivant :

1 : Bride ; 3 : Support

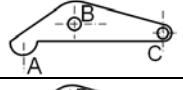
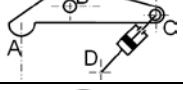
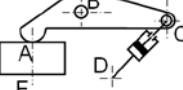
2 : Vérin ; 4 : Pièce à serrer

Hypothèse :

- Les poids des pièces sont négligés
- Les liaisons en A, B, C, D et E sont parfaites.



1- Compléter le tableau suivant :

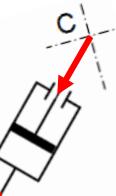
Ensemble isolé	Éléments isolés	Forces extérieures	Forces intérieures
	1	$\vec{A}_{4/1}; \vec{B}_{3/1}; \vec{C}_{2/1}$	Néant
	$S_1 = \{1+2\}$	$\vec{A}_{4/S1}; \vec{B}_{3/S1}; \vec{D}_{4/S1}$	$\vec{C}_{2/1}; \vec{C}_{1/2}$
	$S_2 = \{1+2+4\}$	$\vec{E}_{3/S2}; \vec{B}_{3/S2}; \vec{D}_{3/S2}$	$\vec{C}_{2/1}; \vec{C}_{1/2}; \vec{A}_{4/1}; \vec{A}_{1/4}$



2- Équilibre de 2 :

2.1- On isole le vérin 2. Compléter le bilan des actions mécaniques extérieures sur le vérin 2 :

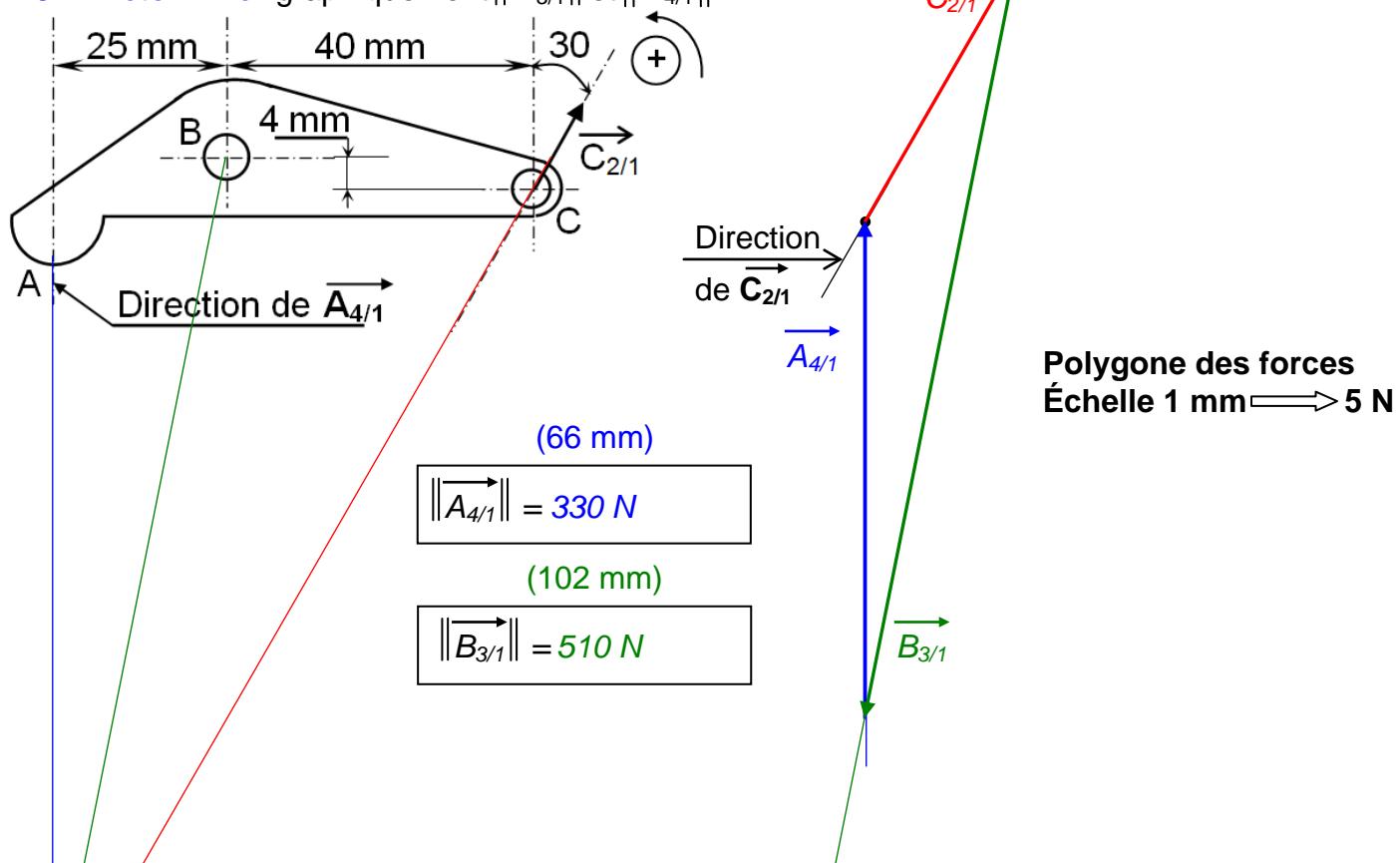
Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\overrightarrow{C_{1/2}}$	C	CD	C → D	200 N
$\overrightarrow{D_{3/2}}$	D	CD	?	?



