

$g(x) = \frac{x^3 - 5}{2 x-3 - 8}$ $Dg = \{x \in \mathbb{R} / 2 x-3 - 8 \neq 0\}$ $Dg = \{x \in \mathbb{R} / x-3 \neq 4\}$ $Dg = \{x \in \mathbb{R} / x-3 \neq 4 \text{ et } x-3 \neq -4\}$ $Dg = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 7 \text{ et } x \neq -1\}$ $Dg =]-\infty, -1[\cup]-1, 7[\cup]7, +\infty[$	$f(x) = \frac{4 x + 3}{x^2 + 4x + 4}$ $Df = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 4x + 4 \neq 0\}$ $Df = \{x \in \mathbb{R} / (x+2)^2 \neq 0\}$ $Df = \{x \in \mathbb{R} / x+2 \neq 0\}$ $Df = \{x \in \mathbb{R} / x \neq -2\}$ $Df =]-\infty, -2[\cup]-2, +\infty[$
$p(x) = \frac{5 - x }{ x + 7}$ $Dp = \{x \in \mathbb{R} / x + 7 \neq 0\}$ $Dp = \{x \in \mathbb{R} / x \neq -7\}$ $Dp = \mathbb{R}$ لأن العبارة $x \neq -7$ صحيحة لكل x من $\mathbb{R}$ وذلك لكون $x \geq 0$ بينما $-7 < 0$	$h(x) = \frac{6 + x^4}{x - \frac{1}{x}}$ $Dh = \left\{ x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \text{ et } x - \frac{1}{x} \neq 0 \right\}$ $Dh = \left\{ x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \text{ et } x \neq \frac{1}{x} \right\}$ $Dh = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \text{ et } x^2 \neq 1\}$ $Dh = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \text{ et } x \neq 1 \text{ et } x \neq -1\}$ $Dh =]-\infty, -1[\cup]-1, 0[\cup]0, 1[\cup]1, +\infty[$
$k(x) = \frac{5 - x }{x^2 - 3x + 4}$ $Dk = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 3x + 4 \neq 0\}$ محددة الحدودية $x^2 - 3x + 4$ هي : $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 9 - 16 = -7 < 0$ إذن ليس للمعادلة $x^2 - 3x + 4 = 0$ حل في $\mathbb{R}$ أي أن العبارة $x^2 - 3x + 4 \neq 0$ صحيحة لكل x من $\mathbb{R}$ بالتالي : $Dk = \mathbb{R}$	$q(x) = \frac{(5-x)(2-x)}{x^2 + x - 6}$ $Dq = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + x - 6 \neq 0\}$ محددة الحدودية $x^2 + x - 6$ هي : $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 1 + 24 = 25 > 0$ حلا المعادلة $x^2 + x - 6 = 0$ هما : $x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3 \text{ و } x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$ منه : $Dq = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 2 \text{ et } x \neq -3\}$ $Dq =]-\infty, -3[\cup]-3, 2[\cup]2, +\infty[$

