

متتاليات 2

التمرين رقم 1 :

لكنه $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$$U_{n+1} = \frac{2U_n - 3}{U_n + 6} \text{ و } U_0 = -2$$

$$(1) \text{ يبي بالترجئة أنه } -3 < U_n < -1 \text{ } (\forall n \in \mathbb{N})$$

$$(2) \text{ ادرس رتبة المتتالية } (U_n)_{n \in \mathbb{N}}$$

$$(3) \text{ نضع } V_n = \frac{U_n + 1}{U_n + 3}$$

أ- يبي أنه $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية وحدد V_n بدلالة n

$$\text{ب- استنتج أنه } U_n = -\frac{5^n + 3^{n+1}}{5^n + 3^n}$$

$$\text{ج- أحسب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$$

التمرين رقم 2 :

لكنه $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$$U_{n+1} = \frac{7U_n - 25}{U_n - 3} \text{ و } U_0 = 2$$

$$(1) \text{ تحقق أنه } U_{n+1} = 7 - \frac{4}{U_n - 3}$$

$$(2) \text{ وبي أنه } U_n \neq 5 \text{ } (\forall n \in \mathbb{N})$$

$$(3) \text{ نضع } W_n = \frac{1}{U_n - 5}$$

أ- يبي أنه $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية وحدد W_n بدلالة n

ب- استنتج U_n بدلالة n

$$\text{ج- أحسب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$$

التمرين رقم 3 :

$$\text{نعتبر المتتالية } (U_n)_{n \in \mathbb{N}^*} \text{ بحيث : } U_1 = \frac{1}{2} \text{ و } U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n + 1}$$

$$\text{❖ يبي أنه } (U_n)_{n \in \mathbb{N}^*} \text{ متتالية موجبة قطعا}$$

$$\text{❖ ادرس رتبة المتتالية } (U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$$

$$\text{❖ نضع } V_n = \frac{1}{2U_n}$$

(a) يبي أنه $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ حسابية وحدد V_n بدلالة n

(b) استنتج U_n بدلالة n

$$(c) \text{ أحسب المجموع } T_n = \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_n}$$

التمرين رقم 4 :

نعتبر المتتاليتين $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفتين بـ :

$$\begin{cases} u_0=1 & v_0=12 \\ u_{n+1}=\frac{u_n+2v_n}{3} & v_{n+1}=\frac{u_n+3v_n}{4} \end{cases}$$

① نضع $W_n = v_n - u_n$ يبي أنه $(W_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية

محددا أساسها

② نضع $t_n = 3u_n + 8v_n$ يبي أنه $(t_n)_{n \geq 0}$ ثابتة محددا

قيمتها

③ استنتج مما سبق $u_n ; v_n$ بدلالة n

التمرين رقم 5 :

لكنه $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$$6U_{n+2} = 5U_{n+1} - U_n \text{ و } U_0 = 12 ; U_1 = \frac{11}{2}$$

$$\text{➤ أحسب } U_2 ; U_3$$

$$\text{➤ نضع } W_n = 3U_{n+1} - U_n \text{ يبي أنه } (W_n)_{n \geq 0} \text{ متتالية}$$

هندسية محددا أساسها ثم حدد الحد العام W_n بدلالة n

$$\text{➤ يبي أنه } U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{3}{2^{n+1}} \text{ } (\forall n \in \mathbb{N})$$

$$\text{➤ نضع } V_n = U_n - \frac{9}{2^n} \text{ يبي أنه } (V_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ متتالية هندسية}$$

وحدد V_n بدلالة n

$$\text{➤ استنتج } U_n \text{ بدلالة } n$$