2.2- Indiquer les forces extérieures sur la figure ci-contre

3- Équilibre de 1 :

3.1- Déterminer graphiquement $\|B_{3/1}\|$ et $\|A_{4/1}\|$:



3.2- Calculer le moment de $\overrightarrow{A_{4/1}}$ et $\overrightarrow{C_{2/1}}$ par rapport au point B

$$\begin{aligned} \|\mathcal{M}_B \overrightarrow{C_{2/1}}\| &= \|\overrightarrow{C_{2/1}}\| \cdot \sin 30 \cdot 4 + \|\overrightarrow{C_{2/1}}\| \cdot \cos 30 \cdot 10 \\ &= 200 \cdot 4 (\sin 30 + \cos 30 \cdot 10) \\ &= 7328,20 \text{ Nmm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_B \overrightarrow{A_{4/1}} &= \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{A_{4/1}} = \begin{pmatrix} -25 & 0 \\ x & 330 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -25 \cdot 330 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -8250 \end{pmatrix} = -8250 \vec{z} (\text{Nmm}) \\ \|\mathcal{M}_B \overrightarrow{A_{4/1}}\| &= -8250 \text{ Nmm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_B \overrightarrow{C_{2/1}} &= \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{C_{2/1}} = \begin{pmatrix} 40 & 200 \cdot \sin 30 \\ -4 & 200 \cdot \cos 30 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 200 \cdot 4 (10 \cdot \cos 30 + \sin 30) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7328,20 \end{pmatrix} \\ \|\mathcal{M}_B \overrightarrow{C_{2/1}}\| &= 7328,20 \text{ Nmm} \end{aligned}$$



REPONSE APPLICATIONS

1^{ère} STM
Doc : élève

DEVOIR À LA MAISON

EX1- La force \vec{F} schématise l'action de serrage exercée par l'opérateur sur la clef à molette. **Calculer** le moment en B de la force \vec{F} ?

$$\|\mathcal{M}_B \vec{F}\| = \|\vec{F}\| \cdot \sin 20 \cdot 60 - \|\vec{F}\| \cdot \cos 20 \cdot 250$$

$$= 150 \cdot (\sin 20 \cdot 60 - \cos 20 \cdot 250) = -32160,29 \text{ Nmm} = 32,16 \text{ Nm}$$

EX2- 1- Calculer la projection de \vec{F} sur l'axe x et sur l'axe y

2- Calculer le moment en O de la force \vec{F} .

$$1- F_x = -\|\vec{F}\| \cdot \sin 45 = 999,84 \text{ N} ; F_y = -\|\vec{F}\| \cdot \cos 45 = 999,84 \text{ N}$$

$$2- \|\mathcal{M}_B \vec{F}\| = \|\vec{F}\| \cdot \sin 45 \cdot 1 + \|\vec{F}\| \cdot \cos 45 \cdot 3 = 1414 \cdot \cos 45 \cdot (1+3) = 3999,39 \text{ Nm}$$

EX3- Le couple moteur C transmis par l'arbre moteur est de 200 Nm.

En déduire les efforts exercés sur le croisillon du cardan.

$$C = 2F \cdot \frac{60 \cdot 10^{-3}}{2} = F \cdot 60 \cdot 10^{-3} ; F = \frac{C}{60 \cdot 10^{-3}} = \frac{200}{60 \cdot 10^{-3}} = 3333,33 \text{ N}$$

EX4- Un tuyau 1 de poids P (600 daN) est soulevé par l'intermédiaire de crochets 3 et 6, d'élingues 2 et 5 et d'un anneau 4 dont les poids sont négligés. **Déterminer** les actions exercées en A, B, C, D et E si celles-ci sont schématisées par des vecteurs forces passant par ces points et les tensions T_5 et T_2 des élingues. AH = DH ; $\alpha = 24^\circ$

Équilibre de $S_1=1+3+6$: $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$; $\vec{T}_5 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0}$

$$\text{proj/x} : \|\vec{T}_5\| \cdot \cos 24 - \|\vec{T}_2\| \cdot \cos 24 + 0 = 0 . \text{ Alors : } \|\vec{T}_5\| = \|\vec{T}_2\|$$

$$\text{proj/y} : \|\vec{T}_5\| \cdot \sin 24 + \|\vec{T}_2\| \cdot \sin 24 - P = 0 . \text{ Alors : } \|\vec{T}_5\| = \frac{P}{2 \cdot \sin 24} = \frac{600}{2 \cdot \sin 24} = 737,57 \text{ daN}$$

$$\text{Donc : } \|\vec{T}_5\| = \|\vec{T}_2\| = \|\vec{A}_{S_1}\| = \|\vec{D}_{2/S_1}\| = 737,57 \text{ daN}$$

$$\text{D'après le principe des actions mutuelles } \|\vec{A}_{S_1}\| = \|\vec{D}_{2/S_1}\| = \|\vec{B}_{54}\| = \|\vec{C}_{2/4}\| = 737,57 \text{ daN}$$

Équilibre de $S_2=1+2+3+4+5+6$: Le solide S_2 est en équilibre sous l'action de deux forces (\vec{P} et \vec{E}_{0/S_2}) ces deux forces ont même intensité, même support mais sens opposé. $\vec{P} = -\vec{E}_{0/S_2}$; $\|\vec{P}\| = \|\vec{E}_{0/S_2}\| = 600 \text{ daN}$

EX5- Reprendre l'exercice 4 avec une caisse de poids P (736 N) soulevée par un dispositif avec poulie et câbles. **Déterminer** les tensions des câbles (actions exercées en A, B, C, I et J) et l'effort \vec{T} que doit exercer l'opérateur pour maintenir l'ensemble en équilibre.

