Correction

Exercice 1 :

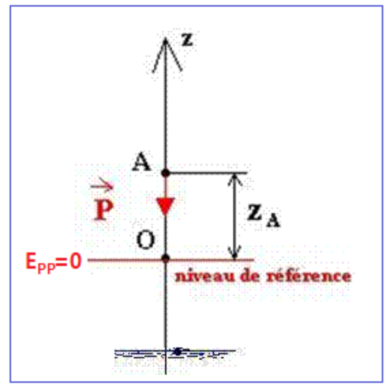
1-

1-1- Niveau de référence : le point de lancement de la pierre

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre dans sa position la plus haute (point A).

$$E_{ppA} = mgz_A = 0{,}07 \times 10 \times 10 = 7{,}0\,J$$

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre dans sa position la plus basse (point B).



$$E_{ppB} = mgz_B = 0{,}07 \times 10 \times (-2) = -1{,}4\,J$$

Variation d'énergie potentielle :

$$\Delta E_{PP} = E_{ppB} - E_{ppA} = 7{,}0 - (-1{,}4) = 8{,}4\,J$$

1-2- Niveau de référence : le point de surface de l'eau

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre de point A.

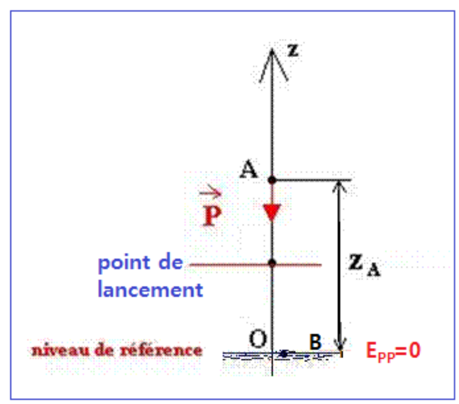
$$E_{ppA} = mgz_A = 0{,}07 \times 10 \times 12 = 8\,{,}4\,J$$

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre de point B (état de référence).

$$E_{ppB} = mgz_B = 0$$

Variation d'énergie potentielle :

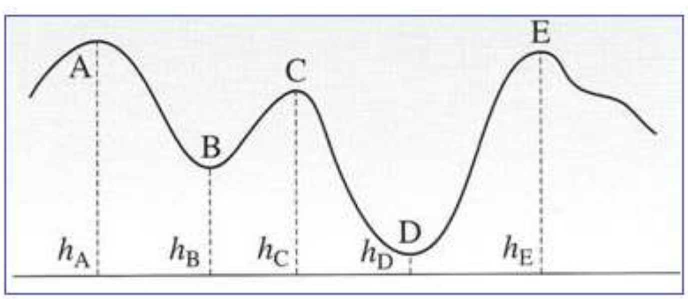
$$\Delta E_{PP} = E_{ppB} - E_{ppA} = 8{,}4 - 0 = 8{,}4\,J$$



2- Conclusion :

La variation de l'énergie potentielle ne dépend pas de l'état de référence contrairement à l'énergie potentielle.

Exercice 2 :



La variation d'énergie potentielle de pesanteur de wagon passant :

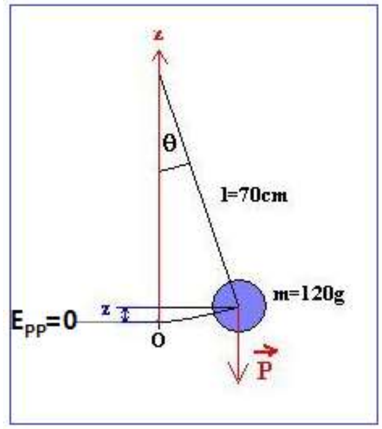
1- $\Delta E_{pp\ A\to B} = -W_{A\to B}(\vec{P}) = mg(h_B - h_A) = 65 \times 10 \times (10 - 20) = -6500\,J$

2- $\Delta E_{pp\ B\to C} = -W_{B\to C}(\vec{P}) = mg(h_C - h_B) = 65 \times 10 \times (15 - 10) = 3250\ J$

3- $\Delta E_{pp\ A\to D} = -W_{A\to D}(\vec{P}) = mg(h_D - h_A) = 65 \times 10 \times (5 - 20) = -9750\ J$

4- $\Delta E_{pp\ A\to B} = -W_{A\to E}(\vec{P}) = mg(h_E - h_A) = 65 \times 10 \times (18 - 20) = -1300\ J$