$m(x)=\sqrt{3- x-4 }$ $Dm=\{x\in IR / 3- x-4 \geq 0\}$ $Dm=\{x\in IR / x-4 \leq 3\}$ $Dm=\{x\in IR / -3\leq x-4\leq 3\}$ $Dm=\{x\in IR / 1\leq x\leq 7\}$ $Dm=[1,7]$	$t(x)=\frac{5-\sin(x)}{2\sin(x)-1}$ $Dt=\{x\in IR / 2\sin(x)-1\neq 0\}$ $Dt=\left\{x\in IR / \sin(x)\neq \frac{1}{2}\right\}$ $Dt=\left\{x\in IR / \sin(x)\neq \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right\}$ $Dt=\left\{x\in IR / x\neq \frac{\pi}{6}+2k\pi \text{ et } x\neq \pi-\frac{\pi}{6}+2k\pi; k\in Z\right\}$ $Dt=\left\{x\in IR / x\neq \frac{\pi}{6}+2k\pi \text{ et } x\neq \frac{5\pi}{6}+2k\pi; k\in Z\right\}$ $Dt=IR \setminus \left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi; \frac{5\pi}{6}+2k\pi / k\in Z\right\}$						
$l(x)=\sqrt{x^3-8}+\frac{1-x}{ x+1 - x-7 }$ $DI=\{x\in IR / x^3-8\geq 0 \text{ et } x+1 - x-7 \neq 0\}$ $DI=\{x\in IR / x^3\geq 8 \text{ et } x+1 \neq x-7 \}$ $DI=\left\{x\in IR / x\geq 2 \text{ et } \begin{matrix} x+1\neq x-7 \\ x+1\neq 7-x \end{matrix}\right\}$ $DI=\{x\in IR / x\geq 2 \text{ et } 1\neq -7 \text{ et } 2x\neq 6\}$ $DI=\{x\in IR / x\geq 2 \text{ et } x\neq 3\}$ $DI=[2,3[\cup]3,+\infty[$	$r(x)=\frac{x^2+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+x-2}}$ $Dr=\{x\in IR / x\geq 0 \text{ et } x^2+x-2\geq 0\}$ محددة الحدودية x^2+x-2 هي : $\Delta=1^2-4\times 1\times (-2)=1+8=9>0$ حلا المعادلة $x^2+x-6=0$ هما : $x_2=\frac{-1-3}{2}=-2 \text{ و } x_1=\frac{-1+3}{2}=1$ إذن : <table><tr><th>x</th><th>-2</th><th>1</th></tr><tr><td>x^2+x-2</td><td>+</td><td>-</td></tr></table> منه : $Dr=[0,+\infty[\cap (]-\infty,-2]\cup [1,+\infty[)$ $Dr=[1,+\infty[$	x	-2	1	x^2+x-2	+	-
x	-2	1					
x^2+x-2	+	-					

⚠ : لتحديد مجموعة التعريف يجب أن نبحث عن قيم x بحيث يكون : المقام غير منعدم – ما بداخل الجذر المربع موجب وهذا ما يؤدي غالبا إلى البحث عن حلول معادلة أو متراجحة.

$g(x) = \frac{\cos(x)}{x^4 + x^2 + 1}$ $Dg = \{x \in \mathbb{R} / x^4 + x^2 + 1 \neq 0\}$ -1 $(\Delta < 0) \quad Dg = \{x \in \mathbb{R} / (x^2)^2 + (x^2) + 1 \neq 0\}$ $Dg = \mathbb{R}$ -2 لدينا : $x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad g(-x) = \frac{\cos(-x)}{(-x)^4 + (-x)^2 + 1}$ -3 $g(-x) = \frac{\cos(x)}{x^4 + x^2 + 1} = g(x)$ إذن g دالة زوجية	$f(x) = \frac{x^3}{ x + 5}$ $Df = \{x \in \mathbb{R} / x + 5 \neq 0\}$ -1 $Df = \{x \in \mathbb{R} / x \neq -5\}$ $Df = \mathbb{R}$ -2 لدينا : $x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(-x) = \frac{(-x)^3}{ -x + 5}$ -3 $f(-x) = \frac{-x^3}{ x + 5} = -f(x)$ إذن f دالة فردية
$p(x) = x + x+1 + x-1 $ -1 $Dp = \mathbb{R}$ -2 لدينا : $x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad p(-x) = x + x+1 + x-1 $ $p(-x) = -x + -x+1 + -x-1 $ -3 $p(-x) = x + 1-x + -(x+1) $ $p(-x) = x + x-1 + x+1 $ $p(-x) = p(x)$ إذن p دالة زوجية	$h(x) = \frac{\sin(x)}{x^3 - 1}$ $Dh = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - 1 \neq 0\}$ -1 $Dh = \{x \in \mathbb{R} / x^3 \neq 1\}$ $Dh = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 1\}$ $Dh =]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$ -2 لدينا : $-1 \in Dh$ لكن $-1 \notin Dh$ إذن h ليست بدالة زوجية ولا فردية
$k(x) = \frac{\sqrt{ x-2 } + \sqrt{ x+2 }}{x^4 - 1}$ $Dk = \{x \in \mathbb{R} / x^4 - 1 \neq 0 \text{ et } x-2 \geq 0 \text{ et } x+2 \geq 0\}$ $Dk = \{x \in \mathbb{R} / x^4 \neq 1\}$ $Dk = \{x \in \mathbb{R} / x^2 \neq 1\}$ -1 $Dk = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 1 \text{ et } x \neq -1\}$ $Dk =]-\infty, -1[\cup]-1, 1[\cup]1, +\infty[$ -2 لدينا : $x \in Df \Rightarrow x \neq 1 \text{ et } x \neq -1 \Rightarrow -x \neq -1 \text{ et } -x \neq 1 \Rightarrow -x \in Df$ -3 $\forall x \in \mathbb{R} \quad k(-x) = \frac{\sqrt{ -x-2 } + \sqrt{ -x+2 }}{(-x)^4 - 1} = \frac{\sqrt{ -(x+2) } + \sqrt{ x-2 }}{x^4 - 1} = \frac{\sqrt{ x+2 } + \sqrt{ x-2 }}{x^4 - 1} = k(x)$ إذن k دالة زوجية	

