I. العبارة - الدالة العبارية – المكممات

العبارة و الدالة العبارية

1) نسمي عبارة كل جملة مفيدة ، يمكن الحكم على المعنى الذي تحمله بالصحة أو الخطأ.
2) نسمي دالة عبارية كل نص يحتوي على متغير x من مجموعة E ويصبح عبارة كلما عوضنا x بعنصر محدد من E.

المكممات

لتكن $A(x)$ دالة عبارية معرفة على مجموعة E.

1) العبارة: $\boxed{(\exists x \in E):A(x)}$ تقرأ " يوجد على الأقل x من E بحيث $A(x)$" وتعني يوجد على الأقل عنصر x من E يحقق E . الرمز $\exists$ يسمى المكمم الوجودي.

2) العبارة $\boxed{(\forall x \in E):A(x)}$ تقرأ " مهما كان x من E لدينا $A(x)$. وتعني أن جميع عناصر E تحقق E.

الرمز $\forall$ يسمى المكمم الكوني.

III) العمليات المنطقية.

1)النفي المنطقي

a) نفي العبارة A هي العبارة التي نرمز لها ب $7A$ والتي تكون صحيحة إذا كانت A خاطئة وتكون خاطئة إذا كانت A صحيحة.

ملاحظة: " $7A$ هي عكس العبارة A "

b) نفي العبارة "$(\forall x \in E):A(x)$" هي العبارة " $(\exists x \in E):7A(x)$".

c) نفي العبارة "$(\exists x \in E):A(x)$" هي العبارة " $(\forall x \in E):7A(x)$".

2)العطف المنطقي

عطف العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها بالرمز: (B و A) والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت A صحيحة و B صحيحة

3)الفصل المنطقي

فصل العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها بالرمز: (B أ و A) والتي تكون صحيحة إذا كانت إحدى العبارتين على الأقل صحيحة.

4) الإستلزام المنطقي

استلزام العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب $(A \Rightarrow B)$ والتي تكون خاطئة فقط إذا كانت A صحيحة و B خاطئة. (وتقرأ A تستلزم B).

5)التكافئ المنطقي

تكافئ العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب $(A \Leftrightarrow B)$ والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت ل A و B نفس قيمة الحقيقة. (وتقرأ A تكافئ B).

IV) القوانين المنطقية

1) تعريف:

نسمي قانونا منطقيا كل عبارة مكونة من عدة عبارات مرتبطة بالروابط المنطقية وتكون صحية مهما كانت قيمة حقيقة هذه العبارات.

أمثلة :

- $\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$
- $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \text{ ou } B)$
- $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \Leftrightarrow \neg B)$
- $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B \text{ et } B \Rightarrow A)$
- $(A \text{ et } B) \Leftrightarrow (B \text{ et } A)$
- $(A \text{ ou } B) \Leftrightarrow (B \text{ ou } A)$
- $[(A \text{ et } B) \text{ et } C] \Leftrightarrow [A \text{ et } (B \text{ et } C)]$
- $[A \text{ ou } (B \text{ ou } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ ou } B) \text{ ou } C]$
- $[A \Rightarrow B \text{ et } B \Rightarrow C] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

2) أهم القوانين المنطقية.

- **قانون التاكافؤات المتتالية**

  $(A \Leftrightarrow B \text{ et } B \Leftrightarrow C) \Rightarrow A \Leftrightarrow C$

- $[A \text{ et } (B \text{ ou } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ et } B) \text{ ou } (A \text{ et } C)]$

  $[A \text{ ou } (B \text{ et } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ ou } B) \text{ et } (A \text{ ou } C)]$

- **قانوني موركان.**

  1) $\neg(A \text{ et } B) \Leftrightarrow (\neg A \text{ ou } \neg B)$

  2) $\neg(A \text{ ou } B) \Leftrightarrow (\neg A \text{ et } \neg B)$

- **قانون الاستلزام المضاد للعكس**

  $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$

- $\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \text{ et } \neg B)$

- **قانون الخلف**

  $((\neg A \Rightarrow \neg B) \text{ et } B) \Rightarrow A$

- **قانون فصل الحالات**

  $(A \Rightarrow C \text{ et } B \Rightarrow C) \Rightarrow [(A \text{ ou } B) \Rightarrow C]$

V) بعض أنواع الاستدلالات.

1) الاستدلال بالتكافؤات المتتالية

لكي نبين أن العبارة A صحيحة يكفي أن نبين أن $A \Leftrightarrow B$ و B صحيحة.

2) الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس

لكي نبين أن $A \Rightarrow B$ يكفي أن نبين $\neg B \Rightarrow \neg A$.

3) الاستدلال بالخلف

لكي نبين أن العبارة A صحيحة نفترض العكس ونصل إلى تناقض مع المعطيات.

4) الاستدلال بفصل الحالات

لتكن $E = E_1 \cup E_2$ لكي نبين أن $(\forall x \in E) : A(x)$ يكفي أن نبين ما يلي:

*) إذا كان $x \in E_1$ فإن $A(x)$ صحيحة.

*) إذا كان $x \in E_2$ فإن $A(x)$ صحيحة.

5) الاستدلال بالترجع

لكي نبين أن العبارة $P(n)$ صحيحة لكل عدد طبيعي $n \geq n_0$ نبين ما يلي:

- ❖ نبين أن العبارة صحيحة من أجل $n = n_0$
- ❖ نفترض العبارة P صحيحة من أجل n و نبين أن العبارة P صحيحة من أجل $n+1$.