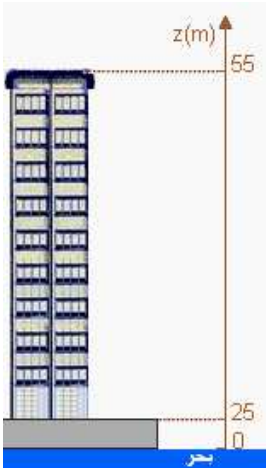


الطاقة الميكانيكية

طول
تمارين



تمرين 1

1- طاقة الوضع الثقالية للكورة:

تعبير طاقة الوضع الثقالية لجسم هو: $E_p = mgz + Cte$

حيث z أنسوب مركز قصوره على محور رأسي موجه نحو الأعلى.
ليكن z_0 أنسوب المستوى الأفقي الذي اختير حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

إذن عند $z = z_0$: $E_p = 0 \leftarrow 0 = mgz_0 + Cte \leftarrow Cte = -mgz_0$

و بالتالي: $E_p = mg(z - z_0)$

أ- إذا اختيرت الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية عند سطح البحر:

$$E_p = mgz \leftarrow z_0 = 0$$

$$E_p = 0,5 \times 9,8 \times 55 = 269,5 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

ب- إذا اختيرت الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية عند سطح الأرض:

$$E_p = mg(z - 25) \leftarrow z_0 = 25$$

$$E_p = 0,5 \times 9,8 \times (55 - 25) = 147 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

2- تغير طاقة الوضع للكورة عند سقوطها على سطح الأرض:

تغير طاقة الوضع الثقالية مستقل عن اختيار الحالة المرجعية لطاقة الوضع و لا يتعلق إلا بارتفاع السقوط.

و هذا التغير يساوي **مقابل** شغل الوزن: $\Delta E_p = -W(\vec{P}) \leftarrow \Delta E_p = -mgh$

$$\Delta E_p = -0,5 \times 9,8 \times 30 = -147 \text{ J} \leftarrow h = 55 - 25 = 30 \text{ m} \quad \text{ت.ع.}$$

خلال سقوطها **تتناقص** طاقة الوضع الثقالية للكورة و هذا ما تدل عليه **الإشارة السالبة** للتغير.

3- **سرعتها** عند وصولها سطح الأرض:

باعتبار أن كل طاقة الوضع الثقالية للكورة تحولت إلى طاقة حركية، فإن: $\Delta E_c = -\Delta E_p$

$$v = \sqrt{-\frac{2\Delta E_p}{m}} \leftarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = -\Delta E_p \leftarrow$$

الكورة سقطت بدون سرعة بدئية

$$v = \sqrt{-\frac{2 \times (-147)}{0,5}} = 24,2 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

تمرين 2

1- ارتفاع السقوط :

تغير طاقة الوضع الثقالية يساوي **مقابل** شغل الوزن:

$$E_{p2} - E_{p1} = -mgh \leftarrow \Delta E_p = -W(\vec{P})$$

$$h = \frac{500 - (-900)}{3,00 \times 9,8} = 47,6 \text{ m} \quad \text{ت.ع.} \quad h = \frac{E_{p1} - E_{p2}}{mg} \leftarrow$$

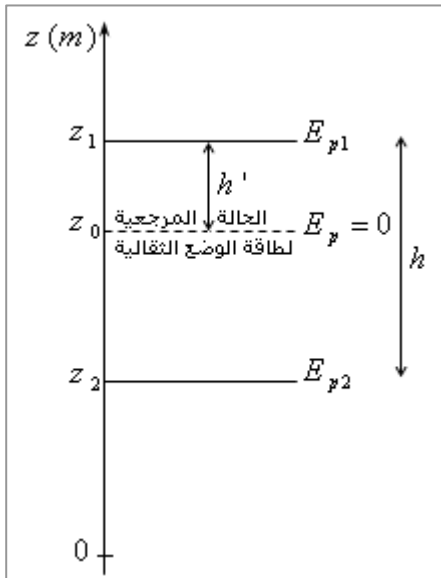
2- موضع الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية بالنسبة لموضعه البدني :