Équilibre de la caisse : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$; $\vec{I} + \vec{J} + \vec{P} = \vec{0}$

$$\text{proj/x} : \|\vec{I}\| \cdot \cos 60 - \|\vec{J}\| \cdot \cos 60 + 0 = 0 . \text{ Alors : } \|\vec{I}\| = \|\vec{J}\|$$

$$\text{proj/y} : \|\vec{I}\| \cdot \sin 60 + \|\vec{J}\| \cdot \sin 60 - P = 0 . \text{ Alors : } \|\vec{I}\| = \frac{P}{2 \cdot \sin 60} = \frac{736}{2 \cdot \sin 60} = 424,92 \text{ N}$$

$$\text{Donc : } \|\vec{I}\| = \|\vec{J}\| = \|\vec{A}\| = 424,92 \text{ N}$$

Équilibre de $S_1= \{\text{caisse+câble AI+câble AJ}\}$: $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$; $\vec{T}_{AB} + \vec{T}_{AC} + \vec{P} = \vec{0}$

$$\text{proj/x} : \|\vec{T}_{AB}\| \cdot \cos 30 - \|\vec{T}_{AC}\| \cdot \cos 45 + 0 = 0 . \text{ Alors : } \|\vec{T}_{AB}\| = \|\vec{T}_{AC}\| \cdot \frac{\cos 45}{\cos 30}$$

$$\text{proj/y} : \|\vec{T}_{AB}\| \cdot \sin 30 + \|\vec{T}_{AC}\| \cdot \sin 45 - P = 0 . \text{ Alors : } \|\vec{T}_{AB}\| = \frac{P}{\sin 30} - \|\vec{T}_{AC}\| \cdot \frac{\sin 45}{\sin 30} = \|\vec{T}_{AC}\| \cdot \frac{\cos 45}{\cos 30}$$

$$\text{Donc : } \|\vec{T}_{AC}\| = \frac{P}{\sin 30} \cdot \left(\frac{\cos 30 \cdot \sin 30}{\sin 30 \cdot \cos 45 + \sin 45 \cdot \cos 30} \right) = \frac{P \cdot \cos 30}{\sin 75} = \frac{736 \cdot \cos 30}{\sin 75} = 659,87 \text{ N}$$

$$\text{Et } T = \|\vec{T}_{AC}\| = 659,87 \text{ N} ; \|\vec{T}_{AB}\| = 659,87 \cdot \frac{\cos 45}{\cos 30} = 538,78 \text{ N}$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$$



EX6-

Un élévateur à fourche, donné par le schéma ci-dessous, soulève une charge \vec{Q} de 2000 N.

Le poids \vec{P}_1 du chariot a pour l'intensité $P_1 = 5000$ N.

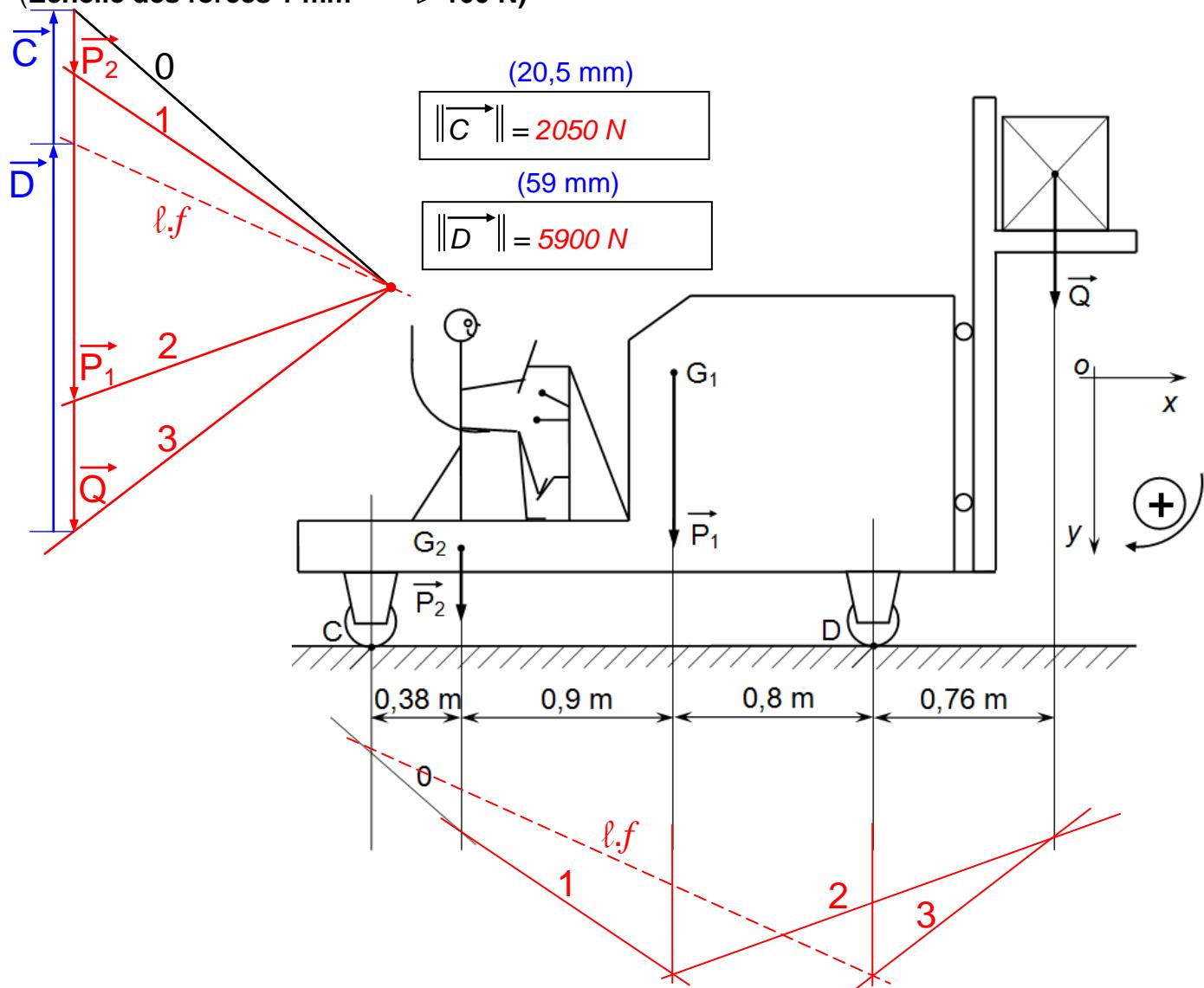
Le poids \vec{P}_2 du conducteur a pour l'intensité $P_2 = 1000$ N.

