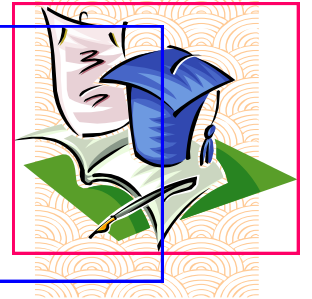


الجزء I : الشغل الميكانيكي و الطاقة

الدرس 4 : طاقة الوضع الثقالية و الطاقة الميكانيكية

السلسلة ④ II

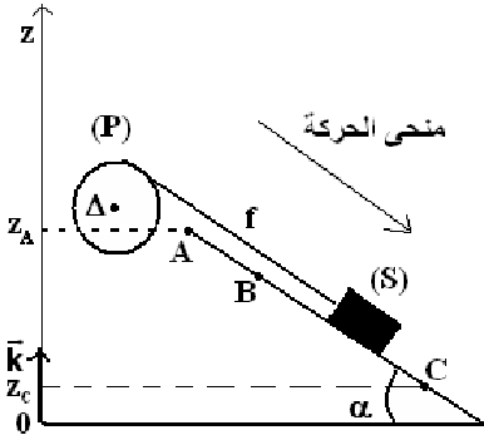


α

التمرين 01

(I) نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل جانبه و المكونة من :

- بكرة (P) بإمكانها الدوران حول محور ثابت أفقي Δ ، شعاعها $r=5\text{cm}$ و عزم قصورها J_{Δ} بالنسبة للمحور Δ .
 - خيط (f) ملفوف حول مجرى البكرة. نعتبره غير مدود و كتلته مهملة.
 - جسم (S) كتلته $m=0,5\text{kg}$ موضوع على مستوى (π) مائل بزاوية $\alpha=30^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي و مرتبط بالطرف الحر للخيط (f).
- نطلق الجسم S من أعلى نقطة على المستوى المائل بدون سرعة بدئية، و نعتبر حركة الجسم على المستوى المائل تتم بدون احتكاك.



- 1- بواسطة جهاز ملائم نقيس سرعة الجسم عند مروره بالنقطتين A و B فنجد ان $v_A=0,5\text{m/s}$ و $v_B=2,5\text{m/s}$ والمسافة $AB=62,5\text{cm}$.

- 1-1 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد تعبير الشغل $W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$ ، حيث F القوة التي يطبقها الخيط على الجسم S.
- 2-1 أحسب $W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$ و استنتج شدة القوة F.

- 2- لإيجاد قيمة عزم القصور J_{Δ} للبكرة بالنسبة للمحور (P) نقوم بالدراسة التجريبية التالية: عندما يقطع الجسم المسافة AB تدور البكرة بزاوية $\Delta\theta$.

- 1-2 أوجد العلاقة بين الزاوية $\Delta\theta$ والمسافة AB.

- 2-2 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة (P) بين أن $J_{\Delta} = \frac{2.F.AB.r^2}{v_B^2 - v_A^2}$ أحسب J_{Δ} .

- 3- في الواقع أن الجزء BC من المستوى المائل خشن أي أن حركة الجسم على هذا الجزء تتم باحتكاك بحيث ينتج عن هذه الإحتكاكات توقف الجسم S عند النقطة C. نأخذ المستوى الأفقي المار من A كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

- 1-3 أعط تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم S باعتبار هذه الحالة المرجعية.

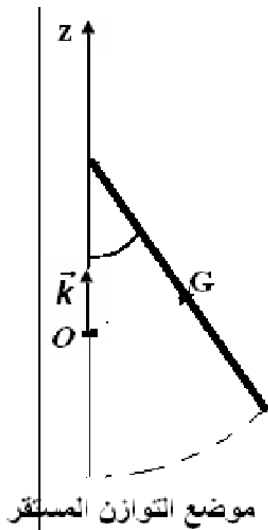
- 2-3 بين أن تغير طاقة الوضع الثقالية بين B و C لا تتعلق بالحالة المرجعية المختارة.

