

تصحيح تمارين طاقة الوضع الثقالية

الطاقة الميكانيكية

تمرين 1:

التعبير العام لطاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp} = mgz + C$$

m: كتلة الجسم

g: شدة الثقالة

z: أنسوب مركز قصور الجسم

C : ثابتة تحدد بالحالة المرجعية

-1- الحاله المرجعية : $z=2$

لدينا عند $z=2$ $E_{pp}=0$

$$0=mg \times 2 + C \Rightarrow C = -2mg$$

$$E_{pp}=mgz-2mg$$

$$\mathbf{E_{pp}=mg(z-2)}$$

▪ عند : $z_1=6$ لدينا : $E_{pp}(z_1)=mg(z_1-2)$

$$E_{pp}(z_1)=2 \times 9,8 \times (6-2)=78,4J$$

▪ عند : $z_2=-4$ لدينا : $E_{pp}(z_2)=mg(z_2-2)$

$$E_{pp}(z_2)=2 \times 9,8 \times (-4-2)=-117,6J$$

-2- الحاله المرجعية $z=-1$

لدينا عند $z=-1$ $E_{pp}=0$

$$0=mg(-1)+C \Rightarrow C = mg$$

$$E_{pp}=mgz+mg$$

$$\mathbf{E_{pp}=mg(z+1)}$$

▪ عند : $z_1=-4$ لدينا :

$$E_{pp}=2 \times 9,8 \times (-4+1)=-58,8J$$

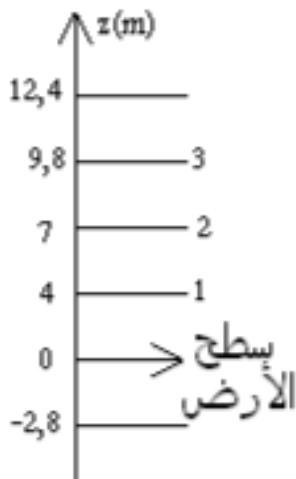
▪ عند : $z_2=0$

$$E_{pp}=2 \times 9,8 \times (0+1)=19,6J$$

▪ عند : $z_3=-1$ لدينا :

$$E_{pp}=0 \text{ (الحاله المرجعية)}$$

تمرين 2 :



- الحالـة المرجـعـية : سطـح الأرـض = 0

$$E_{pp} = mgx_0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$$

تعـبـير E_{pp} يـصـبـح :

$$\mathbf{E_{pp}=mgz}$$

-1.1 - عندما يكون الطفل في الطابق السفلي: $z = -2,8\text{m}$:

$$E_{pp} = mg(-2,8) = 50 \times 9,8 \times (-2,8)$$

$$E_{pp} = -1372\text{J}$$

-1.2 - عندما يكون الطفل في الطابق الثاني: $z = 7\text{m}$:

$$E_{pp} = 50 \times 9,8 \times 7$$

$$E_{pp} = 3430\text{J}$$

- الحالـة المرجـعـية : الطابـق الثـانـي : $z = 7\text{m}$

$$E_{pp} = mg(7) + C = 0 \Rightarrow C = -7mg$$

تعـبـير E_{pp} يـصـبـح :

$$\mathbf{E_{pp}=mgz-7mg}$$

$$\mathbf{E_{pp}=mg(z-7)}$$

-2.1 - عندما يكون الطفل في الطابق السفلي: $z = -2,8\text{m}$:

$$E_{pp} = 50 \times 9,8 \times (-2,8-7)$$

$$E_{pp} = -4802\text{J}$$

-2.2 - عندما يكون الطفل في الطابق الثالث: $z = 9,8\text{m}$:

$$E_{pp} = 50 \times 9,8 \times (9,8-7)$$

$$E_{pp} = 1372\text{J}$$

تمرين 3 :