Exercice 3 :



1- L'énergie potentielle de pesanteur $\boldsymbol{E_{PPA}}$

Choisissons un repère Oz orienté vers le haut

$$E_{PP} = mgz$$

Au point A, l'énergie potentielle de pesanteur E_{PPA}, s'écrit :

$$E_{PPA} = mgz_A = mgl(1 - cos\theta)$$

$$E_{PPA} = 0{,}12 \times 10 \times 0{,}7 \times (1 - cos20°) = 0{,}0506\ J$$

2- Calculons l'angle $\boldsymbol{\theta'}$ pour que $\boldsymbol{E_{PPB} = 2E_{PPA}}$

$$E_{PPB} = 2E_{PPA}$$

$$mgl(1 - cos\theta') = 2mgl(1 - cos\theta)$$

$$1 - cos\theta' = 2 - 2cos\theta$$

$$cos\theta' = 2cos\theta - 1$$

$$cos\theta' = 2\cos(20°) - 1 = 0{,}879$$

$$\theta' = 28{,}5°$$

Exercice 4 :

$m = 20\ tonnes = 20\ 000\ kg$; $V = 540\ \ km/h = \frac{540\ 000}{3600} = 150\ \ m/s$

Energie potentielle de pesanteur

$$E_{pp} = m.g.z = mgh \implies E_{pp} = 20\ 000 \times 10 \times 300 = 60{,}0.10^6\ J$$

Energie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2}m.V^2 \implies E_c = \frac{1}{2} \times 20\ 000 \times 150^2 = 225{,}0.10^6\ J$$

Energie mécanique

$$E_m = E_c + E_{pp} \implies E_m = 60{,}0.10^6 + 225{,}0.10^6 = 285{,}0.10^6\ J$$

Exercice 5 :

1- L'énergie cinétique initiale de la voiture

$$E_C = \frac{1}{2} m.V^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} \times 800 \times \left(\frac{60}{3,6}\right)^2 = 1{,}11.10^5\ J$$

2- L'énergie perdue par la voiture lors de son arrêt

$$\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_p$$

$$\Delta E_m = E_{Cf} - E_{Ci} = 0 - E_C = -1{,}11.10^5\ J$$

Cette énergie est dissipée sous forme de chaleur.

Exercice 6 :

1- La hauteur atteinte par la bille

L'état de référence de l'énergie de potentielle ($E_{pp} = 0$)

est choisi au point de départ O

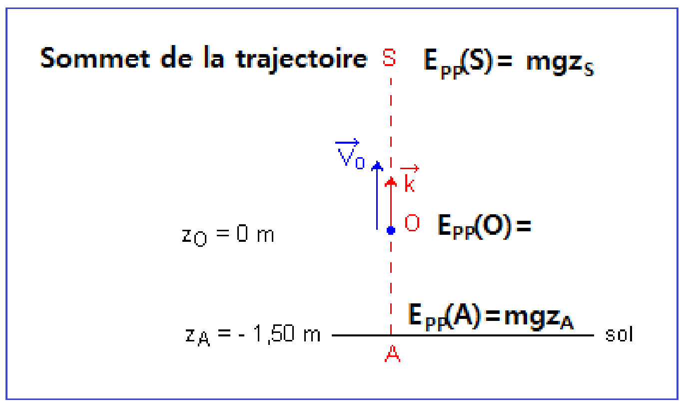
($z_O = 0$).

L'énergie mécanique au point O :

$$E_m(O) = E_c(O) + E_{pp}(O) = \frac{1}{2} m.V_O^2 + 0$$

L'énergie mécanique au point S sommet de la trajectoire :

$$E_m(S) = E_c(S) + E_{pp}(S) = 0 + m.g.z_S$$



En absence de frottement l'énergie mécanique de la bille se conserve.

$$E_m(O) = E_m(S)$$

$$\frac{1}{2} m.V_O^2 = m.g.z_S$$

$$z_S = \frac{V_O^2}{2g}$$

$$z_S = \frac{10^2}{2 \times 9{,}80} = 5{,}10\ m$$

2- La vitesse de cette bille lorsqu'elle frappe le sol

Le point A situé sur le sol à 1,50 m au-dessous de point de départ

L'énergie mécanique au point A :

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) = \frac{1}{2}m.V_A^2 + m.g.z_A$$

L'énergie mécanique de la bille se conserve.