Hypothèse :

- Toutes les forces sont dans le même plan (ce lui de la figure)
- On néglige tous les frottements

1- Trouver graphiquement l'action du sol sur les roues en C et D.

(Échelle des forces 1 mm \longrightarrow 100 N)



2- Déterminer algébriquement la charge maximale $\|\vec{Q}'\|$ que le chariot pourra soulever avant que la roue C quitte le sol ($\vec{Q}_{\text{Sol/1}} = \vec{0}$)

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} ; \vec{P}_2 + \vec{P}_1 + \vec{Q}' + \vec{D} = \vec{0} ; \text{ proj/y : } P_2 + P_1 + Q' - D = 0 .$$

$$\sum \vec{\mathcal{M}}_D \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} ; \vec{\mathcal{M}}_D \vec{P}_2 + \vec{\mathcal{M}}_D \vec{P}_1 + \vec{\mathcal{M}}_D \vec{Q} + \vec{\mathcal{M}}_D \vec{D} = \vec{0} ; -\|\vec{P}_2\| \cdot 1,7 - \|\vec{P}_1\| \cdot 0,8 + \|\vec{Q}'\| \cdot 0,76 + 0 = 0$$

$$\|\vec{Q}'\| = \frac{1}{0,76} (\|\vec{P}_2\| \cdot 1,7 + \|\vec{P}_1\| \cdot 0,8) = \frac{1}{0,76} (1000 \cdot 1,7 + 5000 \cdot 0,8) ; \text{ Donc : } \|\vec{Q}'\| = 7500 \text{ N}$$



EX7- PRESSE PNEUMATIQUE et COUPLE DE FORCES

A- PRESSE PNEUMATIQUE :

I- Présentation et fonctionnement :

Une presse pneumatique à levier se compose essentiellement d'un bâti 0, d'un vérin oscillant autour d'un axe fixe D (lui-même constitué par un cylindre 1 et un piston 2), d'un levier 3, d'une bielle 4 et d'une broche porte outil 5.

Hypothèse :

- Le poids propre des pièces est négligé.
- Les articulations A, B, C, D et H sont supposées parfaites.
- La pression d'alimentation du vérin (1+2) est de 6 bars.

II- Travail demandé :

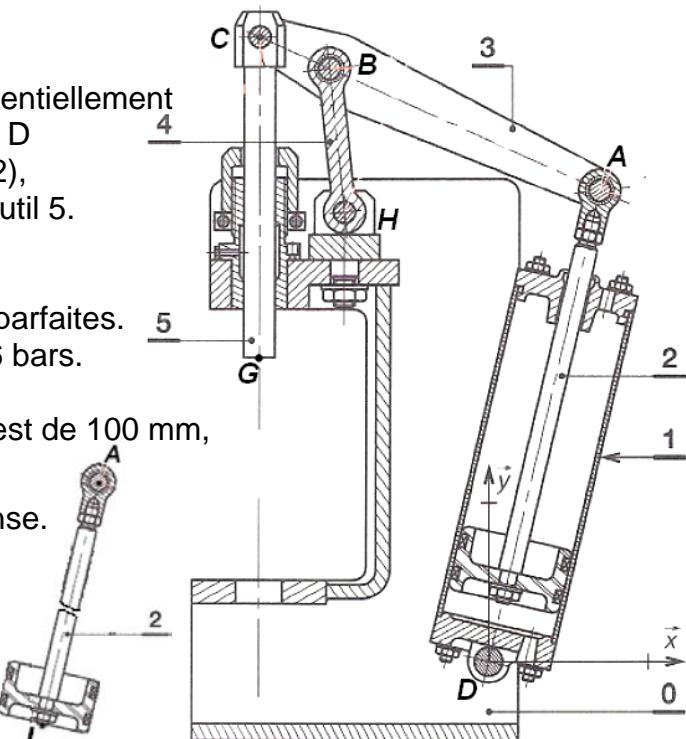
- 1- Sachant que le diamètre intérieur du cylindre 1 est de 100 mm,

Calculer l'action $\|J_{gaz/2}\|$ du gaz sur le piston 2.

En déduire l'action $\|A_{3/2}\|$. **Justifier** votre réponse.

$$\|J_{gaz/2}\| = S \cdot P = \frac{\pi d_{int}^2}{4} \cdot P$$

$$= \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \cdot 6 \cdot 10^5 = 4710 N$$



Équilibre de 2 : Le solide 2 est en équilibre sous l'action de deux forces ($\overrightarrow{J_{gaz/2}}$ et $\overrightarrow{A_{3/2}}$) ; ces deux forces ont même intensité, même support mais sens opposé. $\overrightarrow{J_{gaz/2}} = -\overrightarrow{A_{3/2}}$; $\|J_{gaz/2}\| = \|A_{3/2}\| = 4710 N$

2- Équilibre du vérin 1+2 :

2.1- Bilan des actions mécaniques extérieures.