ليكن z_0 أنسوب المستوى الأفقي الذي اختير حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم في الحالة البدئية هو:

$$E_{p1} = mg(z_1 - z_0) = mgh'$$

$$h' = \frac{500}{3,00 \times 9,8} = 17,0 \text{ m} \quad \text{ت.ع.} \quad h' = \frac{E_{p1}}{mg} \leftarrow$$

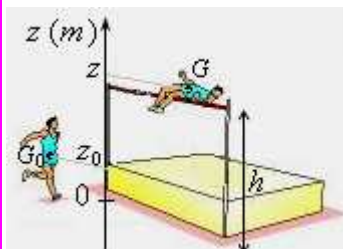


3- سرعة الجسم عند مروره من هذه الحالة المرجعية :

باعتبار السقوط حرا، الجسم لا يخضع إلا لوزنه، و طاقته الميكانيكية تنحفظ .
بتطبيق هذا الانحفاظ بين الموضع البدئي و الموضع الذي اختير حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية لدينا:

$$E_{p1} = \frac{1}{2}mv^2 \leftarrow 0 + E_{p1} = E_c + 0 \leftarrow E_{c1} + E_{p1} = E_c + E_p$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 500}{3,00}} = 18,3 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ت.ع.} \quad v = \sqrt{\frac{2E_{p1}}{m}} \leftarrow$$



تمرين 3

1- تغير طاقة الوضع الثقالية للرياضي خلال القفز:

تغير طاقة الوضع الثقالية يساوي **مقابل** شغل الوزن:

$$\Delta E_p = -mg(z_0 - z) \leftarrow \Delta E_p = -W(\vec{P})$$

$$\Delta E_p = +mg(z - z_0) \leftarrow$$

وبملاحظة أن: $z_0 = \frac{L}{2}$ و $z = h + 0,10$ يستنتج: $\Delta E_p = +mg(h + 0,10 - \frac{L}{2})$

$$\Delta E_p = +85,0 \times 9,8 \times (2,45 + 0,10 - \frac{1,93}{2}) = +1,32.10^3 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

2- الارتفاع الأقصى النظري الذي يمكن للرياضي وصوله:

بافتراض أن الطاقة الحركية للرياضي تحولت كليا إلى طاقة وضع ثقالية، فإن: $\Delta E_p = -\Delta E_c$

$$+mg(h_{th} + 0,10 - \frac{L}{2}) = - (0 - \frac{1}{2}mv^2) \leftarrow$$

$$h_{th} = \frac{(21,6 / 3,6)^2}{2 \times 9,8} + \frac{1,93}{2} - 0,10 = 2,90 \text{ m} \quad \text{ت.ع.} \quad h_{th} = \frac{v^2}{2g} + \frac{L}{2} - 0,10 \leftarrow$$

يلاحظ أن الارتفاع النظري أكبر من الارتفاع الحقيقي.

3- مقارنة مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية للرياضي قبل القفز و عند تجاوز العارضة:

يختار سطح الأرض حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

- قبل القفز مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية للرياضي هو:

$$E_{c0} + E_{p0} = \frac{1}{2}mv^2 + mg \frac{L}{2}$$

$$E_{c0} + E_{p0} = \frac{1}{2} \times 85,0 \times (21,6 / 3,6)^2 + 85,0 \times 9,8 \times \frac{1,93}{2} = +2,33.10^3 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

- عند تجاوز العارضة مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية للرياضي هو:

$$E'_c + E'_p = \frac{1}{2}mv'^2 + mg(h + 0,10)$$

$$E'_c + E'_p = \frac{1}{2} \times 85,0 \times (3,6 / 3,6)^2 + 85,0 \times 9,8 \times (2,45 + 0,10) = +2,17.10^3 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

- مقارنة و استنتاج: $E'_c + E'_p < E_{c0} + E_{p0}$

الطاقة الميكانيكية للرياضي **لا تبقى ثابتة**. التغير الملاحظ ناتج عن مقاومة الهواء.