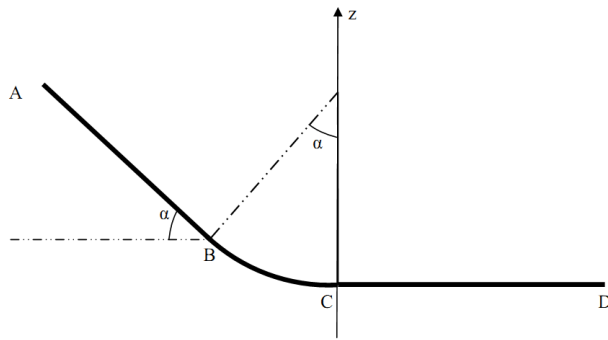
- 3-3 أوجد تغير الطاقة الميكانيكية عند انتقال الجسم S من B إلى C. أحسب قيمته. نعطي $BC=100\text{cm}$.

- 4-3 استنتج الطاقة المفقودة على شكل حرارة اثناء الانتقال BC.

- 5-3 استنتج قيمة شدة قوة الإحتكاك التي نعتبرها ثابتة خلال هذا الجزء.

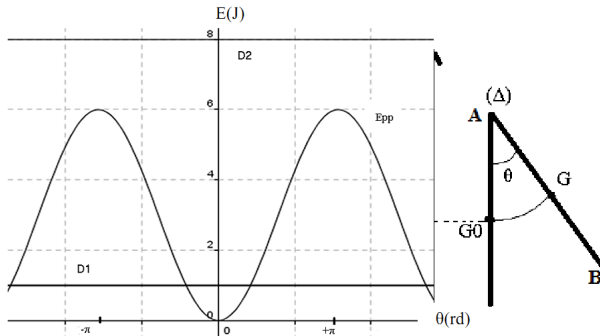
- (II) ساق متجانسة كتلتها m و طولها $l=1\text{m}$ قابلة للدوران، بدون احتكاك، حول محور (Δ) أفقي يمر من أحد طرفيها. عزم قصور الساق بالنسبة للمحور (Δ) هو: $J_{\Delta} = \frac{1}{3}ml^2$. نأخذ $E_{pp}=0$ عند $z=0$. أحسب نزيج الساق عن موضع توازنها المستقر الرأسي بزاوية ثم نحررها بدون سرعة بدئية. نأخذ $g=10\text{N/kg}$ نعطي شدة الثقالة.



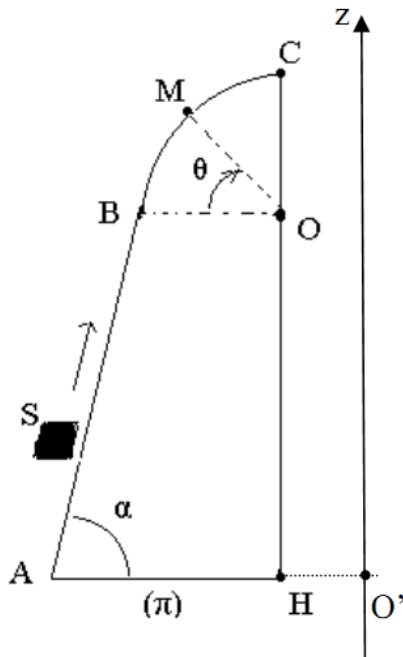


- نعتبر جسما صلبا كتلته $m = 0,6\text{kg}$ ، قابلا للحركة على المسار ABCD المكون من :
- AB جزء مستقيم طوله $AB = 3\text{m}$ مائل بالزاوية $\alpha = 50^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي .
 - BC جزء من دائرة شعاعها $r = 80\text{cm}$.
 - CD جزء مستقيم أفقي طوله $CD = 3\text{m}$.
- نطلق الجسم S من النقطة A بدون سرعة بدئية ، الحركة على المسار ABC تتم بدون احتكاك .
نختار المستوى الأفقي المار من C مرجعا لطاقة الوضع الثقالية .
نعتبر النقطة C أصلا للأناسيب .
1. عبر عن طاقة الوضع الثقالية والطاقة الميكانيكية للجسم S في الموضع A . أحسب قيمها .
 2. أحسب كلا من طاقة الوضع الثقالية والطاقة الحركية للجسم S في الموضع B .
 3. أحسب كلا من طاقة الوضع الثقالية والطاقة الحركية للجسم S في الموضع C .
 4. يصل الجسم S عند النقطة D بسرعة منعدمة . أحسب شدة قوة الاحتكاك بين النقطتين C و D .
استنتج كمية الحرارة المحررة خلال الانتقال CD .