تمرين 3

نعتبر الدالة : $f(x) = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x + 2}$

1- محددة الحدودية $x^2 + 2x + 2$ هي : $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 2 = 4 - 8 = -4 < 0$ إذن للحدودية $x^2 + 2x + 2$ نفس إشارة $a = 1$ أي أنها موجبة قطعاً لكل x من $\mathbb{R}$

2- حدد $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 2x + 2 \neq 0\}$
 $D_f = \mathbb{R}$

3- لدينا : $f(x) - 1 = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x + 2} - 1 = \frac{2x^2 + 4x + 3 - (x^2 + 2x + 2)}{x^2 + 2x + 2} = \frac{2x^2 + 4x + 3 - x^2 - 2x - 2}{x^2 + 2x + 2}$

$$f(x) - 1 = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x + 2} \geq 0$$

ولدينا : $f(x) - 2 = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x + 2} - 2 = \frac{2x^2 + 4x + 3 - 2(x^2 + 2x + 2)}{x^2 + 2x + 2} = \frac{2x^2 + 4x + 3 - 2x^2 - 4x - 4}{x^2 + 2x + 2}$

$$f(x) - 2 = \frac{-1}{x^2 + 2x + 2} < 0$$

(استعملنا السؤال الأول وذلك لتحديد إشارة المقام)

بالتالي : $\forall x \in \mathbb{R} \quad 1 \leq f(x) < 2$

تمرين 4

نعتبر الدالة : $f(x) = |x| + \frac{1}{|x|}$

1- حدد $D_f = \{x \in \mathbb{R} / |x| \neq 0\}$
 $D_f =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

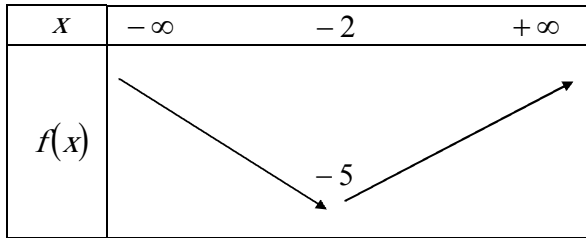
2- لدينا : $\forall x \in D_f \quad f(x) - 2 = |x| + \frac{1}{|x|} - 2 = \frac{|x|^2 + 1 - 2|x|}{|x|} = \frac{(|x| - 1)^2}{|x|} \geq 0$

منه : $\forall x \in D_f \quad f(x) \geq 2$ إذن f مصغرة بالعدد 2

3- لدينا f مصغرة بالعدد 2 ولدينا : $f(1) = 1 + \frac{1}{1} = 2$ ، إذن f تقبل قيمة دنوية في النقطة : $x = 1$

تمرين 5

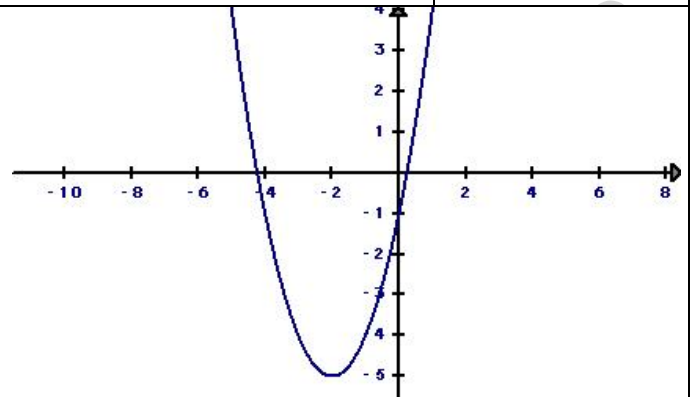
f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم رأسه :



