

الأستاذ:  
نجيب  
عثماني

## سلسلة 5: المتتاليات العددية

المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

أكاديمية  
الجهة  
الشرقية

**تمرين 1:** لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية :

$$(1) \quad 0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots$$

$$(2) \quad 6, 3, 0, -3, -6, -9, -12, \dots$$

$$(3) \quad 1, 3, 9, 27, 81, 243, \dots$$

$$(4) \quad 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$$

$$(5) \quad 1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots$$

**تمرين 2:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالصيغة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

(1) أحسب حدها الأول  $u_0$

(2) أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$

**تمرين 3:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بالعلاقة التكرارية

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$$

**تمرين 4:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+1}{2n+1}$$

$$1. \quad \text{بين أن: } \forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{1}{2} < u_n \leq 1$$

2. ماذا يمكن أن نقول عن المتتالية  $(u_n)$  ؟

**تمرين 5:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = u_n^2 + 2u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

(1) أحسب  $u_1$  (2) بين أن المتتالية  $(u_n)$  مصغرة بالعدد 1

**تمرين 6:** أدرس رتبة المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

**تمرين 7:** أدرس رتبة المتتالية  $(v_n)$  المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{2}{n}$$

**تمرين 8:** أدرس رتبة المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{-n}{n+2}$$

**تمرين 9:** أدرس رتبة المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq -\frac{3}{7} \quad \text{واستنتج أن: } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{5n-3}{2n+7}$$

**تمرين 10:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{8(u_n-1)}{u_n+2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

1. بين أن المتتالية  $(u_n)$  مصغرة بالعدد 2

2. بين أن المتتالية  $(u_n)$  مكبورة بالعدد 4

3. ماذا تستنتج ؟

4. أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)$

**تمرين 11:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1. بين أن المتتالية  $(u_n)$  مصغرة بالعدد 1

2. بين أن المتتالية  $(u_n)$  مكبورة بالعدد 2

3. ماذا تستنتج ؟

4. أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)$

**تمرين 12:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+3}{4}$$

بين أن المتتالية  $(u_n)$  حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

**تمرين 13:** لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r = \frac{1}{2}$  و  $u_6 = 31$

(1) أحسب  $u_0$  (2) أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  (3) أحسب :  $u_{2015}$  ثم  $u_{2016}$

**تمرين 14:** لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r$  وبحيث  $u_0 = 5$

$$\text{و } u_{100} = -45$$

(1) حدد  $r$  (2) أحسب :  $u_{2015}$  و  $u_{2016}$

**تمرين 15:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{-1}{2 + u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n + 1}$$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_0$  و  $v_1$

2. أحسب  $v_{n+1} - v_n$  واستنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$

$$3. \quad \text{بين بالترجع أن: } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{-3n+2}{3n+1}$$

4. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

5. استنتج طريقة أخرى لكتابة  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 16:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{3 + u_n} \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{1+u_n}$

1. أحسب  $v_{n+1} - v_n$  واستنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$

2. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 17:** لتكن المتتالية الحسابية  $(u_n)_{n \geq 1}$  الذي أساسها  $r = 3$

وحدها الأول  $u_0 = 5$

1) أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  وأوجد الحد التاسع

2) أحسب المجموع التالي :  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{13}$

**تمرين 18:**

1. لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r = \frac{1}{2}$  وحدها الأول  $u_0 = 1$

أحسب المجموع التالي :  $S_1 = u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$

2. لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r = -2$  وحدها الأول  $u_0 = 4$

أحسب المجموع التالي :  $S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + \dots + u_{25}$

**تمرين 19:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالصيغة الصريحة

التالية :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2 \times 3^n$

1. أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$

2. أحسب  $\frac{u_{n+1}}{u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$  وماذا تستنتج ؟

**تمرين 20:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$

بحيث :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 5 \times 3^{2n+1}$

بين أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية و حدد أساسها  $q$  وحدها الأول

**تمرين 21:** لتكن  $(u_n)$  متتالية هندسية بحيث :

$u_2 = \frac{9}{2}$  و  $u_5 = \frac{243}{2}$

حدد  $q$  أساس المتتالية  $(u_n)$  و أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 22:** نعتبر المتتالية الهندسية  $(u_n)$  بحيث حدها الأول  $u_0 = 81$