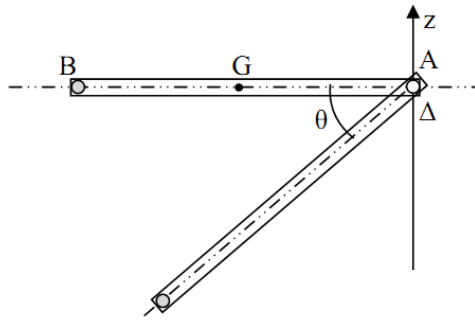
- نعتبر نواسا وازنا مكونا من قضيب متجانس طوله $AB = 2l = 80\text{cm}$ وكتلته $m = 400\text{g}$ ، يدور بدون احتكاك في مستوى رأسي في مجال الثقالة $g = 10\text{N/kg}$ حول محور Δ أفقي يمر من طرفه A .
نعطي للنواس طاقة حركية E_c عند سكونه بموضع توازنه المستقر. يمثل الشكل مخطط الطاقة للمجموعة بدلالة الزاوية θ التي يقيمها النواس مع الخط الرأسي بالنسبة لتجريتين مختلفتين .



1. التجربة الأولى: $E_c = E_{c1}$: المستقيم D_1 يمثل تغيرات الطاقة الميكانيكية للمجموعة .
1.1. أوجد مبيانا E_{c1} .
1.2. استنتج القيمة القصوى للزاوية θ صف حركة النواس .
2. التجربة الثانية: $E_c = E_{c2}$: المستقيم D_2 يمثل تغيرات الطاقة الميكانيكية للمجموعة .
2.1. أوجد مبيانا E_{c2} .
2.2. حدد مبيانا قيمتي $E_{c\max}$ و $E_{c\min}$ ثم $\omega_{\max}$ و $\omega_{\min}$ وهي على التوالي القيم القصوى والدنوية للطاقة الحركية ثم للسرعة الزاوية للنواس .
نعطي تعبير عزم قصور النواس بالنسبة للمحور Δ : $J_\Delta = \frac{1}{3}mL^2$.



- نعتبر المدار ABC المكون من الجزء المستقيم AB والجزء الدائري $\widehat{BC}$ شعاعه $r = OB = OC$.
نرسل من النقطة A جسما S كتلته $m = 50\text{g}$ شبيه بنقطة مادية بسرعة $v_A = 5\text{ms}^{-1}$ نحو الأعلى في الاتجاه AB . فينزل على الجزء AB ليصل إلى النقطة B بالسرعة v_B .
نعتبر المستوى (π) مرجعا لطاقة الوضع الثقالية .
نعطي : $AB = 2r = 1\text{m}$ ، $g = 10\text{m.s}^{-2}$ ، $\alpha = 60^\circ$.
باستعمال تغير الطاقة الميكانيكية للجسم S ، أوجد :
1. تعبير السرعة v_B . أحسب قيمتها .
2. تعبير السرعة v_M بنقطة M من القوس $\widehat{BC}$.
استنتج قيمة الزاوية $\theta_{\max}$ الأفصول الزاوي للنقطة M حيث يتوقف الجسم S .
3. أعط تعبير و أحسب قيمة السرعة الدنوية التي يجب أن ينطلق بها الجسم S من النقطة A لكي يصل إلى النقطة C في الحالتين التاليتين :
3.1. الحركة تتم بدون احتكاك طول السكة ABC .
3.2. الحركة تتم باحتكاك طول السكة ABC حيث قوة الاحتكاك $\vec{f}$ تبقى مماسة للمسار وشدها ثابتة .
 $f = 0,2\text{N}$.