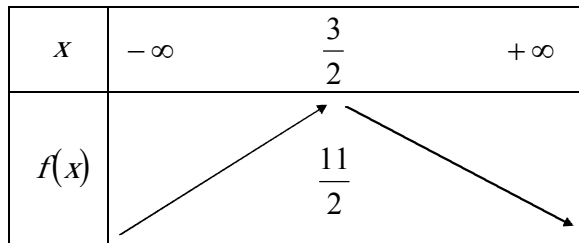
$$\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$$

إذن :

$$f(x) = x^2 + 4x - 1$$



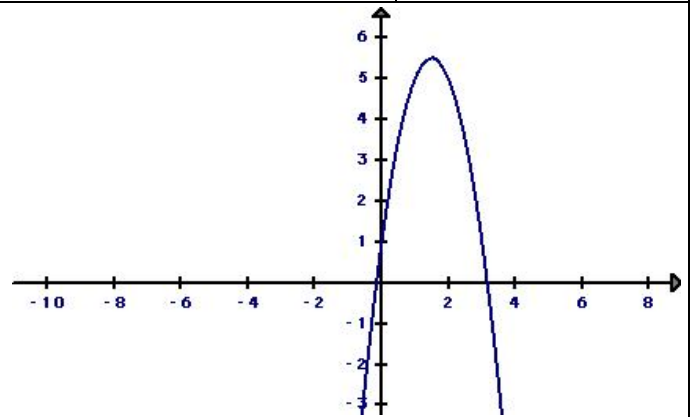
f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم رأسه :



$$\frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$$

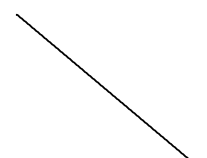
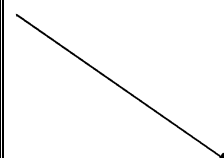
إذن :

$$f(x) = -2x^2 + 6x + 1$$



⚠ : لاحظ أن رتبة الدالة تعتمد على إشارة المعامل a

تمرين 5

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$			
			

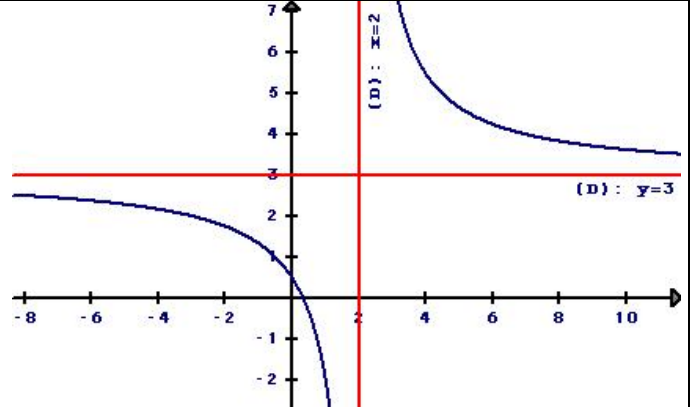
$$f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$$

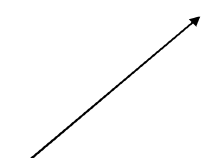
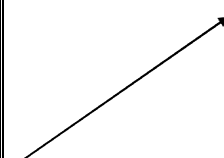
f عبارة عن دالة على شكل $\frac{ax+b}{cx+d}$ ، إذن تمثيلها المبياني

عبارة عن هذلول :

$$f(x) - 3 = \frac{3x-1}{x-2} - 3 = \frac{3x-1-3x+6}{x-2} = \frac{5}{x-2}$$

و لدينا : إذن الهذلول مركزه : $\Omega(2,3)$ و بما أن $5 > 0$ فالدالة تناقصية



x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			
			

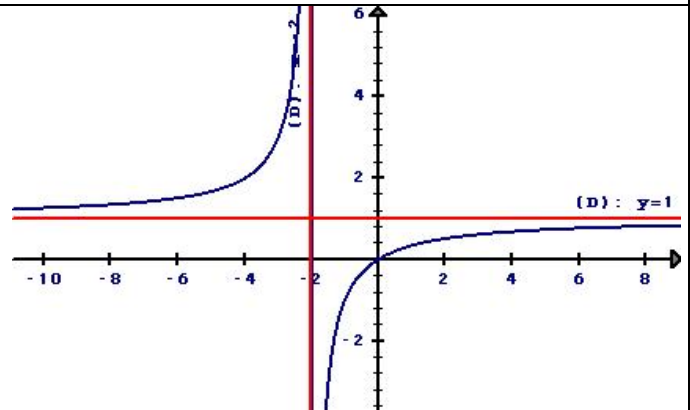
$$f(x) = \frac{x}{x+2}$$

f عبارة عن دالة على شكل $\frac{ax+b}{cx+d}$ ، إذن تمثيلها المبياني

عبارة عن هذلول :

