

نضع :  $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

(1) بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n > 0$

(2) احسب  $v_0$  و  $v_1$  وبين أن  $v_n \neq 1$

(3) أ- بين أن  $(v_n)$  متالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول

ب- حدد  $u_n$  بدلالة  $n$

ج- حدد المجموع

التمرين 6 :

(1) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال

$f(x) = \frac{7x+3}{3x+7}$  بما يلي :  $I = [1; +\infty[$

أدرس رتابة  $f$  على  $I$  ثم بين أن  $I \subset f(I)$

(2) نعتبر المتالية  $(u_n)_{n>0}$  المعرفة بما يلي :

$u_{n+1} = f(u_n)$  و لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  :  $u_1 = \frac{7}{3}$

(a) بين أن  $(u_n)_{n>0}$  مصغرة بالعدد 1

(b) بين أن  $(u_n)_{n>0}$  تناقصية

(3) نضع  $\forall n \in \mathbb{N}^* v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

(a) بين أن  $(v_n)_{n \geq 1}$  متالية هندسية

(b) أحسب  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$

(c) أحسب المجموع :  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

التمرين 7 : في فاتح ينابير من سنة 1997 كان يشتغل في مقاولة كبيرة 2500 مستخدم.

أثبتت دراسة أنه في فاتح ينابير من كل سنة يحال على التقاعد 10% من المستخدمين، ولتعويض حاجيات المقاولة من اليد العاملة، يتم تشغيل 120 من المستخدمين الجدد.

- لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  نرمز بـ  $u_n$  لعدد المستخدمين في الفاتح من ينابير سنة  $1997 + n$

(1) احسب  $u_1$

(2) بين أنه لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  لدينا:  $u_{n+1} = 0,9u_n + 120$

(3) نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_n = u_n - 1200$

أ- بين أن  $(v_n)$  هندسية محددا أساسها وحدها الأول

ب- أكتب  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$

-B (1) كم هو تقريبا عدد المستخدمين سنة 2007 ؟

(2) بعد كم سنة سيقل عدد المستخدمين عن 1360 مستخدم؟

(3) ما هو مجموع المستخدمين الذين أحيلوا على التقاعد إلى غاية سنة 2007

التمرين 1 : نعتبر المتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :

$u_0 = \frac{3}{2}$  و  $u_{n+1} = (u_n - 1)^2 + 1$  ;  $(n \in \mathbb{N})$

(1) احسب  $u_1$  و  $u_2$

(2) أ- بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}); 1 \leq u_n \leq \frac{3}{2}$

ب- ادرس رتابة  $(u_n)$

(3) أ- بين أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 \leq u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$

ب- استنتج أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n - 1 \leq \frac{1}{2^{n+1}}$

التمرين 2 :

نعتبر المتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :

$(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{-1 + 2u_n}{u_n}$  و  $u_0 = 2$

ونضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{1}{-1 + u_n}$

(1) بين أن  $(v_n)$  متالية حسابية محددا عناصرها.

(2) حدد  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$

(3) أحسب  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  بدلالة  $n$

التمرين 3 :

لتكن  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المتاليتين العدديتين الموجبتين قطعا

والمعرفتين بما يلي :  $u_0 = 1$  و  $v_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \sqrt{u_n v_n}$

لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$

(1) احسب  $u_1$  و  $v_1$

(2) بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n \leq v_n$

(3) بين أن المتالية  $(u_n)$  تزايدية

(4) بين أن المتالية  $(v_n)$  تناقصية

التمرين 4 : نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي:

$(\forall n \in \mathbb{N}). u_{n+1} = \frac{4u_n - 9}{u_n - 2}$  و  $u_0 = 1$

(1) احسب  $u_1$  و  $u_2$

(2) نضع :  $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

أ- بين أن  $(v_n)$  متالية حسابية

ب- حدد  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$

التمرين 5 :

لتكن  $(u_n)$  المتالية العددية المعرفة بما يلي :  $u_0 = 2$  و

$(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{2u_n + 3}$