

الحساب المثلثي

تمرين 1

احسب بدلالة $\sin x$ و $\cos x$:

$$D = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) , \quad C = \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) , \quad B = \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) , \quad A = \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

$$F = \sin(2x) - 3\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) , \quad E = 2\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$H = \cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) , \quad G = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \sin(x)$$

تمرين 2

$$J = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos x , \quad I = \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \quad : \cos(x+b) \text{ اكتب على شكل}$$

$$F = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x , \quad E = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos x \quad : \sin(x+b) \text{ اكتب على شكل}$$

تمرين 3

$$H = \cos(7a)\cos(3a) - \sin(7a)\sin(3a) , \quad G = \cos(2a)\cos a + \sin(2a)\sin a \quad : \text{بسّط ما يلي}$$

$$J = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{a}{2}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(\frac{a}{2}\right) , \quad I = \frac{1}{2}\sin(3a) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(3a)$$

تمرين 4

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos^2 x - \frac{1}{4} \quad \blacklozenge \quad \text{ليكن } x \in \mathbb{R} , \text{ بين أن :}$$

$$2\sin^2\left(\frac{\pi}{8} + x\right) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 2x - \sin 2x) \quad \blacklozenge \quad (\sin x + \sin 5x)^2 + (\cos x + \cos 5x)^2 = 4\cos^2 2x \quad \blacklozenge$$

تمرين 5

$$1- \text{تحقق أن: } \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$$

$$2- \text{استنتج حساب النسب المثلثية لـ } \frac{\pi}{12}$$

تمرين 6

$$1- \text{بين أن: } \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8}\right)$$

$$2- \text{استنتج قيمة: } \tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$$

تمرين 7

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث : $\cos a = \frac{1}{4}$ و $\sin b = \frac{3}{7}$ ، $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ و $b \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ ، احسب $\sin a$ و $\cos b$ واستنتج حساب : $\sin 2a$ و $\sin 2b$ و $\cos 2a$ و $\cos 2b$

تمرين 8

بين أن : $\sin(x+y)\sin(x-y) = \cos^2 y - \cos^2 x$ وأن $\cos(x+y)\cos(x-y) = \cos^2 x - \sin^2 y$

تمرين 9

أكتب على شكل جداء : $\cos x + \cos 2x$ ، $\sin 3x + \sin 5x$ ، $\cos 3x + \cos 7x$ ، $\sin x - \sin \frac{x}{2}$

تمرين 10

حل في IR المعادلات التالية : $\sqrt{3} \cos x - \sin x = \sqrt{2}$ ، $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 1$ ، $\cos x - \sin x = \sqrt{2}$ ، $\sin x + \cos x = 1$ ، $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ ، $\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} = -1$

تمرين 11

نعتبر الدالة : $f(x) = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$

1- حل في IR المعادلة $\cos x - \sin x = 0$

2- حدد Df

3- بين أن : $\forall x \in Df \quad f(x) = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x}$

4- حل في IR المعادلة $f(x) - \sqrt{3} = 0$

تمرين 12

ليكن x عددا حقيقيا، نعتبر التعبير : $A(x) = \sqrt{3} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

1- بين أن : $A(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

2- حل في المجال $]-\pi; \pi]$ المعادلة : $A(x) = 1$

تمرين 13

ليكن x عددا حقيقيا، نعتبر التعبير : $A(x) = -2 \cos^2(x) + \sqrt{3} \sin(2x) + 2$

1- بين أن : $A(x) = 4 \sin(x) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) + \frac{1}{2} \sin(x) \right)$

2- حل في IR المعادلة : $A(x) = 0$