

الأستاذ:
نجيب
عثمانى

سلسلة 5: المتاليات العددية

المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

أكاديمية
الجهة
الشرقية

2. بين أن المتالية (u_n) مكبورة بالعدد 4
ما زالت تستنجد ؟

4. أدرس رتابة المتالية (u_n)

تمرين 11: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1. بين أن المتالية (u_n) مصغرورة بالعدد 1

2. بين أن المتالية (u_n) مكبورة بالعدد 2

ما زالت تستنجد ؟

4. أدرس رتابة المتالية (u_n)

تمرين 12: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+3}{4}$$

بين أن المتالية (u_n) حسابية وحدد أساسها وحدتها الأول

تمرين 13: لتكن (u_n) متالية حسابية أساسها $\frac{1}{2}$ و $u_6 = 31$ أحسب u_0 (2) أكتب u_n بدلالة n (3) أحسب u_{2016} ثم

تمرين 14: لتكن (u_n) متالية حسابية أساسها r وبحيث $u_0 = 5$

$$u_{100} = -45$$

(1) حدد r (2) أحسب u_{2015} و u_{2016}

تمرين 15: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{-1}{2 + u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n + 1}$$

1. أحسب v_1 و v_0 و v_2 و v_1

2. أحسب v_n و v_{n+1} و استنتج طبيعة المتالية (v_n)

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{-3n+2}{3n+1}$$

3. بين بالترجم أن :

n بدلالة v_n

4. أكتب v_n طريقة أخرى لكتابته u_n بدلالة n

5. استنتاج طريقة أخرى لكتابته u_n بدلالة n

تمرين 16: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{3 + u_n} \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

تمرين 1: لاحظ ثم أتم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متالية من المتاليات التالية :

$$\dots, 10, 8, 6, 4, 2, 0 \quad (1)$$

$$\dots, -12, -9, -6, -3, 0, 3, 6 \quad (2)$$

$$\dots, 243, 81, 27, 9, 3, 1 \quad (3)$$

$$\dots, \frac{1}{32}, \frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\dots, 36, 25, 16, 9, 4, 1 \quad (5)$$

تمرين 2: نعتبر المتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

(1) أحسب حدتها الأول u_0

(2) أحسب الحدود الأربع الأولى للمتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

تمرين 3: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة بالعلاقة الترجعية

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$$

تمرين 4: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+1}{2n+1}$$

$$1. \text{ بين أن: } \forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{1}{2} < u_n \leq 1$$

2. ما زالت تستنجد عن المتالية (u_n) ؟

تمرين 5: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = u_n^2 + 2u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

(1) أحسب u_1 (2) بين أن المتالية (u_n) مصغرورة بالعدد 1

تمرين 6: أدرس رتابة المتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

تمرين 7: أدرس رتابة المتالية (v_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{2}{n}$$

تمرين 8: أدرس رتابة المتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{-n}{n+2}$$

تمرين 9: أدرس رتابة المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq -\frac{3}{7} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \text{و استنتاج أن: } u_n = \frac{5n-3}{2n+7}$$

تمرين 10: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{8(u_n - 1)}{u_n + 2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

1. بين أن المتالية (u_n) مصغرورة بالعدد 2

(3) أكتب u_n بدلالة n

(4) أحسب المجموع التالي : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2009}$

تمرين 26: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 10 \end{cases}$$

ونعتبر المتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1 .

2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 3$.

3. أدرس رتبة المتالية (u_n) .

4. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج طبيعة المتالية (v_n) .

5. أكتب v_n بدلالة n واستنتاج u_n بدلالة n .

6. أحسب بدلالة n المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

تمرين 27: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{6}{1+u_n} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

1. أحسب u_1 و v_1 و v_0 .

2. بين أن (v_n) متالية هندسية و حدد أساسها q و حدها الأول.

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتاج u_n بدلالة n .

4. أحسب بدلالة n المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

تمرين 28: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

1. أحسب u_2 و v_1 و v_0 .

2. بين أن (v_n) متالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول.

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتاج u_n بدلالة n .

تمرين 29: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

1. أحسب u_1 و v_0 .

2. بين أن (v_n) متالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول.

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتاج u_n بدلالة n .

تمرين 30: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

كالتالي :

ونعتبر المتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

1. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتاج طبيعة المتالية (v_n) .

2. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n .