نعتبر مجموعة ميكانيكية مكونة من عارضة AB متجانسة مركز قصورها G، طولها L وكتلتها m، يمكن أن تدور بدون احتكاك حول المحور Δ الأفقي المار من النقطة A. تعبير عزم قصور المجموعة بالنسبة للمحور Δ : $J_{\Delta} = \frac{1}{3}mL^2$.

نعتبر المستوى الأفقي المار من A كمراجع لطاقة الوضع الثقالية والنقطة A كأصل لمحور الأناسيب Az.

نحذر العارضة وهي في وضعها الأفقي بدون سرعة بدئية. معطيات: $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$ ، $L = 1,2 \text{ m}$.

1. أعط تعبير الطاقة الميكانيكية للعارضة عند مرورها من الموضع ذي الأفصول θ بدلالة θ و ω، L، g، m.
2. بتطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية، أوجد تعبير السرعة الزاوية ω للعارضة عند مرورها بالموضع ذي الأفصول الزاوي θ.

3. أحسب ω بالنسبة للموضع θ = 60°.

4. أوجد تعبير السرعة الخطية للنقطة B عند مرور المجموعة من موضع توازنها المستقر. أحسب قيمة هذه السرعة.

5. أوجد بدلالة L و g تعبير السرعة الزاوية الدنوية البدئية التي يجب أن تنطلق بها العارضة من موضعيها الأفقي لكي تتمكن من الدوران دورة كاملة. أحسب قيمتها.

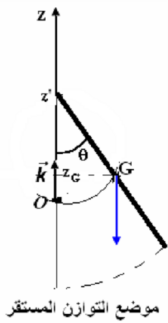
الحلول

التمرين 01

3 - 4 يتبين من خلال هذه النتيجة أن الطاقة الميكانيكية لا تنخفض أي أنها تتحول إلى طاقة حرارية Q بحيث أن $\Delta E_m = -Q$
وبالتالي فالطاقة المفقودة على شكل حرارة هي : $Q = 4,06 \text{ J}$.
3 - 5 لدينا $\Delta E_m = W(\vec{f}) \Rightarrow \Delta E_m = -f \cdot BC$
تطبيق عددي : $f = -\frac{\Delta E_m}{BC}$: $f = 4,06 \text{ N}$.

(II)

حساب السرعة الزاوية لمركز قصور الساق عند مروره من موضع توازنه المستقر :
القوى المطبقة على الساق هي :
 $\vec{P}$ وزن الساق ، $\vec{R}$ تأثير المحور على الساق .
شغل القوة $\vec{R}$ منعدم وفي غياب الاحتكاكات القوة الوحيدة التي تنجز شغلا هي وزن الجسم أي أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية .
الحالة البدئية : $E_{C1} = 0$ لأن $\omega_1 = 0$



$E_{pp1} = mgz$ بحيث أن $z = \frac{l}{2}(1 - \cos \theta)$ (نأخذ كحالة مرجعية

$E_{pp} = 0$ عند $z = 0$)

أي أن $E_{pp1} = \frac{mg\ell}{2}(1 - \cos \theta)$ وبالتالي فالطاقة الميكانيكية هي :

$$E_{m1} = \frac{mg\ell}{2}(1 - \cos \theta)$$

الحالة النهائية : $E_{C2} = \frac{J_{\Delta}\omega_2^2}{2}$ و $E_{pp2} = 0$ وبالتالي فالطاقة

الميكانيكية النهائية هي : $E_{m2} = \frac{J_{\Delta}\omega_2^2}{2}$

بما أن

$$J_{\Delta} = \frac{1}{3}m\ell^2 \Rightarrow E_{m2} = \frac{m\ell^2\omega_2^2}{6}$$

هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية للساق أي أن $E_{m1} = E_{m2}$

$$\frac{m\ell^2\omega_2^2}{6} = \frac{mg\ell}{2}(1 - \cos \theta)$$

تطبيق عددي : $\omega_2 = \sqrt{\frac{3g}{\ell}(1 - \cos \theta)}$: $\omega_2 = 3,83 \text{ rad/s}$.

