

تحليلية الجداء السلمي و تطبيقاته

**التمرين 1**

في مستوى منسوب إلى معلم م.م، نعتبر  $\vec{u}(1;\sqrt{3})$  و  $\vec{v}(2;-2\sqrt{3})$  و  $\vec{w}(-2;3)$  و  $\theta$  القياس الرئيسي لـ  $(\vec{u}, \vec{v})$

1- حدد  $\theta$

2- حدد  $\vec{w}'$  حيث  $\|\vec{w}'\|=1$  ;  $\vec{w} \perp \vec{w}'$

**التمرين 2**

لتكن  $A$  و  $B$  نقطتين من المستوى و  $G$  مرجح  $(A;3)$  و  $(B;2)$  حيث  $AB=5$

1- أ) أحسب  $\overrightarrow{AG}$  بدلالة  $\overrightarrow{AB}$

ب) ليكن  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  حيث  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 10$

بين أن  $G \in (E)$

برهن أن  $(E)$  هو المستقيم العمودي على  $(AB)$  في  $G$

2- حدد  $(F)$  مجموعة النقط  $M$  حيث  $MA^2 + MB^2 = 7$

**التمرين 3**

في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر  $\vec{u} = a\vec{i} + (2+a)\vec{j}$  ;  $\vec{v} = 4\vec{i} + (2+a)\vec{j}$

حيث  $a \in \mathbb{R}$

1- أوجد  $a$  حيث  $\vec{u} \perp \vec{v}$

2- نفترض أن  $a = -1$

أ- أعط معادلة ديكارتية لكل من  $(\Delta)$  و  $(D)$  بحيث  $(D)$  يمر من  $I(1;0)$  و موجه بـ  $\vec{u}$ ، و  $(\Delta)$  يمر من  $J(0;1)$  و  $\vec{n}(2-\sqrt{3};1)$  متجهة منظمية عليه

ب- أحسب  $\cos(\widehat{\vec{u}; \vec{w}})$  و  $\sin(\widehat{\vec{u}; \vec{w}})$  حيث  $\vec{w}$  موجهة للمستقيم  $(\Delta)$  و استنتج القياس الرئيسي

لـ  $(\vec{u}, \vec{w})$

**التمرين 4**

في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقط  $A(1;3)$  و  $B(3;2)$  و  $C(2;1)$

حدد تحليليا مجموعة النقط  $M$  من المستوى حيث  $MA^2 - 3MB^2 + 2MC^2 = 0$

أثبت هذه النتيجة هندسيا

**التمرين 5**

في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقط  $A(-1;-3)$  و  $B(2;1)$  و  $C(6;-2)$

1- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(D)$  واسط  $[AB]$

2- بين أن  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 25$  استنتج  $\cos(\widehat{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}})$

3- ليكن  $(\Delta)$  مجموعة النقط  $M$  حيث  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = AB^2 - 5$

حدد طبيعة  $(\Delta)$

4- نعتبر  $(D_m): m^2x - (2m+1)x - 3 = 0$

حدد  $m$  حيث  $(\Delta) \perp (D_m)$

**التمرين 6**

في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقطتين  $A(-2;5)$  و  $B(-5;3)$

و  $(D): x - 2y + 8 = 0$

1- حدد  $d(B; (D))$

2- حدد  $A'$  مماثل  $A$  بالنسبة للمستقيم  $(D)$

3- حدد معادلة  $(D')$  المار من  $B$  و العمودي على  $(D)$

### التمرين 7

في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ، نعتبر النقط  $A(1;3)$  و  $B(4;8)$  و  $C(3;1)$   
أحسب مساحة المثلث  $ABC$

### التمرين 8

في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ، نعتبر  $ABC$  مثلثا حيث  $A(1;3)$  و المستقيمين  
 $(D_1): 2x - 5y + 4 = 0$  و  $(D_2): x + y - 1 = 0$  هما ارتفاعي المثلث  $ABC$  المارين على التوالي

من  $B$  و  $C$

1- أعط معادلة ديكارتية لكل من المستقيمين  $(AC)$  و  $(AB)$

2- حدد زوجي إحداثيتي كل من  $B$  و  $C$

### التمرين 9

في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ، نعتبر النقط  $A(1;1)$  و  $B(2 + \sqrt{3}; \sqrt{3})$  و  $C(6; -4)$  .  
ليكن  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $B$  على  $(AC)$  .