و أساسها :  $q = \frac{1}{3}$

1) أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  2) أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $u_3$

3) حدد العدد الصحيح الطبيعي  $n$  بحيث  $u_n = 1$

**تمرين 23:** نعتبر المتتالية الهندسية  $(u_n)$  بحيث حدها الأول  $u_0 = 5$

و  $u_3 = 40$

1. تحقق أن أساس المتتالية  $(u_n)$  هو  $q = 2$

2. أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  و أحسب  $u_4$

3. حدد العدد الصحيح الطبيعي  $n$  بحيث  $u_n = 160$

**تمرين 24:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة

بالصيغة التالية :  $u_{n+1} = 3 \times u_n$  و  $u_0 = 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1. تحقق أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  هندسية

2. عبر عن  $U_n$  بدلالة  $n$

3. أحسب المجموع :  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_5$

**تمرين 25:** لتكن  $(u_n)$  متتالية هندسية بحيث :  $u_5 = 486$

و  $u_7 = 4374$  و أساسها  $q > 0$

1) حدد أساس المتتالية  $(u_n)$  2) أحسب  $u_0$  و  $u_{10}$

3) أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$

4) أحسب المجموع التالي :  $S = u_0 + u_5 + \dots + u_{2009}$

**تمرين 26:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 10 \end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 3$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_0$  و  $v_1$

2. بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 3$

3. أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)$

4. أحسب  $\frac{v_{n+1}}{v_n}$  واستنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$

5. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

6. أحسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

**تمرين 27:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{6}{1+u_n} \\ u_0 = 3 \end{cases}$  ونعتبر المتتالية

العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 3}$

1. أحسب  $u_1$  و  $v_0$  و  $v_1$

2. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية و حدد أساسها  $q$  وحدها الأول

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

4. أحسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

**تمرين 28:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \\ u_1 = 1 \end{cases}$  ونعتبر المتتالية

العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{1}{u_n}$

1. أحسب  $u_2$  و  $v_1$

2. بين أن  $(v_n)$  متتالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 29:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n} \\ u_0 = 1 \end{cases}$  ونعتبر المتتالية

العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{1}{u_n}$

1. أحسب  $u_1$  و  $v_0$

2. بين أن  $(v_n)$  متتالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 30:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \\ u_0 = 3 \end{cases}$  ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة

كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

**تمرين 35:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n + 3}{u_n + 3} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$$

1. بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 3$

2. أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)$

3. أبين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول

4. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 36:** لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r$  بحيث :  $u_0 = 4$

$$u_{20} = 144 \text{ و}$$

1. حدد  $r$  و أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$

2. أحسب المجموع التالي :  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$

3. حدد  $n$  علما أن  $u_n = 291$

**تمرين 37:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n - 1 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :  $v_n = u_n - 2$

$$\forall n \in \mathbb{N}$$

1. أحسب  $u_1$  و  $v_0$  و  $v_1$

2. أحسب  $\frac{v_{n+1}}{v_n}$  و استنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  و استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 38:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2} \\ u_0 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

1. بين أن المتتالية العددية  $(u_n)$  مكبورة بالعدد 2

2. أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)$

**تمرين 39:** لتكن  $(u_n)$  متتالية هندسية و أساسها  $q > 0$  بحيث :

$$u_5 = \frac{1}{32} \text{ و } u_7 = \frac{1}{128}$$

حدد  $q$  أساس المتتالية  $(u_n)$  وحدها الأول  $u_0$  و أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.  
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



1. أحسب  $u_1$  و  $v_0$

2. بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 2$

3. أحسب  $v_{n+1} - v_n$  و استنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$

4. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

5. أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)$

6. أحسب المجموع التالي :  $S_2 = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{11}$

**تمرين 31:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :  $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

1. أحسب  $u_1$  و  $v_0$

2. بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 1$

3. أحسب  $v_{n+1} - v_n$  و استنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$

4. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 32:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = -1 - \frac{1}{4u_n} \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{2}{2u_n + 1}$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $u_3$

2. بين أن :  $(v_n)$  متتالية حسابية

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 33:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$$

1. بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 1$

2. أبين أن  $(v_n)$  متتالية حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 34:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{7u_n + 3}{3u_n + 7} \\ u_0 = \frac{7}{3} \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

1. بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 1$

2. أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)$

3. أبين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول

4. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$