1 - شغل القوة $\vec{F}$ المطبقة من طرف الخيط على الجسم :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \frac{m}{2}(v_B^2 - v_A^2) - mgAB \sin \alpha$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -6,25 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

شدة القوة $\vec{F}$

$$F = -\frac{W_{A \rightarrow B}(\vec{F})}{AB} = 0,1 \text{ N}$$

2 - 1 العلاقة بين الزاوية θ والمسافة AB : $AB = R\Delta\theta$
2 - 2 تطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة P :

$$\frac{1}{2}J_A\omega_B^2 - \frac{1}{2}J_A\omega_A^2 = M_{\Delta}\Delta\theta + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{P}_P)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0, W_{A \rightarrow B}(\vec{P}_P) = 0$$

$$\frac{1}{2}J_A\omega_B^2 - \frac{1}{2}J_A\omega_A^2 = M_{\Delta}\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{AB}{R}, \omega_A = \frac{v_A}{R}, \omega_B = \frac{v_B}{R}$$

وبالتالي $J_{\Delta}(v_B^2 - v_A^2) = 2R^2AB.F$ أي أن

$$J_{\Delta} = \frac{2R^2AB.F}{v_B^2 - v_A^2}$$

تطبيق عددي : $J_{\Delta} = 0,521 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$

3 - الجزء BC خشن . ونأخذ المستوى المار من النقطة A كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية . أي أن $E_{pp1} = \frac{mg\ell}{2}(1 - \cos \theta)$ وبالتالي فالطاقة الميكانيكية هي :
1 - 3 تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم S باعتبار الحالة المرجعية أعلاه :
 $C = -mgz_A$ عند $E_{pp} = 0$: $z = z_A$ وبالتالي : $C = -mgz_A$

تعبير طاقة الوضع الثقالية هو :
 $E_{pp} = mg(z - z_A)$

2 - 2 نبين أن طاقة الوضع الثقالية لا تتعلق بالحالة المرجعية :

$$\Delta E_{pp} = E_{pp}(C) - E_{pp}(B) = mg(z_C - z_A) - mg(z_B - z_A)$$

$$\Delta E_{pp} = mg(z_C - z_B)$$

وبالتالي فإن تغير طاقة الوضع لا يتعلق بالحالة المرجعية .

3 - 3 وتعبر الطاقة الميكانيكية هو $\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_C$

* تعبر طاقة الوضع في الجزء BC : يعطى $BC = 100 \text{ cm}$

$$\Delta E_{pp} = mg(z_C - z_B)$$

وبالتالي $z_C - z_B = -BC \cdot \sin \alpha$ وحسب الشكل فإن

$$\Delta E_{pp} = -mgBC \sin \alpha$$

* تعبر تغير الطاقة الحركية بين B و C .

$$\Delta E_C = -\frac{1}{2}mv_B^2$$

وبالتالي $v_C = 0$

وبالتالي فتعبر تغير الطاقة الميكانيكية : $\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_C$

$$\Delta E_m = E_m(C) - E_m(B) = E_{pp}(C) + E_C(C) - E_{pp}(B) - E_C(B)$$

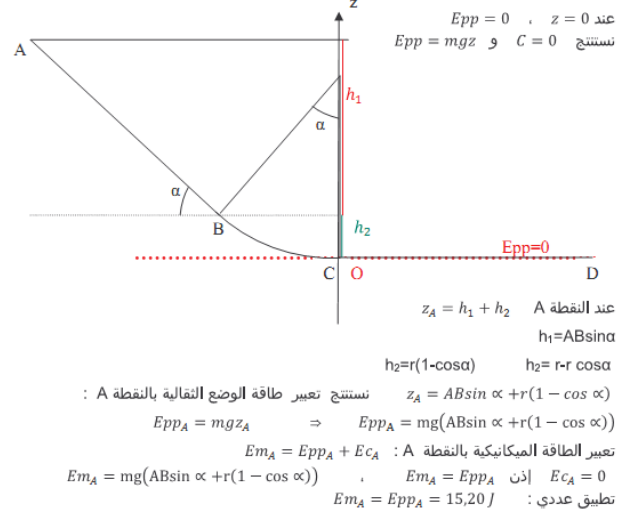
$$\Delta E_m = E_{pp}(C) - E_{pp}(B) + E_C(C) - E_C(B)$$