Équilibre de 1+2 : Le système 1+2 est en équilibre sous l'action de deux forces extérieures ($\overrightarrow{A_{3/(1+2)}}$ et $\overrightarrow{D_{0/(1+2)}}$)

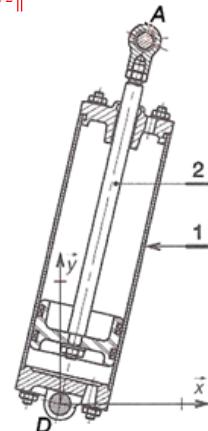
2.2- Théorème :

Équilibre de 1+2 : Le système 1+2 est en équilibre sous l'action de deux forces ($\overrightarrow{A_{3/(1+2)}}$ et $\overrightarrow{D_{0/(1+2)}}$) ; ces deux forces ont même intensité, même support mais

le sens est opposé. $\overrightarrow{A_{3/(1+2)}} = -\overrightarrow{D_{0/(1+2)}}$; $\|A_{3/(1+2)}\| = \|D_{0/(1+2)}\| = 4710 N$

2.3- Compléter le tableau des actions mécaniques extérieures sur le vérin 1+2 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\overrightarrow{A_{3/(1+2)}}$	A	AD	$A \rightarrow D$	4710 N
$\overrightarrow{D_{0/(1+2)}}$	D	AD	$D \rightarrow A$	4710 N



2- Équilibre de la bielle 4 :

2.1- Bilan des actions mécaniques extérieures.

Équilibre de 4 : La bielle 4 est en équilibre sous l'action de deux forces ($\overrightarrow{B_{3/4}}$ et $\overrightarrow{H_{0/4}}$)

2.2- Théorème :

Équilibre de 4 : La bielle 4 est en équilibre sous l'action de deux forces ($\overrightarrow{B_{3/4}}$ et $\overrightarrow{H_{0/4}}$) ; ces deux forces ont même intensité, même support mais le sens est opposé. $\overrightarrow{B_{3/4}} = -\overrightarrow{H_{0/4}}$; $\|B_{3/4}\| = \|H_{0/4}\|$





2.3- Compléter le tableau des actions mécaniques extérieures sur le vérin 1+2 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\overrightarrow{B_{3/4}}$	B	BH	?	?
$\overrightarrow{H_{0/4}}$	H	BH	?	?

2- Équilibre du levier 3 : (Résolution graphique)

2.1- Bilan des actions mécaniques extérieures.

Le levier 3 est en équilibre sous l'action de trois forces ($\overrightarrow{A_{2/3}}$, $\overrightarrow{B_{4/3}}$ et $\overrightarrow{C_{5/3}}$).

2.2- Théorème :

Le levier 3 est en équilibre sous l'action de trois forces ($\overrightarrow{A_{2/3}}$, $\overrightarrow{B_{4/3}}$ et $\overrightarrow{C_{5/3}}$) non parallèles ; ces trois forces sont coplanaires et concourantes en un même point, le polygone est fermé.

2.3- Compléter le tableau des actions mécaniques extérieures sur le vérin 1+2 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\overrightarrow{A_{2/3}}$	A	AD	$D \rightarrow A$	4710 N
$\overrightarrow{B_{4/3}}$	B	BH	?	?
$\overrightarrow{C_{5/3}}$	C	?	?	?

2.4- Déterminer graphiquement $\|\overrightarrow{B_{4/3}}\|$ et $\|\overrightarrow{C_{5/3}}\|$:

(Échelle des forces 1 mm \rightarrow 200 N)

(122 mm)

(100 mm)

$$\|\overrightarrow{B_{4/3}}\| = 24400 \text{ N}$$

$$\|\overrightarrow{C_{5/3}}\| = 20000 \text{ N}$$

B- COUPLE DE FORCES

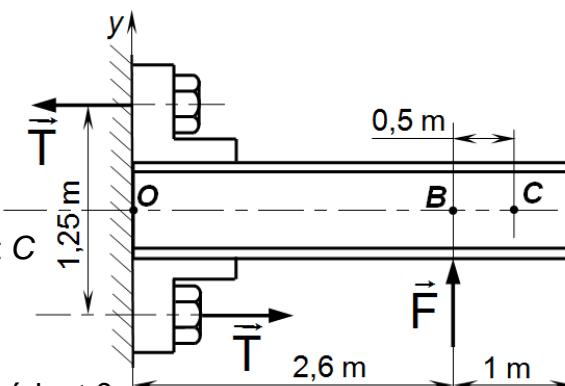
Soit le montage suivant avec :

$$\|\overrightarrow{F}\| = 500 \text{ N}$$

1- Calculer le moment en O du couple de force \overrightarrow{F} ?

2- Calculer le moment en A , B et C du couple de force \overrightarrow{F} ?

3- Quelle doit être la valeur de \overrightarrow{T} pour que le couple de force \overrightarrow{T} puisse équilibrer le couple précédent ?



$$1- \|\mathcal{M}_O \overrightarrow{F}_A\| + \|\mathcal{M}_O \overrightarrow{F}_B\| = (-500 \cdot 3,6) + (500 \cdot 2,6) = -500 \text{ Nm}$$

$$2- \|\mathcal{M}_A \overrightarrow{F}_A\| + \|\mathcal{M}_A \overrightarrow{F}_B\| = 0 + (-500 \cdot 1) = -500 \text{ Nm}$$

$$\|\mathcal{M}_B \overrightarrow{F}_A\| + \|\mathcal{M}_B \overrightarrow{F}_B\| = -500 \cdot 1 + 0 = -500 \text{ Nm}$$

$$\|\mathcal{M}_C \overrightarrow{F}_A\| + \|\mathcal{M}_C \overrightarrow{F}_B\| = -500 \cdot 0,5 + (-500 \cdot 0,5) = -500 \text{ Nm}$$

$$3- \|\mathcal{M}_O \overrightarrow{T}\| + \|\mathcal{M}_O \overrightarrow{T}\| = (T \cdot 0,625) + (T \cdot 0,625) = T \cdot 1,25 = 500 \text{ Nm} ; T = \frac{500}{1,25} = 400 \text{ N}$$



