

~ الأولى علوم تجريبية ~
سلسلة المتتاليات

التمرين الأول :

أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات التالية :

$$u_n = 3^{2n+1} \quad (2)$$

$$u_n = 2n + 7 \quad (1)$$

$$u_n = \frac{2n+5}{n+1} \quad (4)$$

$$u_n = \sqrt{4n-3} \quad (3)$$

التمرين الثاني :

أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات التالية :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{1+u_n^2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{متتالية FIBONACCI} \begin{cases} u_0 = 1, u_1 = 1 \\ u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n + 2} \end{cases} \quad (3)$$

التمرين الثالث :

أدرس رتبة المتتالية (u_n) في الحالات التالية :

$$u_n = 1 - \sqrt{n+2} \quad (2)$$

$$u_n = 2 + \frac{1}{n+1} \quad (1)$$

التمرين الرابع :

أدرس رتبة المتتالية (u_n) في الحالات التالية بالاعتماد على طريقة الخارج :

$$u_n = \frac{4^n}{n+1} \quad (2)$$

$$u_n = \frac{4}{5^{n+1}} \quad (1)$$

التمرين الخامس :

لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها 3 و حدها الأول $u_0 = 2$

- (1) أحسب u_3, u_2, u_1 و u_n بدلالة n ، ثم أحسب u_{100} و u_{1000}

التمرين السادس :

أحسب الأساس و الحد الأول للمتتالية الحسابية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ في الحالتين التاليتين :

(1) $u_1 = 4$ و $u_8 = -20$ (2) $u_{10} = \frac{3}{2}$ و $u_{15} = -\frac{5}{4}$

التمرين السابع :

- (1) لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدها الأول $u_0 = 1$: أحسب $u_3 + u_4 + \dots + u_{30}$
- (2) لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها -2 و حدها الأول $u_0 = 4$: أحسب $u_7 + u_8 + \dots + u_{25}$

التمرين الثامن :

لتكن (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ و حدها الأول $u_0 = 4$ ، أحسب المجموع : $u_0 + u_1 + \dots + u_9$

التمرين التاسع :

لتكن المتتالية (u_n) بحيث :
$$(\forall n \in \mathbb{N}) \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \end{cases}$$

- (1) حدد u_3, u_2, u_1
- (2) بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) u_n < 3$
- (3) حدد دالة عددية f بحيث : $f(u_n) = u_{n+1}$
- (4) أنشئ منحنى الدالة f
- (5) انطلاقاً من منحنى f ، تظن رتبة المتتالية (u_n) ثم ترهن على ذلك
- (6) نضع $(\forall n \in \mathbb{N}) v_n = u_n - 3$
- أ. أحسب v_1 و v_0
- ب. برهن أن (v_n) هندسية
- ج. حدد v_n بدلالة n
- د. استنتج u_n بدلالة n

التمرين العاشر :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = \frac{2}{3-u_n} \end{cases} \quad \text{لتكن المتتالية } (u_n) \text{ بحيث :}$$

(1) أحسب u_1 و u_2

(2) بين بالترجع أن : $1 < u_n < 2$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

(3) أ. تحقق من أن $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(u_n - 2)}{3 - u_n}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

ب. أدرس رتبة المتتالية (u_n)

(4) نضع : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 2}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

أ. بين أن (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

ب. حدد v_n بدلالة n

ج. استنتج u_n بدلالة n

つづく