$$E_m(O) = E_m(A)$$

$$\frac{1}{2}m.V_O^2 = \frac{1}{2}m.V_A^2 + m.g.z_A$$

$$V_A^2 + 2g.z_A = V_O^2$$

$$V_A = \sqrt{V_O^2 - 2gz_A}$$

$$V_A = \sqrt{10^2 - 2 \times 9{,}8 \times (-1{,}50)} = 11{,}37\ m/s$$

Remarque

Puisque la bille descend, le vecteur $\vec{V}_A$ a une ordonnée négative sur l'axe Oz orienté vers le haut ; on écrit : $\boldsymbol{V_A = -11,37\ m/s}$

Exercice 7 :

1- Les hypothèses du modèle de la chute libre

La balle n'est soumise qu'à son poids (on néglige les forces de frottement), l'énergie mécanique se conserve.

2- La variation de l'énergie potentielle de pesanteur de la balle

$$\Delta E_{pp} = E_{ppf} - E_{ppi}$$

Le sol est choisi comme référence des énergies potentielles de pesanteur $E_{ppf} = 0$

$$E_{ppi} = mgh$$

$$\Delta E_{pp} = -mgh \Longrightarrow \Delta E_{pp} = -45 \times 10^{-3} \times 10 \times 10 = -4{,}5\ J$$

3- La variation de l'énergie cinétique de la balle

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_c = W_{i\to f}(\vec{P})$$

$$\Delta E_{pp} = -W_{i\to f}(\vec{P})$$

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pp} = 4{,}5\ J$$

4- La valeur de l'énergie cinétique de la balle lorsqu'elle arrive au sol

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = E_{cf} - 0$$

$$E_{cf} = \Delta E_c = 4{,}5\, J$$

La vitesse V lorsque la balle arrive au sol

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m.V^2$$

$$V = \sqrt{\frac{2E_{cf}}{m}} \Longrightarrow V = \sqrt{\frac{2 \times 4{,}5}{45 \times 10^{-3}}} = 14{,}14\, m.s^{-1}$$

Exercice 8 :

1- Lorsque cette pomme est accrochée dans le pommier :

a- son énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2} m.V^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}150 \times 0^2 = 0\, J$$

b- son énergie potentielle de pesanteur :

$$E_{pp} = mgz = 0{,}150 \times 10 \times 3 = 4{,}5\, J$$

c- son énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} = 4{,}5\, J$$

2- la pomme se détache et arrive au sol avec une vitesse de valeur V= $\mathbf{7,75\, m.s^{-1}}$

a- son énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2} m.V^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}150 \times 7{,}75^2 = 4{,}5\, J$$

b- son énergie potentielle de pesanteur : (état de référence $E_{pp} = 0$)

$$E_{pp} = mgz = 0{,}150 \times 10 \times 0 = 0\, J$$

c- son énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} = 4{,}5\, J$$

3- Les transformations énergétiques ont eu lieu au cours de cette chute libre :

L'énergie potentielle s'est transformée en énergie cinétique tel que : $\Delta E_{pp} = -\Delta E_c$

4- La hauteur de chute de cette pomme si elle arrivait au sol avec une vitesse de valeur V'= $\mathbf{9,9\, m.s^{-1}}$

L'énergie mécanique se conserve lors de la chute libre : $E_{mf} = E_{mi}$

$$E_{cf} + E_{ppf} = E_{ci} + E_{ppi}$$

$$0 + mgh' = \frac{1}{2} m.V'^2 + 0$$

$$h' = \frac{V'^2}{2g} \Longrightarrow h' = \frac{9{,}9^2}{2 \times 10} = 4{,}9\ m$$

Exercice 9 :

1- Calculons l'énergie potentielle de pesanteur de la pierre :

a- avant qu'elle ne tombe :

$E_{pp} = m.g.z + C$ L'origine des énergies potentielles

$$E_{pp1} = m.g.z_1 = 0{,}20 \times 10 \times 5 \times 3 = 30\ J$$

b- quand-elle tombe sur la tête d'Ahmed

$$E_{pp2} = m.g.z_2 = 0{,}20 \times 10 \times 1{,}80 = 3{,}6\ J$$

c- quand-elle arrive sur le sol : (état de référence)

$$E_{pp} = m.g.z = 0J$$

2- Calculer la variation de l'énergie potentielle lorsque la pierre passe du cinquième étage au deuxième étage :

$$\Delta E_{pp} = E_{ppf} - E_{ppi}$$

$$\Delta E_{pp} = m.gz_f - mgz_i = m.g(z_f - z_i)$$

$$\Delta E_{pp} = 0{,}20 \times 10 \times (3 \times 2 - 3 \times 5) = -18\ J < 0$$

Explication du signe négatif

La pierre perd de l'énergie potentielle lors de la descente sa variation est négative.