$$\Delta E_m = -mgBC \sin \alpha - \frac{1}{2}mv_B^2$$

تطبيق عددي : $\Delta E_m = -4,06 \text{ J}$ و $\Delta E_C = -1,56 \text{ J}$ و $\Delta E_{pp} = -250 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

التمرين 02

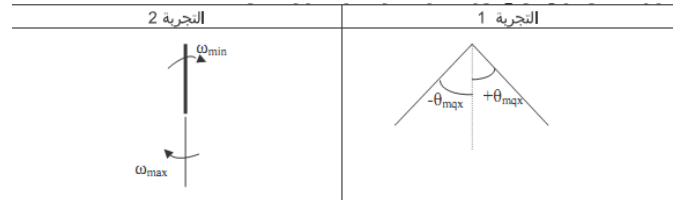
1. تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = mgz + C$.
عند $z = 0$ ، $E_{pp} = 0$ نستنتج $C = 0$ و $E_{pp} = mgz$
عند النقطة A : $z_A = h_1 + h_2$
 $h_1 = AB \sin \alpha$
 $h_2 = r - r \cos \alpha$
 $z_A = AB \sin \alpha + r(1 - \cos \alpha)$
نستنتج تعبير طاقة الوضع الثقالية بالنقطة A :
 $E_{pp_A} = mgz_A \Rightarrow E_{pp_A} = mg(AB \sin \alpha + r(1 - \cos \alpha))$
تعبير الطاقة الميكانيكية بالنقطة A : $E_{m_A} = E_{pp_A} + E_{c_A}$ ، $E_{c_A} = 0$ إذن $E_{m_A} = E_{pp_A}$
تطبيق عددي : $E_{m_A} = E_{pp_A} = 15,20 J$
2. في الموضع B : $E_{pp_B} = mgz_B$ ، $z_B = r(1 - \cos \alpha)$
تطبيق عددي : $E_{pp_B} = 1,68 J$
تعبير الطاقة الحركية : في غياب الاحتكاك ، تتحفظ الطاقة الميكانيكية ، إذن $E_{m_B} = E_{m_A}$
 $E_{c_B} = E_{m_B} - E_{pp_B}$ نستنتج $E_{c_B} = 13,25 J$
تطبيق عددي : $E_{c_B} = 13,25 J$
3. في الموضع C : $E_{pp_C} = 0$ (الحالة المرجعية)
تعبير الطاقة الحركية : في غياب الاحتكاك ، تتحفظ الطاقة الميكانيكية ، إذن $E_{m_C} = E_{m_A}$
 $E_{c_C} = E_{m_C} - E_{pp_C}$ نستنتج $E_{c_C} = 15,20 J$
بين C و D ، الحركة تتم باحتكاك ، الطاقة الميكانيكية تتناقص.
تغير الطاقة الميكانيكية يساوي شغل قوى الاحتكاك :
 $E_{m_C} - E_{m_D} = W_f$
نستنتج $E_{c_C} = 0$ و $E_{pp_C} = 0$
 $W_f = -15,20 J$
كمية الحرارة الناتجة عن الاحتكاك هي $Q = 15,20 J$



التمرين 03

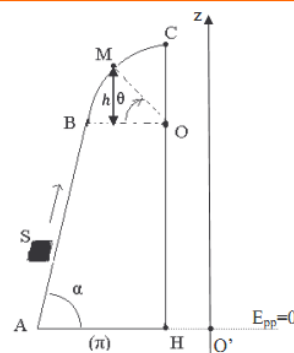
2.