تمرين 4

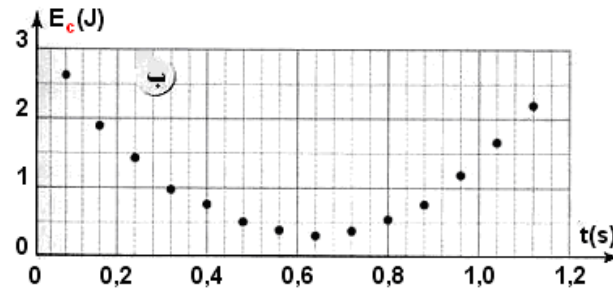
1- أ) أي المنحنيين يمثل مخطط الطاقة الحركية ؟

حركة الكرة تتضمن مرحلتين:

- مرحلة **صعود** خلالها تتناقص سرعتها و بالتالي طاقتها الحركية **تتناقص**

- مرحلة **هبوط** خلالها تتزايد سرعتها و بالتالي طاقتها الحركية **تتزايد**

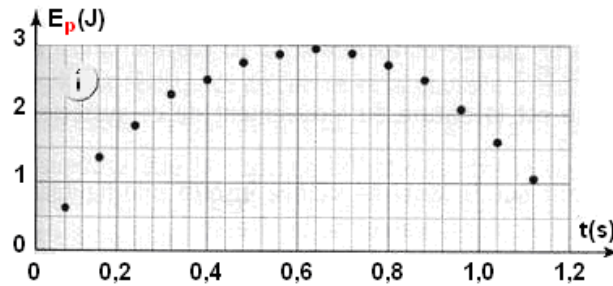
إذن المنحنى الذي يوافق تغيرات الطاقة الحركية هو **المنحنى ب** .



(ب) أي المنحنين يمثل مخطط طاقة الوضع الثقالية؟

تعبير طاقة الوضع الثقالية للكرة هو: $E_p = mgz$ (عند سطح الأرض: $z = 0$ و $E_p = 0$)

- خلال مرحلة **الصعود** تزايد z و بالتالي طاقة الوضع الثقالية **تتزايد**،
- خلال مرحلة **الهبوط** تتناقص z و بالتالي طاقة الوضع الثقالية **تتناقص**،
- إذن المنحنى الذي يوافق تغيرات طاقة الوضع الثقالية هو **المنحنى أ**.

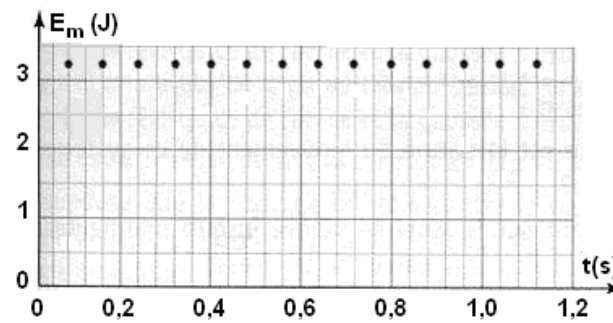


2- تمثيل مخطط الطاقة الميكانيكية:

في كل لحظة الطاقة الميكانيكية تساوي مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية: $E_m = E_c + E_p$
ت.ع. لنحسب قيم E_m عند بعض اللحظات باستغلال المخططين:

1,04	0,88	0,72	0,56	0,4	0,24	0,08	$t(s)$
1,625	0,75	0,375	0,375	0,75	1,375	2,625	$E_c(J)$
1,625	2,5	2,875	2,875	2,5	1,875	0,625	$E_p(J)$
3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	$E_m(J)$

مخطط الطاقة الميكانيكية:



استنتاج: الطاقة الميكانيكية للكرة **ثابتة**.