$$f(x) - 1 = \frac{x}{x+2} - 1 = \frac{x-x-2}{x+2} = \frac{-2}{x+2}$$

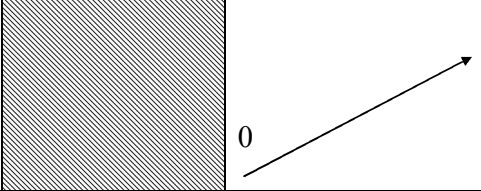
و لدينا : إذن الهذلول مركزه : $\Omega(-2,1)$ و بما أن $-2 < 0$ فالدالة تزايدية



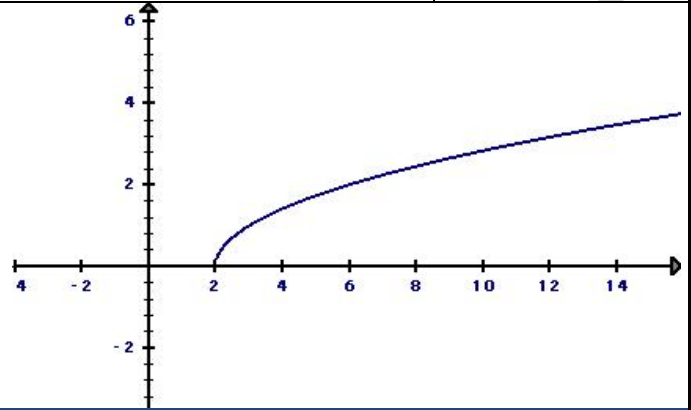
⚡ : لاحظ أنه لتحديد مركز الهذلول نحسب الفرق $\frac{ax+b}{cx+d} - \frac{a}{c}$

تمرين 5

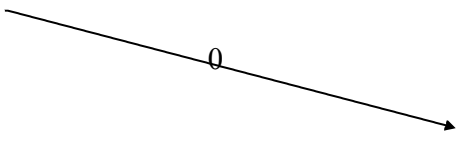
f عبارة عن دالة على شكل $\sqrt{x+a}$ ، إذن :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			

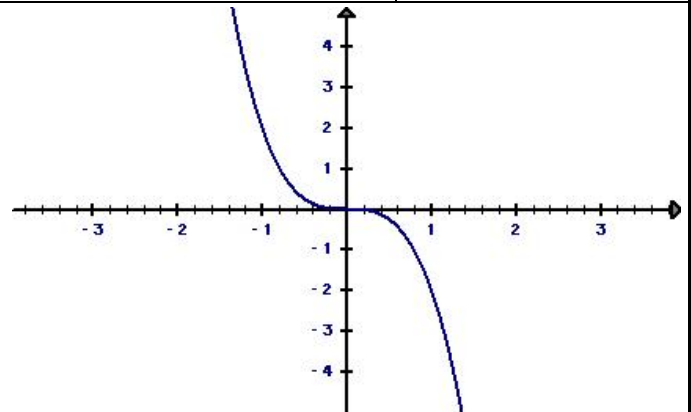
$$f(x) = \sqrt{x-2}$$



f عبارة عن دالة على شكل ax^3 و بما أن $a = -2 < 0$ ، فإن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

