

## تمارين في المنطق

### تمرين 1

لتكن  $p$  و  $q$  و  $r$  عبارات  
هل العبارات التالية قوانين منطقية  
 $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{p} \vee q)$   
 $\overline{(p \Leftrightarrow q)} \Leftrightarrow (\bar{p} \Leftrightarrow q)$   
 $[p \Rightarrow q \vee r] \Leftrightarrow (q \vee (p \Rightarrow r))$

### تمرين 2

أوجد العبارات النافية للعبارات التالية  
 $\forall x \in E \quad p(x) \vee \overline{q(x)}$   
 $\exists x \in E \quad p(x) \wedge q(x)$   
 $\exists x \in E \quad p(x) \Rightarrow \overline{q(x)}$   
 $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 - |x| + 2 \geq 0 \quad \wedge \quad x \in ]-2; 2[$

### تمرين 3

ليكن  $a \in \mathbb{R}_+^*$   
باستعمال الاستدلال بالتكافؤات المتتالية بين أن  
 $a + \frac{1}{a} \geq 2$

### تمرين 4

1- بين أن  
 $\forall (a; b) \in \mathbb{R}^2 \quad a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0 \quad \wedge \quad b = 0$   
2- حل في  $\mathbb{R}^2$  المعادلة  $2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-4} = x + y$

### تمرين 5

لتكن  $x$  و  $y$  و  $z$  أعداد حقيقية  
بين أن  $x + y > 2z \Rightarrow (x > z \vee y > z)$

### تمرين 6

بين أن  $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$

### تمرين 7

ليكن  $n \in \mathbb{N}^*$ . نعتبر  $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$   
بين بالترجع  $S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

### تمرين 8

ليكن  $a \in \mathbb{R}_+^*$   
بين بالترجع  $\forall n \in \mathbb{N} \quad (1+a)^n \geq 1+na$

### تمرين 9

ليكن  $n \in \mathbb{N}^*$   
1- بين أن  $3^{2n} - 2^n$  تقبل القسمة على 7  
2- بين أن  $3^{2n} + 2^{6n-5}$  قابل للقسمة على 11  
3- بين أن  $4^n + 6n - 1$  تقبل القسمة على 9