تعـبـير تـغـيـر طـاقـة الـوـضـع الـثـقـالـيـة :

$$E_{pp_f} = mgz_f + C \quad \text{في الحالـة النـهـائـيـة}$$

$$E_{pp_i} = mgz_i + C \quad \text{في الحالـة الـبـدـئـيـة}$$

$$\Delta E_{pp} = E_{pp_f} - E_{pp_i} \quad \text{تـغـيـر طـاقـة الـوـضـع :}$$

$$\Delta E_{pp} = mgz_f - mgz_i = mg(z_f - z_i)$$

$$\Delta E_{pp} = mg\Delta z$$

• بالـنـسـيـة لـلـكـرـة كـتـلـتـها M :

$$\Delta z = OG_0 - OG' = L + r - (L + r)\cos\theta$$

$$\Delta z = (L + r)(1 - \cos\theta)$$

نـحـصـل عـلـى :

$$\Delta E_{pp_1} = Mg(L + r)(1 - \cos\theta)$$

$$\Delta Epp_1 = 500.10^{-3} \times 9,8 \times (50.10^{-2} + 5.10^{-2})(1 - \cos 20^\circ)$$

$$\Delta Epp_1 = 1,62.10^{-1} J$$

• بالنسبة للحبل كتلته m :

$$\Delta z' = \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \cos \theta = \frac{L}{2} (1 - \cos \theta) \quad \Delta Epp_2 = mg \Delta z'$$

نحصل على:

$$\Delta Epp_2 = mg \frac{L}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$\Delta Epp_2 = 50.10^{-3} \times 9,8 \times \frac{50.10^{-2}}{2} (1 - \cos 20^\circ)$$

$$\Delta Epp_2 = 7,39.10^{-3} J$$

• بالنسبة للمجموعة {حبل + كرة}:

$$\Delta Epp = \Delta Epp_1 + \Delta Epp_2$$

$$\Delta Epp = 1,62.10^{-1} + 7,39.10^{-3}$$

$$\Delta Epp = 1,69.10^{-1} J$$

تمرين 4 :

- تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم (S) :

$$Epp = mgz + C$$

الحالة المرجعية مطابقة مع أصل الأنساب: $Epp=0$ عند $z=0$

$$Epp = mgx + C = 0 \Rightarrow C = 0$$

نحصل على: $Epp = mgz$

$$\sin \alpha = \frac{z}{x} \Rightarrow z = x \cdot \sin \alpha \quad \text{حسب الشكل لدينا:}$$

نستنتج:

$$Epp = m \cdot g \cdot x \cdot \sin \alpha$$

- حساب طاقة الوضع :

• عند بداية الحركة :

الجسم يوجد في الحالة المرجعية: $Epp=0$

(يمكن تعويض $x=0$ في تعبير طاقة الوضع الثقالية فنحصل على 0)

• عندما ينتقل الجسم (S) بـ $x=-2m$ نحصل على :

$$Epp = 700.10^{-3} \times 9,8 \times (-2) \times \sin 20^\circ = -4,69 J$$

لاحظ الجسم يوجد تحت الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية فطاقة وضعه سالبة .

تمرين 5:

- حساب طاقة الوضع الثقالية للدلو :

• سطح الماء حالة مرجعية و هو يطابق أصل الأنساب : $Epp=0$ عند $z_1=0$

وبالتالي: $C=0$

تعتبر E_{pp} هو :
 $E_{pp}=mgz$
 ت.ع:

$$E_{pp} = 10 \times 9,8 \times (-3) = -294J$$

- مستوى الماء حالة مرجعية وهو يطابق $z_2 = -5m$
 $E_{pp}=mgz_2+C=0 \Rightarrow C=-mgz_2$
 تعتبر E_{pp} هو :
 $E_{pp}=mgz(z-z_2)$

$$E_{pp} = 10 \times 9,8 \times (3 - (-5)) = 196J$$

2- تغير طاقة الوضع الثقالية عندما يتغير مركز قصور الدلو من مستوى الماء الى مستوى الأرض :

- الحالة المرجعية مستوى سطح الأرض :