$$f(x) = -2x^3$$

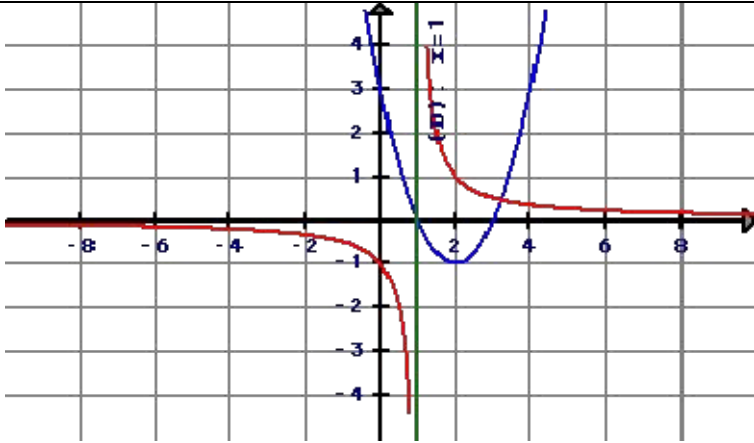


⚠ : لاحظ أن رتبة الدالة تعتمد على إشارة المعامل a

$g \circ f(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 - 1$ $= (2x+1)^2 - 1$ $= 4x^2 + 4x + 1 - 1$ $= 4x^2 + 4x$	$f \circ g(x) = f(g(x)) = 2g(x) + 1$ $= 2(x^2 - 1) + 1$ $= 2x^2 - 2 + 1$ $= 2x^2 - 1$	$\begin{cases} f(x) = 2x+1 \\ g(x) = x^2 - 1 \end{cases}$
$g \circ f(x) = g(f(x)) = \frac{2f(x)}{f(x)-3}$ $= \frac{2 \frac{x+1}{x}}{\frac{x+1}{x} - 3} = \frac{2x+2}{x+1-3x}$ $= \frac{2x+2}{x} \times \frac{x}{-2x+1} = \frac{2x+2}{-2x+1}$	$f \circ g(x) = f(g(x)) = \frac{g(x)+1}{g(x)}$ $= \frac{\frac{2x}{x-3} + 1}{\frac{2x}{x-3}} = \frac{2x+x-3}{2x} = \frac{3x-3}{2x}$ $= \frac{3x-3}{x-3} \times \frac{x-3}{2x} = \frac{3x-3}{2x}$	$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{x} \\ g(x) = \frac{2x}{x-3} \end{cases}$
$g \circ f(x) = g(f(x)) = \frac{(f(x))^2 + 3}{(f(x))^2}$ $= \frac{(\sqrt{1+x^2})^2 + 3}{(\sqrt{1+x^2})^2}$ $= \frac{1+x^2+3}{1+x^2}$ $= \frac{x^2+4}{x^2+1}$	$f \circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{1+(g(x))^2}$ $= \sqrt{1+\left(\frac{x^2+3}{x^2}\right)^2}$ $= \sqrt{\frac{x^4+(x^2+3)^2}{x^4}}$ $= \sqrt{\frac{x^4+x^4+6x^2+9}{x^4}}$ $= \frac{\sqrt{2x^4+6x^2+9}}{x^2}$	$\begin{cases} f(x) = \sqrt{1+x^2} \\ g(x) = \frac{x^2+3}{x^2} \end{cases}$
$g \circ f(x) = g(f(x)) = \sqrt{(f(x))^2 - 1}$ $= \sqrt{1+x^2 - 1} = \sqrt{x^2} = x $	$f \circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{1+(g(x))^2}$ $= \sqrt{1+x^2 - 1} = \sqrt{x^2} = x $	$\begin{cases} f(x) = \sqrt{1+x^2} \\ g(x) = \sqrt{x^2 - 1} \end{cases}$

⚠ : ستلاحظ من خلال الأمثلة المقدمة أنه عموما يكون $f \circ g(x) \neq g \circ f(x)$ ، لكن يمكن أن نحصل على التساوي في بعض الحالات.

