

تمرين رقم

نعتبر المتتاليتين $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفتين كما يلي :

$$\begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{1}{2}V_n \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{1}{3}V_n \end{cases}$$

① أحسب $U_1 ; V_1$

② نضع $S_n = U_n + V_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ. بين أن $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها

ب. أحسب S_n بدلالة n

③ نضع $d_n = V_n - U_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ. بين أن $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها

ب. أحسب d_n بدلالة n

④ استنتج مما سبق تعبير $V_n ; U_n$ بدلالة n

تمرين رقم 2

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية بحيث : $U_0 = 12$, $U_1 = \frac{11}{2}$

$$6U_{n+2} = 5U_{n+1} - U_n$$

① احسب U_2

② نضع $V_n = 3U_{n+1} - U_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

a- بين ان $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها ثم

أحسب V_n بدلالة n

b- استنتج أن $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{3}{2^{n+1}}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

③ نضع $W_n = U_n - \frac{9}{2^n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

a- بين ان $(W_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها ثم أحسب

W_n بدلالة n

متتاليات 3

b- استنتج أن $U_n = \frac{1}{3^{n-1}} + \frac{9}{2^n}$

④ أحسب بدلالة n الجمع $S = U_1 + U_2 + \dots + U_n$

تمرين رقم 3

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها r وبحيث :

$$(I) \begin{cases} U_0 + U_1 + U_2 = 9 \\ U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 = 35 \end{cases}$$

↔ أحسب الحد U_1

↔ بين أنه توجد متتاليتين تحقق (I) محددا أساس كل منهما

↔ لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(U'_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتاليتين ونضع $W_n = U_n + U'_n$

☺ أحسب بدلالة n الجمع $S_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$

☺ حدد n علما أن $S_n = 96$

تمرين رقم 4

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها r وبحيث :

☆ حدد العدد p إذا علمت أن $U_p = 26$ و $S_p = 260$

S_p هو مجموع $p+1$ حد الأولى للمتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

☆ استنتج أساس هذه المتتالية

تمرين رقم 5

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بحيث :

$$\begin{cases} U_0 = \sqrt{2} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{\sqrt{9 + U_n^2}} \end{cases}$$

لتحقق أن $U_n > 0$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

لتضع $V_n = \frac{18}{U_n^2}$ بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ حسابية

أ. أحسب U_n بدلالة n

ب. أحسب بدلالة n الجمع $S = \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_1^2} + \dots + \frac{1}{U_n^2}$

تمرين رقم 6

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بحيث : $U_0 = 3$; $U_{n+1} = \frac{U_n}{3^n U_n + 3}$

1- أحسب U_1 وبين أن $U_n > 0$ لكل n من $\mathbb{N}$

2- بين أن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية

3- نضع $V_n = \frac{1}{3^n U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ. بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{3}$

ب. أحسب $U_n ; V_n$ بدلالة n

تمرين رقم 7

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة ب : $U_1 = 1$ و $U_{n+1} = \frac{nU_n + 2}{n+1}$

1- أحسب U_1 وبين أن $1 \leq U_n \leq 2$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

2- أدرس رقابة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

3- نضع $V_n = nU_n$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ بين أن $(V_n)_{n \geq 1}$ متتالية

حسابية أساسها $r = 2$

4- حدد U_n بدلالة n