- عند سطح الماء ($z_i = -5$) :

$$E_{pp}(z_i) = mgz_i = 10 \times 9,8 \times (-5) = -490J$$

- عند سطح الأرض ($z_f = 0$) :

$$E_{pp}(z_f) = mgz_f = 10 \times 9,8 \times 0 = 0$$

- تغير طاقة الوضع الثقالية :

$$\Delta E_{pp} = E_{ppz_f} - E_{ppz_i} = 0 - (-490) = 490J$$

- الحالة المرجعية سطح الأرض :

- عند سطح الماء ($z_i = -5$) :

$$E_{pp}(z_i) = mg(z_i - z_2) = 10 \times 9,8 \times [(-5) - (-5)] = 0$$

- عند سطح الأرض ($z_f = 0$) :

$$E_{pp} = mg(z_f - z_2) = 10 \times 9,8 \times [0 - (-5)] = 490J$$

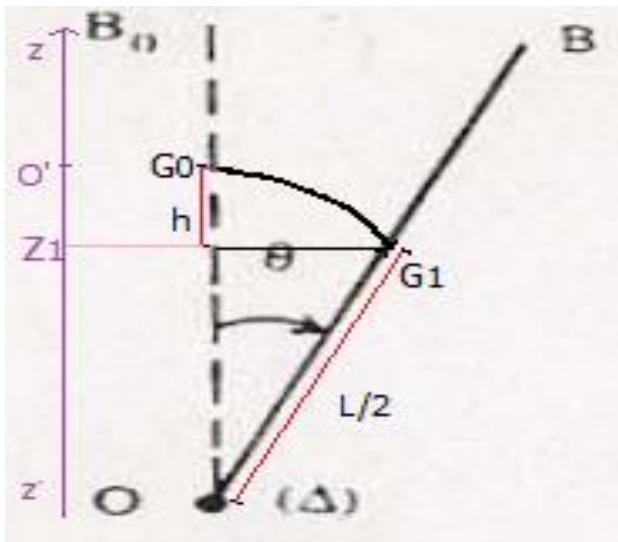
- تغير طاقة الوضع الثقالية :

$$\Delta E_{pp} = E_{ppz_f} - E_{ppz_i} = 490 - 0 = 490J$$

- نستنتج أن تغير طاقة الوضع الثقالية ثابتة $\Delta E_{pp} = cte$ وهي لا تتعلق بالحالة المرجعية .

تمرين 6 :

- تعتبر E_{pp} بدلالة θ :
- لدينا : $E_{pp}(z_1) = mgz_1 - mgz_{E_{pp}=0}$
- الحالة المرجعية لـ E_{pp} مطابقة لأصل الأنساب ومنه $mgz_{E_{pp}=0} = 0$
- ومنه : $E_{pp}(z_1) = mgz_1$



لدينا :

$$h = \frac{l}{2} \cos \theta \text{ و } z_1 = \frac{l}{2} - h$$

وبالتالي : $z_1 = \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \cos \theta = \frac{l}{2} (1 - \cos \theta)$

تعبير Epp يكتب :

$$Epp = -mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$\text{ت.ع: } Epp = -600 \cdot 10^{-3} \times 9,8 \times \frac{50 \cdot 10^{-2}}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$Epp = -1,47 (1 - \cos \theta)$$

- حساب ΔEpp تغير طاقة الوضع :

$$Epp_1 = -1,47 (1 - \cos \theta_1)$$

$$\Delta Epp_2 = -1,47 (1 - \cos \theta_2)$$

$$\Delta Epp = Epp_2 - Epp_1 = 1,47 (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

$$\Delta Epp = 1,47 [\cos(150^\circ) - \cos(15^\circ)]$$

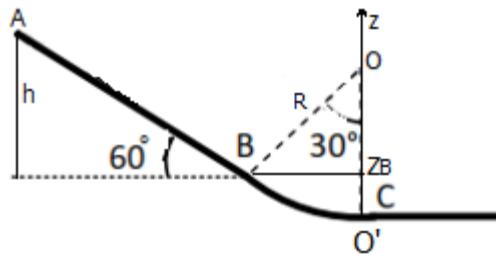
$$\Delta Epp = -2,69 J$$

تمرين 7:

- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S بين الموضعين A و B نكتب :

$$Ec_B - Ec_A = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

لدينا $v_A = 0$ وبالتالي :



الاحتکاکات مهملا : $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0$

$h = AB \cdot \sin \alpha$ مع $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mgh$ المبرهنة تكتب :

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mg \cdot AB \sin \alpha$$

$$v_B^2 = 2gAB \cdot \sin \alpha$$

$$v_B = \sqrt{2gAB \cdot \sin \alpha}$$

$$\text{ت.ع: } v_B = \sqrt{2 \times 9,8 \times 3 \times \sin 60^\circ}$$

$$v_B = 7,1 m/s$$

- حساب طاقة الوضع الثقالية في كل من B و C :

تعبير طاقة الوضع الثقالية :

الحالة المرجعية $Epp=0$ عند $z=0$ ومنه $C=0$

$$E_{pp} = mgz$$

عند الموضع B لدينا : $E_{pp}(B) = mgz_B$

بالاعتماد على الشكل : $z_B = R - R \cos 30^\circ$
 $z_B = R(1 - \cos 30^\circ)$

$$E_{pp}(B) = mgR(1 - \cos 30^\circ)$$

ت.ع: $E_{pp}(B) = 400.10^{-3} \times 9,8 \times 0,5(1 - \cos 30^\circ)$
 $E_{pp}(B) = 0,26J$

عند الموضع C :

الجسم يوجد في الحالة المرجعية وبالتالي : $E_{pp}(C) = 0$

-3- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S بين B و C :

$$Ec(C) - Ec(B) = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R})$$

لأن الاحتكاكات مهملة $W_{B \rightarrow C}(\vec{R}) = 0$

$$z_C = 0 \text{ لأن } W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) = mg(z_B - z_C) = mgz_B$$

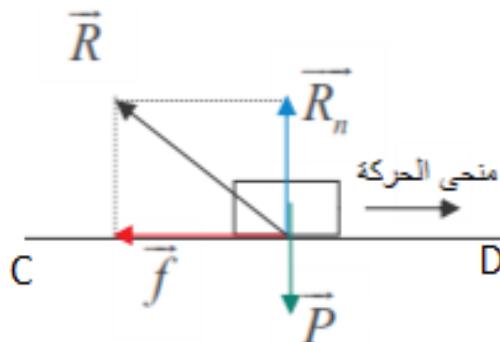
$$Ec(C) = Ec(B) + mgz_B$$

$$Ec(C) = mgAB \sin 60^\circ + E_{pp}(B)$$

ت.ع: $Ec(C) = 0,4 \times 9,8 \times 3 \times \sin 60^\circ + 0,26$

$$Ec(C) = 10,44J$$

-4- حساب شغل قوة التحريك بين C و D :



مبرهنة الطاقة الحركية تكتب:

$$Ec(D) - Ec(C) = W_{C \rightarrow D}(\vec{P}) + W_{C \rightarrow D}(\vec{R})$$

لدينا : $Ec(D) = 0$ لأن الجسم يتوقف .

$W_{C \rightarrow D}(\vec{R}) = 0$ لأن اتجاه \vec{R} عمودي على متجهة الانتقال \vec{CD} .

$$W_{C \rightarrow D}(\vec{R}) = W_{C \rightarrow D}(\vec{f}) + W_{C \rightarrow D}(\vec{R}_N)$$

$W_{C \rightarrow D}(\vec{R}_N) = 0$ لأن اتجاه \vec{R}_N عمودي على متجهة الانتقال \vec{CD} .
 نستنتج :

$$W_{C \rightarrow D}(\vec{f}) = W_{C \rightarrow D}(\vec{R}) = -Ec(C)$$

$$W_{C \rightarrow D}(\vec{f}) = -10,44J$$

تمرين 8:

طاقة الوضع الثقالية للعمود :

- عندما يكون زاوية $60^\circ = \alpha$ مع المستوى الأفقي :
- نختار الحالة المجمعية لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المر من B والذي نعتبره أصلًا للأفاصيل .