Exercice 10 :

1- la vitesse du cube au point B :

Sur la partie AB les frottements sont négligeables, d'après la conservation de l'énergie mécanique n écrit :

$$E_{mA} = E_{mC}$$

$$E_{cA} + E_{ppA} = E_{cC} + E_{ppC}$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mV_B^2 + m.g.z_B$$

$$V_B^2 = V_A^2 + 2gr(1 - cos\alpha)$$

$$V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gr(1 - cos\alpha)}$$

$$V_B = \sqrt{6^2 + 2 \times 10 \times 2{,}8(1 - cos60)} = 8\, m.s^{-1}$$

2- Calculons f en appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre B et C :

$$\Delta E_C = E_{CC} - E_{CB} = W_{B\to C}(\vec{P}) + W_{B\to C}(\vec{R}_N) + W_{B\to C}(\vec{f})$$

$$0 - \frac{1}{2}mV_B^2 = 0 + 0 - f.BC$$

$$f = \frac{mV_B^2}{2BC} = \frac{0{,}2 \times 8^2}{2 \times 8} = 0{,}8\, N$$

Exercice 11 :

Détermination de la longueur L=AC :

Puisque les frottements sont négligeables, l'énergie mécanique se conserve.

$$E_{mA} = E_{mC}$$

$$E_{cA} + E_{ppA} = E_{cC} + E_{ppC}$$

On choisit l'état de référence le plan horizontale HA qui passe par l'origine de l'axe Oz.

$\frac{1}{2}mV_O^2 + 0 = 0 + mgz_C$

$$L = \frac{V_0^2}{2gsin\alpha} \Longrightarrow L = \frac{8{,}00^2}{2 \times 10 \times sin20{,}0°} = m$$

Exercice 12 :

1- La vitesse V_B :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points A et B :

$$\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R}_N) + W_{A\to B}(\vec{f})$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = mgAB.sin\alpha + 0 - f.AB$$

$$V_B^2 = \frac{2(mgAB.sin\alpha - f.AB)}{m}$$

$$V_B = \sqrt{2(g.AB.sin\alpha - \frac{f.AB}{m})}$$

$$V_B = \sqrt{2(10 \times 1{,}2 \times sin30° - \frac{0{,}3 \times 1{,}2}{0{,}2})} = 2{,}9m.s^{-1}$$

La vitesse V_C :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points B et C :

$$\Delta E_C = E_{CC} - E_{CB} = W_{B\to C}(\vec{P}) + W_{B\to C}(\vec{R}_N) + W_{B\to C}(\vec{f})$$

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = 0 + 0 - f.BC$$

$$V_C^2 = V_B^2 - \frac{2f.BC}{m}$$

$$V_B = \sqrt{2{,}9^2 - \frac{2 \times 0{,}3 \times 1{,}2}{0{,}2}} = 2{,}2\ m.s^{-1}$$

2- La distance CD :

On choisit l'état de référence le plan horizontale BC qui passe par l'origine de l'axe Oz.

$$\Delta E_m = E_{mD} - E_{mC} = W_{C\to D}(\vec{R})$$

$$E_{cD} + E_{ppD} - E_{cC} - E_{ppC} = W_{C\to D}(\vec{R}_N) + W_{C\to D}(\vec{f})$$

$$0 + mgCDsin\alpha - \frac{1}{2}mV_C^2 - 0 = -f.CD$$

$$CD = \frac{mV_C^2}{2(mgsin\alpha + f)}$$

$$CD = \frac{0{,}2 \times 2{,}2^2}{2 \times (10 \times 0{,}2 \times sin30° + 0{,}3)} = 0{,}37\ m$$

3- la distance CG parcourue par le mobile sur la partieBC :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points D et G :

$$\Delta E_C = E_{CG} - E_{CD} = W_{D\to C}(\vec{P}) + W_{C\to G}(\vec{P}) + W_{D\to G}(\vec{R}_N) + W_{D\to C}(\vec{f}) + W_{C\to G}(\vec{f})$$

$$0 - 0 = mgCD.sin\alpha + 0 + 0 - f.CD - f.CG$$

$$CG = CD(\frac{mg.sin\alpha}{f} - 1)$$

$$CG = 0{,}37 \times \left(\frac{0{,}2 \times 10 \times sin30°}{0{,}3} - 1\right) = 0{,}86\ m$$