$f(x) = x^2 + 4x + 1$ و $g(x) = \sqrt{x+4}$ و $h(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$											
$Dh = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 4x + 5 \geq 0\}$ $\Delta = 16 - 20 = -4 < 0$ $Dh = \mathbb{R} : \text{منه}$	$Dg = \{x \in \mathbb{R} / x + 4 \geq 0\}$ $Dg = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -4\}$ $Dg = [-4; +\infty[$	$Df = \mathbb{R} : \text{دالة محدوبة منه}$	1								
لنبين أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \geq -3$ لدينا : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) - (-3) = x^2 + 4x + 1 + 3 = x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 \geq 0$ بالتالي : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \geq -3$			2								
لنبين أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad h(x) \geq 1$ لدينا : $\forall x \in \mathbb{R} \quad h^2(x) - 1^2 = x^2 + 4x + 5 - 1 = x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 \geq 0$ إذن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad h^2(x) \geq 1$ و بما أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad h(x) \geq 0$ فإن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad h(x) \geq 1$			3								
f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم رأسه : $\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$ إذن : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td></td><td>-3</td><td></td></tr> </table>			x	$-\infty$	-2	$+\infty$	$f(x)$		-3		4
x	$-\infty$	-2	$+\infty$								
$f(x)$		-3									
g عبارة عن دالة على شكل $\sqrt{x+a}$ ، إذن : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$g(x)$</td><td></td><td>0</td><td></td></tr> </table>			x	$-\infty$	-4	$+\infty$	$g(x)$		0		
x	$-\infty$	-4	$+\infty$								
$g(x)$		0									
لدينا : $\forall x \in \mathbb{R} \quad g \circ f(x) = g(f(x)) = \sqrt{f(x) + 4} = \sqrt{x^2 + 4x + 1 + 4} = \sqrt{x^2 + 4x + 5} = h(x)$			5								
رتابة الدالة h على $[-2; +\infty[$ لدينا f تزايدية على $[-2; +\infty[$ لدينا g تزايدية على $[-3; +\infty[$ إذن h تزايدية على $[-2; +\infty[$	رتابة الدالة h على $]-\infty; -2]$ لدينا f تناقصية على $]-\infty; -2]$ لدينا g تزايدية على $[-3; +\infty[$ إذن h تناقصية على $]-\infty; -2]$		6								
لتحديد رتابة المركب $p \circ q(x)$ على مجال I ، نتبع 3 مراحل : 1- ندرس رتابة $q(x)$ على I 2- نحسب J صورة I بالدالة $q(x)$ 3- ندرس رتابة الدالة $p(x)$ على المجال J وفي الأخير نحدد رتابة المركب انطلاقا من نتائج المرحلتين الأولى والثالثة مثل قاعدة إشارة جذاء											

$g(x) = \frac{1}{x-1} \quad \text{و} \quad f(x) = x^2 - 4x + 3$		
أ	دالة حدودية من الدرجة الثانية إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم	
ب	لنحدد نقطتي تقاطع Cf و محور الأفصيل، أي لنحل المعادلة : $f(x) = 0$ أي $x^2 - 4x + 3 = 0$ لدينا $\Delta = 16 - 12 = 4 > 0$ منه : $x = \frac{4+2}{2} = 3$ ou $x = \frac{4-2}{2} = 1$ بالتالي : Cf يتقاطع مع محور الأفصيل في النقطتين : $A(1;0)$ و $B(3;0)$	
ج	 Cf شلجم رأسه $E(1, f(1))$ منه :	1
2	Cg عبارة عن هذلول مركزه $F(1, 0)$ و مقارباه هما المستقيمان : $(D_1): x=1$ و $(D_2): y=0$ (انظر الشكل السابق)	
أ	بما أن العدد 1 ليس حلا للمعادلة $(E) (1 - 5 + 7 - 4 = -1 \neq 0)$ $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = \frac{1}{x-1} \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 4x + 3) = 1$ فإن : لكل $x \neq 1$ $\Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 3x - x^2 + 4x - 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + 7x - 4 = 0$	3
ب	بما أن Cf و Cg يتقاطعان في نقطة وحيدة ، فإن المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا	
في السؤال الأخير غير مطلوب تحديد الحل أو الحلول، فقط عدد الحلول إن وجدت.		