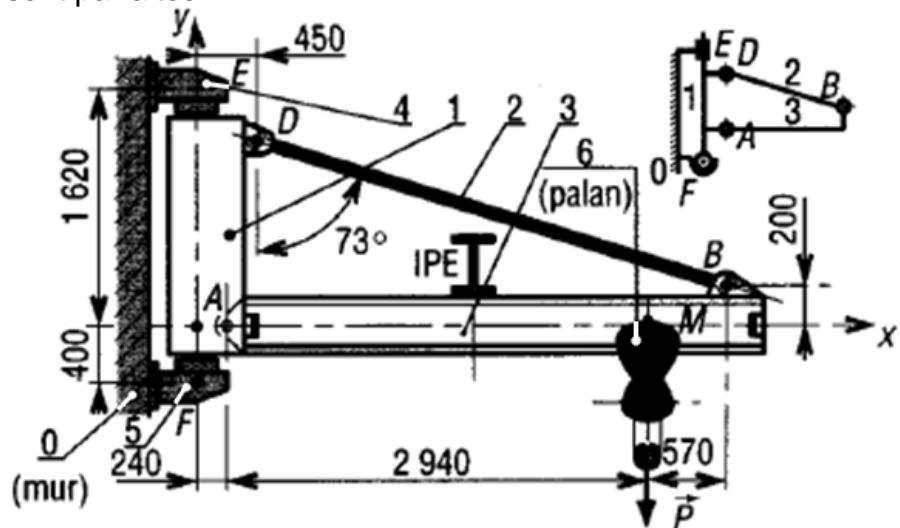
EX8-

PRESSE PNEUMATIQUE

Une potence utilisée en manutention se compose d'une flèche 3 articulée en A sur une colonne pivotante 1 et d'un tirant BD ou 2 articulé en D sur 1 et en B sur 3. L'ensemble est en liaison pivot d'axe EF sur des supports 4 et 5 encastrés sur le mur 0.

Hypothèse :

- La masse de la charge P à se lever est de 2000 kg
 - Les poids des pièces sont négligés
 - Les liaisons en A, B, D, E, F et M sont parfaites



1- Compléter le tableau suivant :

Ensemble isolé	Éléments isolés	Forces extérieures	Forces intérieures
	2	$\overline{B}_{3/2}; \overline{D}_{1/2}$	Néant
	3	$\overline{A}_{1/3}; \overline{B}_{2/3}; \overline{P}$	Néant
	1	$\overline{E}_{4/1}; \overline{F}_{5/1}; \overline{A}_{3/1}; \overline{D}_{2/1}$	Néant

2- Déterminer analytiquement pour la position de la figure, les actions exercées en A et B sur 3 si celles-ci sont schématisées par des vecteurs forces passant par ces points.

$$\blacklozenge \sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} ; \overrightarrow{A_{1/3}} + \overrightarrow{B_{2/3}} + \overrightarrow{P} = \vec{0}$$

$\text{proj}/x : A_{(1/3)X} - \overrightarrow{\|B_{2/3}\|} \cdot \cos 17 + 0 = 0$. Alors : $A_{(1/3)X} = \overrightarrow{\|B_{2/3}\|} \cdot \cos 17$

$$\text{proj}/y : A_{(1/3)Y} + \left\| \overrightarrow{B_{1/3}} \right\| \cdot \sin 17 - P = 0$$

$$\bullet \sum \overrightarrow{\mathcal{M}_{/A} F_{ext}} = \vec{0} ; \overrightarrow{\mathcal{M}_{/A} A_{1/3}} + \overrightarrow{\mathcal{M}_{/A} B_{2/3}} + \overrightarrow{\mathcal{M}_{/A} P} = \vec{0} ;$$

$$0 + \left\| \overrightarrow{B_{2/3}} \right\| \cdot (\cos 17 \cdot 0,2 + \sin 17 \cdot 3,51) - \left\| \overrightarrow{P} \right\| \cdot 2,94 = 0 \quad ; \quad \left\| \overrightarrow{B_{2/3}} \right\| = \frac{\left\| P \right\| \cdot 2,94}{(\cos 17 \cdot 0,2 + \sin 17 \cdot 3,51)} = 48296,25 \text{ N}$$

$$A_{(1/3)X} = \left\| \overrightarrow{B_{2/3}} \right\| \cdot \cos 17 = 48296,25 \cdot \cos 17 = 46185,93 \text{ N}$$

$$A_{(1/3)Y} = P - \left\| \overline{B_{1/3}} \right\| \cdot \sin 17 = 20000 - 48296,25 \cdot \sin 17 = 5879,54 \text{ N}$$

$$\left\| \overrightarrow{A_{1/3}} \right\| = \sqrt{\left(A_{(1/3)X} \right)^2 + \left(A_{(1/3)Y} \right)^2} = \sqrt{\left(46185, 93 \right)^2 + \left(5879, 54 \right)^2} = 46558, 66 \text{ N}$$



3- Équilibre de 3 :

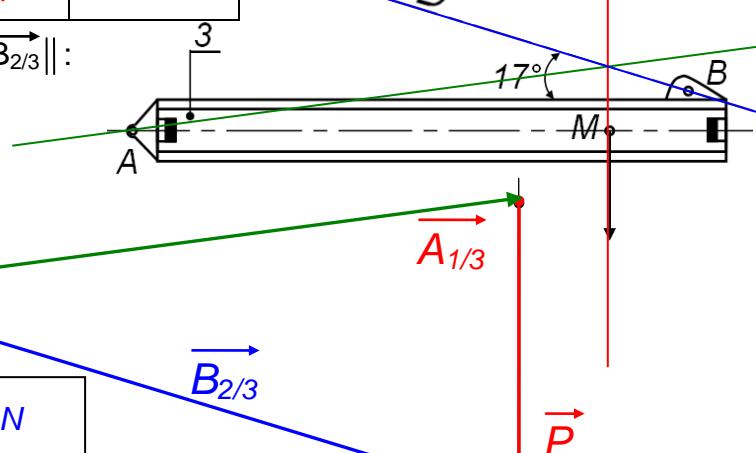
3.1- Compléter le tableau des actions mécaniques extérieures sur la flèche 3 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
\vec{P}	M	Verticale	Vers le bas	$2.10^4 N$
$\vec{B}_{2/3}$	B	BD	?	?
$\vec{A}_{1/3}$	A	?	?	?