La distance totale parcourue par le mobile depuis son point de départ A

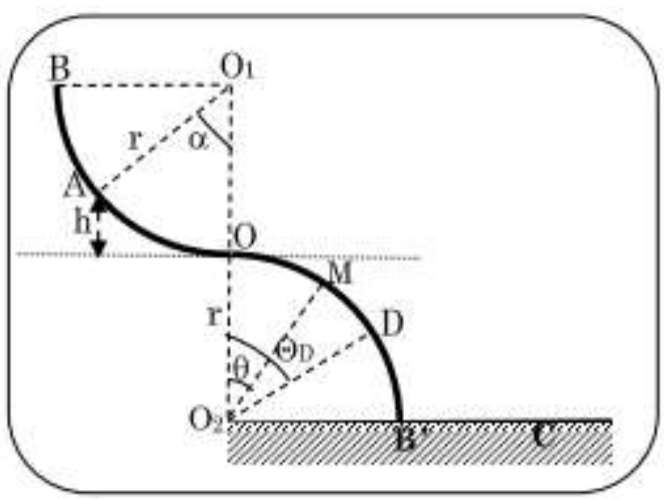
$$d = AB + BC + CD + DC + CG = 2AB + 2CD + CG$$
$$d = 2 \times (1{,}2 + 0{,}37) + 0{,}86 = 4{,}00\ m$$

Exercice 13 :

1- L'énergie mécanique du solide :

Les frottements sont négligeables l'énergie mécanique du S se conserve.

$$E_m = E_{mA} = \underbrace{E_{cA}}_{=0} + E_{ppA} = mg(h + r)$$
$$= 0{,}1 \times 10 \times (1 + 0{,}2) = 1{,}2\ J$$



2- La vitesse du solide V_O au passage en O :

$$E_{mO} = E_{mA} \Longrightarrow \frac{1}{2}m.V_O^2 + mgr = mg(h + r)$$
$$\frac{1}{2}V_O^2 = g.h \Longrightarrow V_O = \sqrt{2g.h}$$
$$V_O = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}2}$$
$$V_O = 2\ m/s$$

3- L'expression de la vitesse V du solide en un point M :

$$E_{mM} = E_{mO} \Longrightarrow \frac{1}{2}m.V^2 + mgrcos\theta = mg(h + r)$$
$$V^2 = 2g(h + r(1 - cos\theta)) \Longrightarrow V = \sqrt{2g[r(1 - cos\theta) + h]}$$

4- La valeur numérique $\boldsymbol{\theta_D}$ et celle de $\boldsymbol{V_D}$ vitesse du S au point D :

Au point D le solide S perd le contact avec la gouttière c'est-à-dire R=0

$$mg.\left(cos\theta_D - \frac{{V_D}^2}{r.g}\right) = 0$$
$$cos\theta_D = \frac{{V_D}^2}{r.g}$$
$$cos\theta_D = \frac{2g[r(1 - cos\theta_D) + h]}{r.g}$$

$$cos\theta_D = \frac{2[r(1 - cos\theta_D) + h]}{r}$$

$$rcos\theta_D = 2r - 2rcos\theta_D + 2h$$

$$3rcos\theta_D = 2(r + h)$$

$$cos\theta_D = \frac{2(r + h)}{3r} = \frac{2(1 + 0,2)}{3 \times 1} = 0,8$$

$$\theta_D = 36,87°$$

Calculons la vitesse $\boldsymbol{V_D}$:

$$V_D = \sqrt{2g[r(1 - cos\theta_D) + h]}$$

$$V_D = \sqrt{2 \times 10[1 \times (1 - 0,8) + 0,2]} = 2,05\ m.s^{-1}$$

5- La vitesse du solide quand-il touche le sol :

$$E_{mC} = E_{mA} \Longrightarrow \frac{1}{2}m.V_C^2 + 0 = mg(h + r)$$

$$V_C^2 = 2g(h + r)$$

$$V_C = \sqrt{2g(h + r)} = \sqrt{2 \times 10 \times (1 + 0,2)} = 4,90\ m.s^{-1}$$