تمرين 17: لتكن المتالية الحسابية $(u_n)_{n \geq 1}$ الذي أساسها 3

و حدها الأول 5

1. أكتب u_n بدلالة n وأوجد الحد التاسع.

2. أحسب المجموع التالي :

تمرين 18:

1. لتكن (u_n) متالية حسابية أساسها $\frac{1}{r}$ و حدها الأول 1

أحسب المجموع التالي :

2. لتكن (u_n) متالية حسابية أساسها -2 و حدها الأول 4

أحسب المجموع التالي :

تمرين 19: نعتبر المتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة

$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2 \times 3^n$

1. أحسب الحدود الأربع الأولى للمتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

2. أحسب $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ و ماذذا تستنتج ؟

تمرين 20: نعتبر المتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$

بحيث : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 5 \times 3^{2n+1}$

بين أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متالية هندسية و حدد أساسها q و حدها الأول.

تمرين 21: لتكن (u_n) متالية هندسية بحث :

$$u_2 = \frac{9}{2} \quad u_5 = \frac{243}{2}$$

حدد q أساس المتالية (u_n) و أكتب u_n بدلالة n .

تمرين 22: نعتبر المتالية الهندسية (u_n) بحث حدها الأول $= 81$

$$q = \frac{1}{3}$$

و أساسها : $u_0 = ?$ أكتب u_n بدلالة n (أحسب u_1 و u_2 و u_3)

(3) حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحث $1 = ?$

تمرين 23: نعتبر المتالية الهندسية (u_n) بحث حدها الأول $= 5$

$$u_3 = 40$$

و تحقق أن أساس المتالية (u_n) هو 2

أكتب u_n بدلالة n و أحسب u_4

3. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحث $160 = ?$

تمرين 24: نعتبر المتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة

بالصيغة التالية : $\forall n \in \mathbb{N}, u_0 = 3 \times U_n$ و $u_{n+1} = ?$

1. تتحقق أن $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية

2. عبر عن U_n بدلالة n

3. أحسب المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$

تمرين 25: لتكن (u_n) متالية هندسية بحث :

$u_5 = 486$ و أساسها $0 < q < 1$ و أساسها $0 < u_7 < 4374$

1. حدد أساس المتالية (u_n) (أحسب u_0 و u_{10})

تمرين 35: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n + 3}{u_n + 3} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$$

1. بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 3$

2. أدرس رتبة المتالية (u_n)

3. أبين أن (v_n) متالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول

4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين 36: لتكن (u_n) متالية حسابية أساسها r بحيث : $u_0 = 4$ و $u_{20} = 144$

1. حدد r و أكتب u_n بدلالة n

2. أحسب المجموع التالي : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$

3. حدد n علماً أن $u_n = 291$

تمرين 37: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n - 1 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

ونعتبر المتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $v_n = u_n - 2$

$$\forall n \in \mathbb{N}$$

1. أحسب u_1 و v_0 و v_1

2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتاج طبيعة المتالية (v_n)

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتاج u_n بدلالة n

تمرين 38: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2} \\ u_0 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

1. بين أن المتالية العددية (u_n) مكبورة بالعدد 2

2. أدرس رتبة المتالية (u_n)

تمرين 39: لتكن (u_n) متالية هندسية وأساسها $0 < q$ بحيث :

$$u_5 = \frac{1}{32} \quad u_7 = \frac{1}{128}$$

حدد q أساس المتالية (u_n) و حدها الأول u_0 و أكتب u_n بدلالة n

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.

c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



1. أحسب u_1 و v_0

2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 2$

3. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتاج طبيعة المتالية (v_n)

4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n

5. أدرس رتبة المتالية (u_n)

6. أحسب المجموع التالي : $S_2 = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{11}$

تمرين 31: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

1. أحسب u_1 و v_0

2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 1$

3. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتاج طبيعة المتالية (v_n)

4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n

تمرين 32: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = -1 - \frac{1}{4u_n} \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{2}{2u_n + 1}$

1. أحسب u_1 و v_0 و v_1

2. بين أن : (v_n) متالية حسابية

3. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n

تمرين 33: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 1$

2. أبين أن (v_n) متالية حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

3. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n

تمرين 34: نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{7u_n + 3}{3u_n + 7} \\ u_0 = \frac{7}{3} \end{cases}$$

ونعتبر المتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq 1$

2. أدرس رتبة المتالية (u_n)

3. أبين أن (v_n) متالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول

4. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n