3.1- Déterminer graphiquement $\|A_{1/3}\|$ et $\|B_{2/3}\|$:

Polygone des forces

Échelle 1 mm \longrightarrow 50 daN



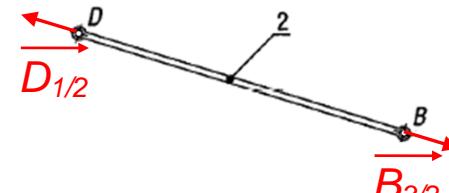
$$\|A_{1/3}\| = 4625 \text{ daN}$$

$$\|B_{2/3}\| = 4800 \text{ daN}$$

4- Équilibre de 2 :

4.1- On isole le tirant 2. Compléter le bilan des actions mécaniques extérieures sur le vérin 2 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\vec{B}_{3/2}$	B	BD	$D \rightarrow B$	$4829,6 \text{ daN}$
$\vec{D}_{1/2}$	D	BD	$B \rightarrow D$	$4829,6 \text{ daN}$



4.2- Indiquer les forces extérieures sur la figure ci-contre

5- Équilibre de 1 : (Cas d'une direction et deux modules inconnus)

5.1- Compléter le tableau des actions mécaniques extérieures sur de la colonne pivotante 1 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\vec{D}_{2/1}$	D	BD	$B \rightarrow D$	$4829,6 \text{ daN}$
$\vec{A}_{3/1}$	A	—	—	$4655,8 \text{ daN}$
$\vec{E}_{4/1}$	E	—	?	?
$\vec{F}_{5/1}$	F	?	?	?

Direction de $\vec{E}_{4/1}$

dir. $\vec{D}_{2/1} + \vec{A}_{3/1}$

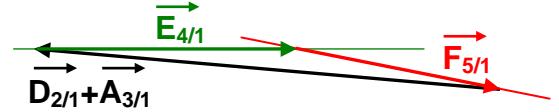
dir. $\vec{F}_{5/1}$

5.2- Déterminer graphiquement $\|E_{4/1}\|$ et $\|F_{5/1}\|$:

Polygone des forces : Échelle 1 mm \longrightarrow 150 daN

$$\|E_{4/1}\| = 5160 \text{ daN}$$

$$\|F_{5/1}\| = 4125 \text{ daN}$$





EX8-

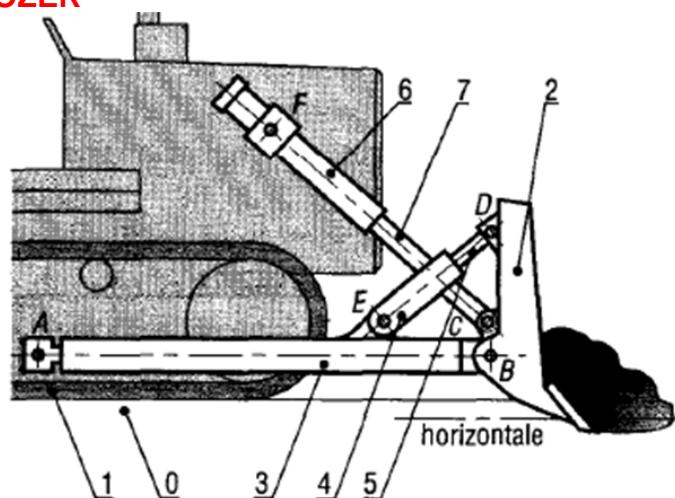
BULLDOZER

Un bouteur se compose d'un châssis 1, d'une lame 2 articulée en *B* sur deux bras de poussée 3 eux-mêmes articulés en *A* sur 1. La hauteur de la lame est réglée par deux vérins 6+7 et son inclinaison par deux vérins 4+5. Les liaisons en *A*, *B*, *C*, *D*, *E* et *F* sont des liaisons pivots dont les centres portent le même nom. $H_{0/2}$ (22000 daN) schématise l'action du sol sur la lame (inclinée de 5° par rapport à l'horizontale). L'étude est réalisée dans le plan de symétrie de l'appareil.

Hypothèse :

- Les poids des pièces sont négligés
- Les liaisons en *A*, *B*, *C*, *D*, *E* et *F* sont parfaites

1- Compléter le tableau suivant :

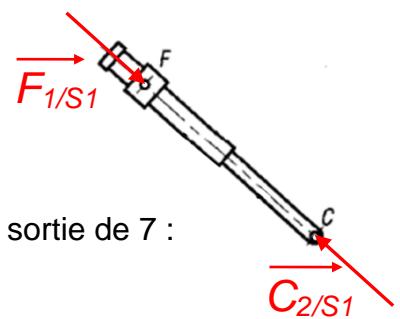


Ensemble isolé	Éléments isolés	Forces extérieures	Forces intérieures
	$6+7 = S1$	$\overrightarrow{F_{1/S1}}; \overrightarrow{C_{2/S1}}$	$\overrightarrow{Force_{6/7}}; \overrightarrow{Force_{7/6}}$
	$4+5 = S2$	$\overrightarrow{E_{3/S2}}; \overrightarrow{D_{2/S2}}$	$\overrightarrow{Force_{4/5}}; \overrightarrow{Force_{5/4}}$
	2	$\overrightarrow{B_{3/2}}; \overrightarrow{C_{7/2}}; \overrightarrow{D_{5/2}}; \overrightarrow{H_{0/2}}$	Néant
	3	$\overrightarrow{A_{1/3}}; \overrightarrow{B_{2/3}}; \overrightarrow{E_{4/3}}$	Néant
	$2+3+4+5 = S3$	$\overrightarrow{A_{1/S3}}; \overrightarrow{C_{7/S3}}; \overrightarrow{H_{0/S3}}$	$\overrightarrow{B_{3/2}}; \overrightarrow{B_{2/3}}; \overrightarrow{D_{2/5}};$ $\overrightarrow{D_{5/2}}; \overrightarrow{E_{4/3}}; \overrightarrow{E_{3/4}}$