3- سرعة الكرة عندما تصل قمة مسارها:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \leftarrow E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

ت.ع. **قمة** مسار الكرة توافق **أدنى** طاقة حركية، و قيمتها حسب مخطط الطاقة الحركية هي: $E_c = 0,25 J$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 0,25}{0,100}} = 2,2 \text{ m.s}^{-1} \leftarrow$$

4- ارتفاع الكرة عند قمة مسارها:

$$z = \frac{E_p}{mg} \leftarrow E_p = mgz$$

ت.ع. **قمة** مسار الكرة توافق أقصى طاقة وضع ثقالية، و قيمتها حسب مخطط طاقة الوضع الثقالية هي: $E_p = 3,00 \text{ J}$

$$z = \frac{3,00}{0,100 \times 9,8} = 3,1 \text{ m} \leftarrow$$

تمرين 5

1- اللحظة التي تصل فيها الكرة سطح الأرض للمرة الأولى، وتعليل أن سطح الأرض اتخذ حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية:

• حسب المخطط الطاقوي عند كل ارتداد: $E_{pp} = 0$

و بما أن الارتدادات تتم على سطح الأرض، يستنتج أن عند سطح الأرض: $E_{pp} = 0$ ، إذن سطح الأرض اتخذ حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

• الارتداد الأول حصل عند اللحظة: $t \approx 0,7 \text{ s}$

2- تحديد قيمة z_0 :

$$z_0 = \frac{E_{pp0}}{mg} \leftarrow E_{pp0} = mgz_0$$

ت.ع. حسب المخطط الطاقوي: $E_{pp0} = 1,42 \text{ J}$

$$z_0 = \frac{1,42}{57 \times 10^{-3} \times 9,8} = 2,5 \text{ m} \leftarrow$$

3- لحظة وصول الكرة الارتفاع الأقصى بعد الارتداد الأول و ارتفاعها:

• حسب المخطط: $t \approx 1,3 \text{ s}$

• ارتفاع الكرة: $z = \frac{E_{pp}}{mg}$

ت.ع. حسب المخطط الطاقوي: $E_{pp} = 0,78 \text{ J}$ $z = \frac{0,78}{57 \times 10^{-3} \times 9,8} = 1,4 \text{ m} \leftarrow$

4- حساب قيمة الطاقة الميكانيكية البدئية للكرة، و قيمة طاقتها الميكانيكية بعد الارتداد الأول. و استنتاج النسبة المئوية لتناقص هذه الطاقة:

• الطاقة الميكانيكية البدئية للكرة: $E_0 = E_{c0} + E_{pp0}$ ت.ع. $E_0 = 0 + 1,42 = 1,42 \text{ J}$

• الطاقة الميكانيكية للكرة بعد الارتداد الأول: $E_1 = E_{c1} + E_{pp1}$ ت.ع. $E_1 = 0 + 0,78 = 0,78 \text{ J}$

• النسبة المئوية لتناقص الطاقة الميكانيكية: $\% = \frac{E_0 - E_1}{E_0} \times 100$ ت.ع. $\% = \frac{1,42 - 0,78}{1,42} \times 100 = 45 \%$

اصطدام الكرة بسطح الأرض يفقدها 45% من طاقتها البدئية.

5- حساب قيمة الطاقة الميكانيكية بعد 8 ارتدادات. و حالة الكرة حينئذ:

- بعد الارتداد الأول **الأول** الطاقة الميكانيكية المتبقية للكرة هي: $E_1 = E_0 - \frac{45}{100} E_0 = E_0 \left(1 - \frac{45}{100}\right) = E_0 \left(1 - \frac{45}{100}\right)^1$

- بعد الارتداد **الثاني** الطاقة الميكانيكية المتبقية للكرة هي: $E_2 = E_1 - \frac{45}{100} E_1 = E_1 \left(1 - \frac{45}{100}\right) = E_0 \left(1 - \frac{45}{100}\right)^2$

⋮
⋮
⋮

$$E_8 = E_0 \left(1 - \frac{45}{100}\right)^8$$

- إذن بعد الارتداد **الثامن** الطاقة الميكانيكية المتبقية للكرة هي:

$$E_8 = 1,42 \times \left(1 - \frac{45}{100}\right)^8 = \underline{0,01 \text{ J}} \quad \text{ت.ع.}$$

بعد 8 ارتدادات الطاقة الميكانيكية للكرة **منعدمة** تقريبا: يمكن اعتبار الكرة في **حالة سكون** تقريبا.

