

الدوران

(8) الدوران يحافظ على التعامد والتوازي يعني :

صورة مستقيمين متعامدين هما مستقيمان متعامدان
و صورة مستقيمين متوازيين هما مستقيمان متوازيان .

$$(9) \text{ ليكن } r = r(\Omega, \mp \frac{\pi}{2}) .$$

(a) إذا كان $r(M) = M'$ فإن المثلث $(\Omega MM')$ متساوي الساقين
وقائم الزاوية في Ω .

(b) صورة مستقيم (D) هو مستقيم (D') عمودي عل (D) .

$$(10) \text{ ليكن } r = r(\Omega, \mp \frac{\pi}{3}) .$$

إذا كان $r(M) = M'$ فإن المثلث $(\Omega MM')$ متساوي الأضلاع

(11) (a) صورة القطعة $|AB|$ بالدوران r هي القطعة $|A'B'|$.

(b) صورة المستقيم (AB) بالدوران r $(A'B')$.

(c) صورة النصف المستقيم $[AB]$ بالدوران r هي

النصف المستقيم $[A'B']$.

(d) صورة الدائرة $C(\Omega, R)$ بالدوران r هي الدائرة $C'(\Omega', R)$

مع $\Omega' = r(\Omega)$.

(12) (a) نعتبر الدوران $r = r(\Omega, \alpha)$ الدوران $r = r(\Omega, -\alpha)$

يسمى الدوران العكسي للدوران r ونرمز له بـ r^{-1} .

(b) إذا كان $r = r(\Omega, \alpha)$ فإن $r^{-1} = r(\Omega, -\alpha)$ ولدينا :

$$r(M) = M' \Leftrightarrow r^{-1}(M') = M$$

III) بعض الملاحظات وبعض التقنيات .

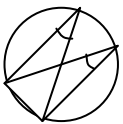
(1) لكي نحدد قياس الزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. نحدد قياس الزاوية

الهندسية $\left| \widehat{BAC} \right|$ ليكن α هذا القياس .

(*) إذا كان التحرك من $\overrightarrow{AB}$ نحو $\overrightarrow{AC}$ يتم حسب المنحى الموجب فإن

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \alpha |2\pi|$$

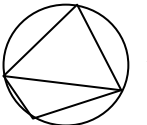
(*) إذا كان التحرك حسب المنحى السالب فإن $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv -\alpha |2\pi|$



(2) لتكن C دائرة مركزها O .

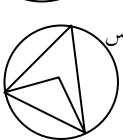
(a) إذا كانت $\hat{A}$ و $\hat{B}$ زاويتين محيطيتين وتحصران نفس الوتر

وتوجدان من نفس الجهة لهذا الأخير فإن $\hat{A} = \hat{B}$



(b) إذا كانت $\hat{A}$ و $\hat{B}$ زاويتين محيطيتين وتحصران نفس الوتر

وتوجدان من جهتين مختلفتين لهذا الأخير فإن $\hat{A} + \hat{B} = \pi$



(c) إذا كانت زاوية محيطية $\hat{A}$ وزاوية مركزية $\hat{O}$ تحصران نفس

الوتر وتوجدان من نفس الجهة لهذا الأخير فإن $\hat{O} = 2\hat{A}$.

I) تعريف

الدوران r الذي مركزه Ω وزاويته α هو التطبيق الذي يترك Ω صامدة
 $(r(\Omega) = \Omega)$ ويربط كل نقطة $M \neq \Omega$ بالنقطة M' بحيث :

$$\begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ (\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}) \equiv \alpha |2\pi| \end{cases}$$

II) خاصيات

ليكن r الدوران الذي مركزه Ω وزاويته α $r = r(\Omega, \alpha)$

$$(1) \quad r(\Omega) = \Omega \quad (*)$$

$$(\forall M \in (P)) : r(M) = M \Leftrightarrow M = \Omega \quad (*)$$

هذا يعني أن النقطة M هي النقطة الوحيدة الصامدة بالدوران r .

(2)

$$(\forall M \in (P)) : r(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ (\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}) \equiv \alpha |2\pi| \end{cases}$$

(3) $r(M) = M'$ تكافئ المثلث $(\Omega MM')$ متساوي الساقين في Ω و



$$(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}) \equiv \alpha |2\pi|$$

(4) الدوران يحافظ على المسافة يعني

$$\text{إذا كان } \begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \end{cases} \text{ فإن } AB = A'B'$$

$$(5) \text{ إذا كان } \begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \end{cases} \text{ فإن } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}) \equiv \alpha |2\pi|$$

(6) الدوران يحافظ على قياس الزوايا الموجهة يعني

$$\begin{cases} r(A) = A' \text{ et } r(B) = B' \\ r(C) = C' \text{ et } r(C) = C' \end{cases} \text{ إذا كان}$$

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \equiv (\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{C'D'}) |2\pi| \text{ فإن}$$