2- Équilibre de 6+7 :

2.1- On isole le tirant 2. Compléter le bilan des actions mécaniques extérieures sur le vérin 6+7 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\overrightarrow{F_{1/S1}}$	<i>F</i>	<i>CF</i>	?	?
$\overrightarrow{C_{2/S1}}$	<i>C</i>	<i>CF</i>	?	?



2.2- Indiquer les forces extérieures sur la figure ci-contre en cas de sortie de 7 :

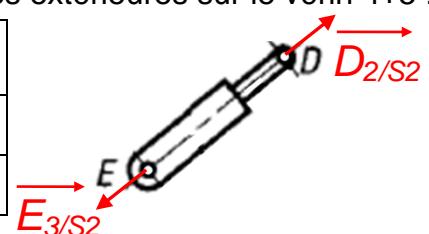




3- Équilibre de 4+5 :

3.1- On isole le tirant 2. Compléter le bilan des actions mécaniques extérieures sur le vérin 4+5 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\overrightarrow{E_{3/52}}$	E	DE	?	?
$\overrightarrow{D_{2/52}}$	D	DE	?	?



3.2- Indiquer les forces extérieures sur la figure ci-contre en cas de rentrée de 5 :

4- Équilibre de 2 : (Cas de 3 modules inconnus "méthode de Culmann")

4.1- Compléter le tableau des actions mécaniques extérieures sur de la lame 2 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\overrightarrow{H_{0/2}}$	H	5°	5°	22000 daN
$\overrightarrow{B_{3/2}}$	B	—	?	?
$\overrightarrow{C_{7/2}}$	C	CF	?	?
$\overrightarrow{D_{5/2}}$	D	DE	?	?

4.1- Déterminer graphiquement $\| \overrightarrow{B_{3/2}} \|$; $\| \overrightarrow{C_{7/2}} \|$ et $\| \overrightarrow{D_{5/2}} \|$:

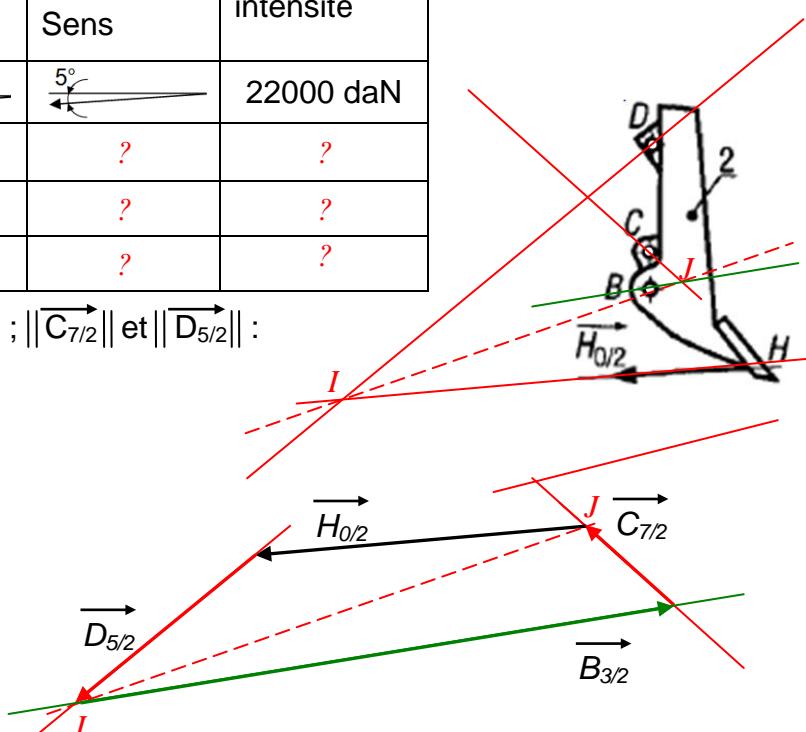
Polygone des forces

Échelle 1 mm \longrightarrow 500 daN

$$(80) \quad \| \overrightarrow{B_{3/2}} \| = 40000 \text{ daN}$$

$$(16) \quad \| \overrightarrow{C_{7/2}} \| = 8000 \text{ daN}$$

$$(31) \quad \| \overrightarrow{D_{5/2}} \| = 15500 \text{ daN}$$



3- Équilibre de 3 :

3.1- Compléter le tableau des actions mécaniques extérieures sur le bras de poussée 3 :

Forces extérieures	Point d'application	Direction	Sens	intensité
$\overrightarrow{B_{2/3}}$	B	—	\leftarrow	37750 daN
$\overrightarrow{E_{4/3}}$	E	ED	$E \rightarrow D$	15500 daN
$\overrightarrow{A_{1/3}}$	A	?	?	?

3.1- Déterminer graphiquement $\| \overrightarrow{A_{1/3}} \|$

Polygone des forces

Échelle 1 mm \longrightarrow 500 daN

$$(55) \quad \| \overrightarrow{A_{1/3}} \| = 27500 \text{ daN}$$