تمرين 6

1- بيان أن الطاقة الميكانيكية للجسم لا تنحفظ :

• الطاقة الميكانيكية البدئية للجسم : $E_{m1} = E_{c1} + E_{pp1} = 0 + mgz_1 = mgz_1$

• الطاقة الميكانيكية النهائية للجسم : $E_{m2} = E_{c2} + E_{pp2} = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_2$

• تغير الطاقة الميكانيكية للجسم : $\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1}$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_2 - mgz_1 \quad \leftarrow$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2}mv^2 - mgh \quad \leftarrow$$

ت.ع.

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} \times 1,0 \times 4,7^2 - 1,0 \times 9,8 \times 2 = \underline{-8,6 \text{ J}}$$

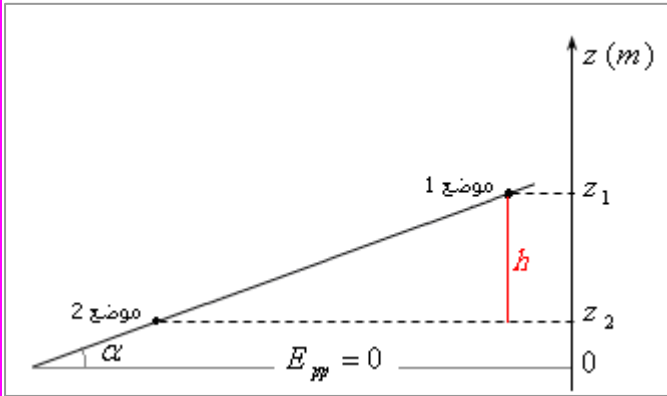
$\Delta E_m < 0$: الطاقة الميكانيكية للجسم لا تنحفظ، بل **تتناقص**.

2- حساب شدة قوة الاحتكاك :

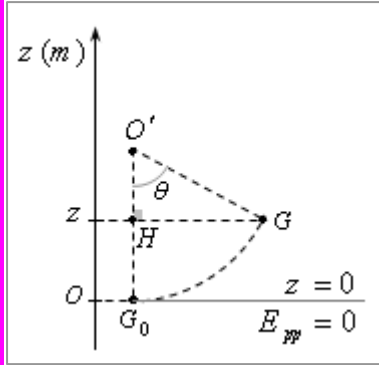
$$\Delta E_m = W_f = -f \cdot d = -f \cdot \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$f = -\frac{\Delta E_m \cdot \sin \alpha}{h} \quad \leftarrow$$

$$f = -\frac{(-8,6) \times \sin 30^\circ}{2} = \underline{2,2 \text{ N}} \quad \text{ت.ع.}$$



تمرين 7



1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للعارضة بدلالة أقصولها الزاوي:

تعبير طاقة الوضع الثقالية للعارضة هو: $E_{pp} = mgz + Cte$

باتخاذ الموضع ($\theta = 0$) مرجعا لطاقة الوضع الثقالية فإن:

عند $z = 0$: $E_{pp} = 0 \leftarrow 0 = 0 + Cte \leftarrow Cte = 0$

وبالتالي: $E_{pp} = mgz$

من خلال الشكل التوضيحي الممثل جانبه: $z = G_0H = O'H = l \cos \theta$

و يستنتج التعبير التالي: $E_{pp} = mg \frac{l}{2} (1 - \cos \theta)$

2- تحديد الموضع الذي تكون فيه طاقة الوضع الثقالية قصوى و حساب قيمتها:

E_{pp} **قصوى** $\leftarrow \cos \theta$ **دنيا** $\leftarrow \cos \theta = -1 \leftarrow \theta = \pm \pi$ (موضع التوازن غير المستقر)

و هذه القيمة القصوى هي: $E_{pp \max} = mg \frac{l}{2} (1 - (-1))$

$E_{pp \max} = 0,400 \times 9,8 \times 1,00 = 3,92 \text{ J}$ ت.ع.

3-

أ- الموضع الذي تكون فيه السرعة الزاوية للعارضة قصوى:

عند مرور العارضة من موضع توازنها المستقر ($\theta = 0$) **تتعدم** طاقة الوضع الثقالية لديها، و بالتالي طاقتها الحركية تكون حينئذ **قصوى**، و بالتالي سرعتها الزاوية قصوى.