(7) (a) الدوران يحافظ على المرحح يعني :

إذا كان G مرجح $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$ فإن G' مرجح

$$\{(A', \alpha), (B', \beta)\}$$

(b) الدوران يحافظ على المنتصف يعني :

إذا كان I منتصف $|AB|$ فإن I' منتصف $|A'B'|$

(c) الدوران يحافظ على معامل استقامية متجهتين يعني :

$$\text{إذا كان } \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{CD} \text{ فإن } \overrightarrow{A'B'} = k \overrightarrow{C'D'}$$

(d) الدوران يحافظ على استقامية 3 نقط يعني :

إذا كانت النقط A و B و C مستقيمة فإن صورها A' و B' و C'

مستقيمة .

(14) إذا كانت $M \in (E) \cap (F)$ فإن $r(M) \in r(E) \cap r(F)$

(15) ليكن $r = r(\Omega, \alpha)$. إذا أردنا تحديد $r(M)$ نتحقق أولا من

تعريف M :

(a) إذا كانت M تكون مثلثا متساوي الساقين مع O ونقطة M'

نستعمل (II2) ونبين أن $r(M) = M'$.

(b) إذا كانت M منتصف قطعة أو مرجح نظمة نضع $r(M) = M'$

ونستعمل (II7a ou b)

(c) إذا كانت $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ نضع $r(M) = M'$ ونستعمل (II.7c)

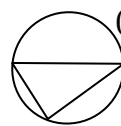
(d) إذا كانت $M \in |AB|$ وتحقق شرطا ما نضع $r(M) = M'$ ونبين أن

M' تحقق نفس الشرط مع نقطة N ونستنتج أن $r(M) = N$.

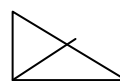
(e) إذا كانت $M \in (E) \cap (F)$ نستعمل (III.14) .

(15) إذا أردنا أن نبين أن J منتصف القطعة $|A'B'|$ نبين أن $r(I) = J$

و I منتصف $|AB|$. ونستعمل (II.7b)



(3) إذا كن $|AB|$ قطر في دائرة (C) و M نقطة من (C) فإن المثلث (ABM) قائم الزاوية في M .



(4) ليكن (ABC) مثلث قائم الزاوية في A

وليكن I منتصف الوتر $|BC|$. لدينا $IA = IB = IC$

I هو مركز الدائرة المحيطة بـ (ABC) و $|BC|$ قطر لها .

(5a) ليكن r دوران مركزه Ω . إذا كان $r(A) = A'$ فإن

$\Omega A = \Omega A'$ وبالتالي Ω ينتمي الى واسط القطعة $|AA'|$.

(b) لكي نحدد مركز دوران r ، نبحت عن نقطتين A و B و صورتاهما .

إذا كان $r(A) = A'$ و $r(B) = B'$ فإن مركز r هو تقاطع واسطي

$|AA'|$ و $|BB'|$.

(6) لكي نحدد زاوية دوران r ، نسميها α ونبحث عن نقطتين A و B

و صورتاهما ونستعمل الخاصية (II5) أو نبحت عن المركز Ω ونقطة A

و صورتها ونستعمل (II2)

(7) لكي نبين أن $AB = CD$ نبحت عن دوران يحول A و B إلى

C و D أو العكس ونستعمل الخاصية (II4) .

(8) لكي نحدد $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ نبحت عن دوران يحول A و B إلى

C و D أو العكس ونستعمل الخاصية (II5) .

(9) لكي نبين أن $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \equiv (\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{C'D'})|2\pi|$ نبحت عن

دوران يحول A و B و C و D إلى A' و B' و C' و D' أو

العكس ونستعمل الخاصية (II6) .

(10) لكي نبين أن $(AB) \perp (CD)$ نبحت عن دوران زاويته $\mp \frac{\pi}{2}$ يحول

A و B إلى C و D أو العكس ونستعمل الخاصية (II5) .

(11) لكي نبحت عن دوران يحول A إلى B نبحت عن مثلث متساوي

الساقين (OAB) تكون قاعدته $|AB|$ ويكون هذا الدوران مركزه O

وزاويته $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

(12a) إذا كان (ABC) متساوي الساقين وله زاوية هندسية قياسها $\frac{\pi}{3}$

فإنه متساوي الأضلاع .

(b) ليكن $r = r(O, \mp \frac{\pi}{3})$ إذا كان $r(A) = A'$ فإن (OAA')

متساوي الأضلاع .

(c) لكي نبين أن (IJK) متساوي أضلاع نبحت عن دوران مركزه I

ويحول J إلى K مثلا .

(13) لكي نبين أن A و B و C مستقيمة نبين أنها صور لنقط مستقيمة أو

صورها مستقيمة ونستعمل (II7d) أو نبين أن :

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv 0 \text{ ou } \pi|2\pi|$$