$$(\Delta): y = -2x + 2 \text{ و } g(x) = \sqrt{|x|} \text{ و } f(x) = x^2 - x$$

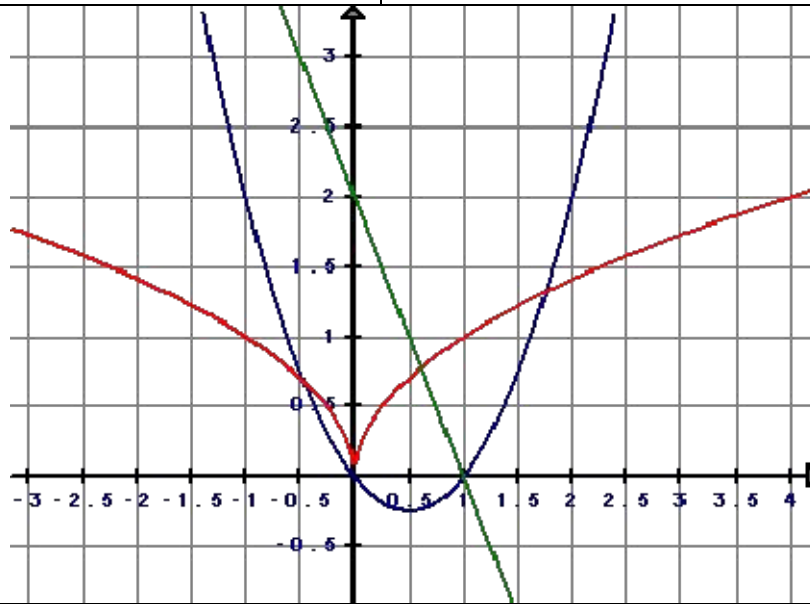
لدينا : $Dg = \{x \in \mathbb{R} / |x| \geq 0\} = \mathbb{R}$
 $\forall x \in \mathbb{R} \quad g(-x) = \sqrt{-x} = \sqrt{|x|} = g(x)$ و
 إذن : g دالة زوجية
 من جهة أخرى : $\forall x \in \mathbb{R}^+ \quad g(x) = \sqrt{x}$
 إذن جدول تغيراتها هو :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$		0	

f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن
 تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم رأسه :

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2} = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$		$-\frac{1}{4}$	



المعادلة $\sqrt{|x|} + 2x = 2$ تكافئ $g(x) = -2x + 2$

مبيانيا نجد أن C_g و (Δ) يتقاطعان في نقطة واحدة، إذن المعادلة السابقة تقبل حلا وحيدا.

لنحدد جبريا إحداثيَيْ نقط تقاطع (Δ) و (C_f)

من أجل ذلك نحل أولا المعادلة : $f(x) = -2x + 2$ أي : $x^2 - x = -2x + 2$ أي : $x^2 - x + 2x - 2 = 0$

أي $x^2 + x - 2 = 0$ ، لدينا : $\Delta = 1 + 8 = 9$ منه : $x = \frac{-1-3}{2} = -2$ أو $x = \frac{-1+3}{2} = 1$

إذن (Δ) و (C_f) يتقاطعان في النقطتين : $E(1, f(1))$ و $F(-2, f(-2))$ أي : $E(1, 0)$ و $F(-2, 6)$

مبيانيا نجد أن :

حل المتراجحة $g(x) \leq 3$ هو : $S = [-9; 9]$

و حل المتراجحة $g(x) \geq 2$ هو : $S =]-\infty, -4] \cup [4, +\infty[$

و حل المتراجحة $-2x + 2 < f(x) < 2$ هو : $S = (]-\infty, -2] \cup [1, +\infty[) \cap [-1, 2] = [1; 2]$

$f([2; +\infty[) = [2; +\infty[$ و $f([-2; 1]) = \left[-\frac{1}{4}; 6\right]$

$f([-\infty; 0]) = [0; +\infty[$ و

$g\left(\left[\frac{1}{4}; +\infty\right]\right) = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ و $g\left(\left[0; \frac{1}{4}\right]\right) = \left[0; \frac{1}{2}\right[$

$\forall x \in \mathbb{R}^+ \quad h(x) = x - \sqrt{x} = (\sqrt{x})^2 - \sqrt{x} = f(\sqrt{x}) = f(g(x)) = f \circ g(x)$	5 لدينا : $Dh = \mathbb{R}^+$ و
رتابة الدالة h على $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$ لدينا g تزايدية على $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$ لدينا $g\left(\left[\frac{1}{4}; +\infty\right[\right) = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ لدينا f تزايدية على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ إذن h تزايدية على $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$	رتابة الدالة h على $\left[0; \frac{1}{4}\right[$ لدينا g تزايدية على $\left[0; \frac{1}{4}\right[$ لدينا $g\left(\left[0; \frac{1}{4}\right[\right) = \left[0; \frac{1}{2}\right[$ لدينا f تناقصية على $\left[0; \frac{1}{2}\right[$ إذن h تناقصية على $\left[0; \frac{1}{4}\right[$
6 : بعض المراحل تم تجاوزها إما لكونها واضحة أو لكونها تتطلب شروحات كثيرة	