ب- حساب قيمة السرعة الزاوية:

• الطاقة الميكانيكية للعارضة في G : $E_m = E_c + E_{pp} = 0 + mg \frac{l}{2} (1 - \cos \theta_0) = mg \frac{l}{2} (1 - \cos \theta_0)$

• الطاقة الميكانيكية للعارضة في G_0 : $E_{m0} = E_{c0} + E_{pp0} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 + 0 = \frac{1}{6} m l^2 \omega^2$

• بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة الميكانيكية : $E_{m0} = E_m$

$$\frac{1}{6} m l^2 \omega^2 = mg \frac{l}{2} (1 - \cos \theta_0) \leftarrow$$

$$\omega = \sqrt{3 \frac{g}{l} (1 - \cos \theta_0)} \leftarrow$$

$$\omega = \sqrt{3 \times \frac{9,8}{1,00} \times (1 - \cos 45^\circ)} = 2,9 \text{ rad s}^{-1} \text{ ت.ع.}$$

ت- بيان أن السرعة الزاوية للعارضة تتعدم في موضعين مع تحديدهما. و وصف حركة العارضة:

$$E_{pp} = mg \frac{l}{2} (1 - \cos \theta_0) \leftarrow E_{pp} \text{ **قصوى** } \leftarrow E_c = 0 \leftarrow \omega = 0$$

$$mg \frac{l}{2} (1 - \cos \theta) = mg \frac{l}{2} (1 - \cos \theta_0) \leftarrow$$

$$\theta = \pm \theta_0 \leftarrow \cos \theta = \cos \theta_0 \leftarrow$$

حركة العارضة تذبذبية بين الموضعين $\theta = + 45^\circ$ و $\theta = - 45^\circ$.

أ- بيان أن الطاقة الحركية للعارضة لا تنعدم و وصف حركة العارضة:
بتطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية بين الموضع البدئي ($\theta_0 = 45^\circ$) و موضع التوازن غير المستقر ($\theta = \pm \pi$)، لدينا:

$$\underbrace{\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 + mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0)}_{\text{الطاقة الميكانيكية في الموضع البدئي}} = \underbrace{E_c + mg \ell}_{\text{الطاقة الميكانيكية في موضع التوازن غير المستقر}}$$

الطاقة الميكانيكية في الموضع البدئي

الطاقة الميكانيكية في موضع التوازن غير المستقر

نستنتج الطاقة الحركية في موضع التوازن غير المستقر:

$$E_c = \frac{1}{6} m \ell^2 \omega^2 + mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) - mg \ell$$

ت.ع. $E_c = \frac{1}{6} \times 0,400 \times 1,00^2 \times 15^2 + 0,400 \times 9,8 \times \frac{1,00}{2} \times (1 - \cos 45^\circ) - 0,400 \times 9,8 \times 1,00 = 12,5 \text{ J}$

و هي قيمة غير منعدمة.
بما أن الطاقة الحركية لا تنعدم في موضع التوازن غير المستقر، فإن العارضة تستمر في الدوران في نفس المنحنى. حركتها ليست في هذه الحالة تذبذبية.

ب- القيمتان القصوى و الدنيا للطاقة الحركية خلال حركة العارضة:

- القيمة القصوى للطاقة الحركية توافق الموضع الذي تكون فيه طاقة الوضع الثقالية دنيا (منعدمة) و هو موضع التوازن

$$E_{c \max} = \frac{1}{6} m \ell^2 \omega^2 + mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) \quad \leftarrow \quad E_{c \max} + 0 = E_m \quad \text{المستقر } (\theta = 0):$$

$$E_c = \frac{1}{6} \times 0,400 \times 1,00^2 \times 15^2 + 0,400 \times 9,8 \times \frac{1,00}{2} \times (1 - \cos 45^\circ) = 16,4 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

- القيمة الدنيا للطاقة الحركية توافق الموضع الذي تكون فيه طاقة الوضع الثقالية قصوى و هو موضع التوازن غير المستقر

$$E_{c \min} = \frac{1}{6} m \ell^2 \omega^2 + mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) - mg \ell \quad \leftarrow \quad E_{c \min} + E_{pp \max} = E_m \quad (\theta = \pm \pi):$$

$$E_{c \min} = 12,5 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$