1- أ- حدد قياسا للزاوية  $(\widehat{AB; AC})$

ب- استنتج أن  $\sin(\widehat{AB; AH}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2- أ- استنتج  $\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AH})$

ب- استنتج احداثيتي النقطة  $H$

## دراسة تحليلية لدائرة

### تمرين 1

في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ، نعتبر النقط  $A(3;1)$  و  $B(-1;5)$  و  $C(1;1)$  و  $(C)$  الدائرة  
التي مركزها  $\Omega(-2;3)$  و شعاعها 5

1- حدد معادلة للدائرة  $(C)$

2- حدد وضعية النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  بالنسبة للدائرة  $(C)$

3- حدد معادلة للدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$

### تمرين 2

في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

نعتبر النقطتين  $A(1;2)$  و  $B(0;5)$  و الدائرة  $(C)$  التي معادلتها  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$

و  $(D)$  مستقيم معادلته  $x - 2y + 3 = 0$

1- حدد مركز و شعاع الدائرة  $(C)$  تأكد أن  $A \in (C)$

2- أ- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $B$  و  $\vec{n}(3;4)$  منظمية عليه.

ب- بين أن تقاطع  $(C)$  و  $(\Delta)$  مجموعة فارغة

3- تأكد أن  $(D)$  و  $(C)$  يتقاطعان و حدد تقاطعهما

4- حل مبيانيا في  $\mathbb{R}^2$   
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3 < 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$$

5- حدد معادلة المماس للدائرة  $(C)$  في النقطة  $A$

- في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .  
 نعتبر  $(C)$  دائرة معادلتها  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$   
 1- حدد مركز و شعاع  $(C)$   
 2- حدد تمثيلا بارامتريا للدائرة  $(C)$   
 3- أدرس تقاطع  $(C)$  مع محوري المعلم  
 4- أكتب معادلتَي المماسين لـ  $(C)$  بحيث  $\vec{u}(4;3)$  منظمية عليهما  
 5- أكتب معادلتَي المماسين لـ  $(C)$  المارين من  $A(2;1)$

تمرين 4

- في مستوى منسوب إلى معلم م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .  
 نعتبر  $(C)$  مجموعة النقط  $M(x; y)$  حيث  $x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$   
 1- بين أن  $(C)$  دائرة أحد أقطارها  $[AB]$  حيث  $A(2;0)$  و  $B(0;3)$   
 2- أ- تأكد أن  $C(2;3) \in (C)$   
 ب- حدد معادلة المماس لـ  $(C)$  عند النقطة  $C$   
 3- أ- تأكد أن  $E(-2;-3)$  خارج الدائرة  $(C)$   
 ب- حدد معادلتَي المماسين لـ  $(C)$  المارين من  $E$   
 4- لتكن  $(C')$  الدائرة التي مركزها  $B$  و شعاعها  $OB$ . حدد تقاطع  $(C)$  و  $(C')$   
 5- أ- حدد تقاطع  $(OC)$  و الدائرة  $(C)$   
 ب- حل مبيانيا في  $\mathbb{R}^2$   

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3y \leq 0 \\ 3x - 2y \leq 0 \end{cases}$$

تمرين 5

- في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  نعتبر النقط  $A(-1;2)$  و  $B(0;-1)$  و  
 $C(-2;0)$  و  $(C)$  مجموعة النقط  $M(x; y)$  التي تحقق المعادلة:  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$   
 1- بين أن  $(C)$  دائرة شعاعها  $r = \sqrt{5}$  مع تحديد مركزها  
 2- حدد موضع النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  بالنسبة للدائرة  $(C)$   
 3- حدد معادلة المستقيم  $(D)$  المماس للدائرة  $(C)$  في النقطة  $A$ .  
 4- أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $x + 2y + 2 = 0$  مماس للدائرة  $(C)$ ، المار من  $C$   
 ب- حدد معادلة المماس الآخر للدائرة  $(C)$  المار من  $C$   
 5- أ- أحسب  $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$  واستنتج أن  $CAB$  مثلث قائم الزاوية في  $C$   
 ب- حدد معادلة ديكارتية للدائرة  $(C')$  المحيطة بالمثلث  $CAB$   
 6- حل مبيانيا النظمة  

$$(x; y) \in \mathbb{R}^2 \quad \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 \leq 0 \\ x^2 + y^2 + x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$$
  
 7- حدد تقاطع الدائرة  $(C)$  و المستقيم ذا المعادلة  $x - 3y - 3 = 0$