- 1.1. عند $\theta = 0$ ، $E_{pp} = 0$ و $E_{c_1} = 0$ إذن $E_{m_1} = E_{c_1}$
 $E_{c_1} = 1 J$
- 1.2. الطاقة الميكانيكية تتحفظ أثناء الحركة :
عند $\theta = 0$: $E_{m_1} = E_{c_1}$
عند $\theta = \theta_{max}$:
 $E_{m_1} = E_{pp_{max}} + E_{c_1}$
 $E_{c_1} = 0 \Rightarrow E_{m_1} = E_{pp_{max}} \Rightarrow E_{m_1} = mgl(1 - \cos \theta_{max})$
 $\Rightarrow E_{c_1} = mgl(1 - \cos \theta_{max})$
 $\Rightarrow \cos \theta_{max} = 1 - \frac{E_{c_1}}{mgl}$
تطبيق عددي : $\cos \theta_{max} = 0,375 \Rightarrow \theta_{max} = 68^\circ$
حركة النواس تذبذبية حول وضع التوازن المستقر بين التوازيين $-\theta_{max}$ و $+\theta_{max}$.



التمرين 04

1. تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = mgz + C$.
 $z = 0$ ، $E_{pp} = 0 \Rightarrow C = 0$
نستنتج : $E_{pp} = mgz$
تعبير الطاقة الميكانيكية : $E_m = E_{pp} + E_c$
عند النقطة A :
 $E_{pp_A} = 0$; $E_{c_A} = \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow E_{m_A} = \frac{1}{2}mv_A^2$
عند النقطة B :
 $E_{pp_B} = mgz_B$; $E_{c_B} = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow E_{m_B} = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$
بسبب غياب الاحتكاك ، تتحفظ الطاقة الميكانيكية طول المسار AB :
 $E_{m_A} = E_{m_B} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$
 $\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gz_B}$
 $z_B = AB \sin \alpha \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gAB \sin \alpha}$
تطبيق عددي : $v_B = \sqrt{25 - 2 \times 10 \times \sin 60} = 2,77 m.s^{-1}$
2. تعبير الطاقة الميكانيكية بالنقطة M :
 $E_{m_M} = E_{pp_M} + E_{c_M}$
 $E_{c_M} = \frac{1}{2}mv_M^2$ ، $E_{pp_M} = mgz_M$
 $z_M = z_B + h = AB \sin \alpha + r \sin \theta$
 $\Rightarrow E_{m_M} = mg(AB \sin \alpha + r \sin \theta) + \frac{1}{2}mv_M^2$
 $E_{m_M} = E_{m_A}$
 $\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mg(AB \sin \alpha + r \sin \theta) + \frac{1}{2}mv_M^2$
 $\Rightarrow v_M = \sqrt{v_A^2 - 2g(AB \sin \alpha + r \sin \theta)}$
عندما يتوقف الجسم S :
 $v_M = 0 \Rightarrow v_A^2 - 2g(AB \sin \alpha + r \sin \theta_{max}) = 0$
 $\Rightarrow \sin \theta_{max} = \frac{1}{r}(\frac{v_A^2}{2g} - AB \sin \alpha)$
تطبيق عددي : $\sin \theta_{max} = 0,77 \Rightarrow \theta_{max} = 50^\circ$
- 3.1. الحركة تتم بدون احتكاك ، الطاقة الميكانيكية تتحفظ :
نحدد قيمة السرعة الدونية التي يجب أن ينطلق بها الجسم لكي يبلغ النقطة C بدون سرعة :



$$Em_c = Em_A$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_c^2 + mg(AB \sin \alpha + r) = \frac{1}{2}mv_{Amin}^2$$

$$\Rightarrow v_c = 0 \Rightarrow v_{Amin} = \sqrt{2g(AB \sin \alpha + r)}$$

$$v_{Amin} = 5,22 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{تطبيق عددي :}$$