$$E_{pp} = 0 \text{ عند } z=0 \text{ ومنه}$$

$$E_{pp} = mgz : E_{pp}$$

نحدد أنسوب G حيث : $z_G = BG \sin \alpha$

$$E_{pp} = mg \frac{L}{3} \sin \alpha$$

ت.ع:

$$E_{pp} = 150 \times 9,81 \times \frac{3}{2} \times \sin(60^\circ)$$

$$E_{pp} = 1911,5N$$

- عندما يكون العمود في وضع رأسى :

في هذه الحالة تساوى الزاوية $90^\circ = \alpha$:

طاقة الوضع الثقالية تساوى :

$$E'_{pp} = 150 \times 9,81 \times \frac{3}{2} \times \sin(90^\circ)$$

$$E'_{pp} = 2207,2N$$

تمرين 9:

1- طبيعة التماس بين (S) والجزء : AB

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين A و B :

يخضع الجسم الى قوتين :

- وزنه \vec{P}

- تأثير السطح الأفقي \vec{R}

$$Ec_B - Ec_A = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

لأن المتجهة \vec{P} عمودية على متجهة الانتقال \vec{AB} .

ومنه :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \frac{1}{2} \times 200.10^{-3} \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 200.10^{-3} \times 3^2$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = -0,5J$$

بما أن $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) < 0$ فإن التماس يتم باحتكاك بين الجسم والسطح AB .

2- شدة قوة الاحتكاك :

نفك القوة \vec{R} الى مركبتين :

: المركبة المماسية وتسمى قوة الاحتكاك .

: المركبة المنظرية .

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N)$$

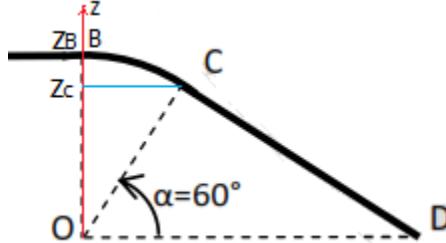
$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{R}_N \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = -f \cdot AB + 0$$

$$f = -\frac{W_{A \rightarrow B}(\vec{R})}{AB}$$

$$f = -\frac{(-0,5)}{2} = 0,25N$$

3- حساب طاقة الوضع الثقالية في كل من المواقع B و C و D : باعتبار الحالة المرجعية المستوي الافقى المار من O الذي نتخذه أصلا لمحور الأنساب



لدينا $C=0$ وتعبير طاقة الوضع هو : $Epp = mgz$

عند الموضع B : لدينا $z_B=r$ و منه $Epp_B = mgr$

$$Epp_B = 0,2 \times 10 \times 3 = 6J$$

عند الموضع C : لدينا $z_C=r\sin\alpha$ و منه $Epp_C = mgr \cdot \sin\alpha$

$$Epp_C = 0,2 \times 10 \times 3 \times \sin(60^\circ) = 5,2J$$

عند الموضع D : لدينا $z_D=0$ و منه $Epp_D = 0$

4- حساب سرعة الجسم عند النقطة D :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين B و D :

$$Ec_D - Ec_B = W_{B \rightarrow D}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow D}(\vec{R})$$

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن : $W_{B \rightarrow D}(\vec{R}) = 0$

$$W_{B \rightarrow D}(\vec{P}) = mg(z_B - z_D)$$

$$W_{B \rightarrow D}(\vec{P}) = mg(mgr - 0) = mgr$$

العلاقة السابقة تكتب :

$$Ec_D = Ec_B + mgr$$

$$Ec_D = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgr = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 2^2 + 0,2 \times 10 \times 3$$

$$Ec_D = 6,4J$$

$$\begin{aligned}Ec_D &= \frac{1}{2}mv_D^2 \\v_D^2 &= \frac{2Ec_D}{m} \\v_D &= \sqrt{\frac{2Ec_D}{m}} \\v_D &= \sqrt{\frac{2 \times 6,4}{0,2}} \\v_D &= 8m.s^{-1}\end{aligned}$$