3.2. فرق الطاقة الميكانيكية بين A و C يساوي شغل قوى الاحتكاك من A حتى C :

$$Em_c - Em_A = W(\vec{f})$$

$$(\frac{1}{2}mv_c^2 + mgz_c) - (\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A) = W(\vec{f})$$

$$W(\vec{f}) = -f \cdot AB - f \frac{2\pi r}{4} = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$

$$v_c = 0 \quad ; \quad z_A = 0 \Rightarrow mgz_c - \frac{1}{2}mv_{Amin}^2 = W(\vec{f})$$

$$\Rightarrow mgz_c - \frac{1}{2}mv_{Amin}^2 = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$

$$\Rightarrow mg(AB \sin \alpha + r) - \frac{1}{2}mv_{Amin}^2 = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$

$$\Rightarrow v_{Amin} = \sqrt{2g(AB \sin \alpha + r) + \frac{f}{m}(2AB + \pi r)}$$

$$v_{Amin} = 6,45 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{تطبيق عددي :}$$

التمرين 05

4. عند مرور المجموعة من موضع توازنها المستقر $\theta = 90^\circ$:

$$v_B = L\omega_B \Rightarrow v_B = L\sqrt{\frac{3g \sin \theta}{L}} = \sqrt{3Lg \sin \theta}$$

$$v_B = \sqrt{3 \times 1,2 \times 10 \times \sin 90^\circ} \Rightarrow v_B = 6 \text{ m.s}^{-1}$$

5. تعبير الطاقة الميكانيكية عند الانطلاق حيث $\theta = 0$ و $\omega = \omega_0$:

$$Em = \frac{1}{2}J_A \omega_0^2 \quad ; \quad \omega = \omega_0 \text{ و } \theta = 0$$

تعبير الطاقة الميكانيكية عند بلوغ العارضة أعلى وضعيه بسرعة زاوية منعدمة : $\theta = \frac{3\pi}{2}$ و $\omega = 0$:

$$Em = -mg \frac{L}{2} \times \sin \frac{3\pi}{2} = -mg \frac{L}{2} \times (-1) = mg \frac{L}{2}$$

$$mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2}J_A \omega_0^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{J_A}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{\frac{1}{3}mL^2}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{L}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3 \times 10}{1,2}} \Rightarrow \omega_0 = 5 \text{ rad/s} \quad \text{تطبيق عددي :}$$

إذا انطلقت العارضة بالسرعة الزاوية $\omega_0 = 5 \text{ rad/s}$ فإنها تصل أعلى موضع بسرعة منعدمة ، وإذا زادت هذه السرعة عن هذه القيمة ، فإنها تقوم بحركة دورانية.

1. تعبير الطاقة الميكانيكية للعارضة عند مرورها من الموضع ذي الأفصول θ بدلالة θ, L, g, m و ω :

تعبير الطاقة الحركية : $E_c = \frac{1}{2}J_A \omega^2$.

تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = mgz_G + C$: عند $z=0$ إذن $C=0$ و $E_{pp}=0$

$$E_{pp} = mgz_G \quad \text{و} \quad z_G = -\frac{L}{2} \sin \theta \Rightarrow E_{pp} = -mg \frac{L}{2} \sin \theta$$

$$Em = E_c + E_{pp} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}J_A \omega^2 - mg \frac{L}{2} \sin \theta$$

$$J_A = \frac{1}{3}mL^2 \Rightarrow E_m = \frac{1}{6}mL\omega^2 - mg \frac{L}{2} \sin \theta \Rightarrow E_m = \frac{mL}{2} \left(\frac{L\omega^2}{3} - g \sin \theta \right)$$

2. الحركة تتم بدون احتكاك ، إذن الطاقة الميكانيكية تحفظ :

$$E_m(\theta) = E_m(0) \Rightarrow \frac{mL}{2} \left(\frac{L\omega^2}{3} - g \sin \theta \right) = 0 \Rightarrow \frac{L\omega^2}{3} - g \sin \theta = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g \sin \theta}{L}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3 \times 10 \times \sin 60^\circ}{1,2}} = 4,65 \text{ rad/s} \quad ; \quad \theta = 60^\circ \quad \text{3. حساب } \omega \text{ بالنسبة للموضع}$$

