

## Travail et énergie potentielle de pesanteur Energie mécanique

### 1- Energie potentielle de pesanteur

#### 1-Définition :

L'énergie potentielle d'un solide est l'énergie qu'il possède du fait de sa position rapport à la terre.

#### Exemple

L'eau possède une énergie potentielle due à sa position par rapport à la surface de la terre. Cette énergie est utilisée dans les barrages pour produire de l'électricité.

### 2- L'expression de l'énergie potentielle de pesanteur

Dans le repère  $\mathcal{R}(O, \vec{k})$ , l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{pp}$  d'un solide est défini par :

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot z + C \text{ avec: } \begin{cases} m: \text{masse du solide en (kg)} \\ g: \text{intensité de pesanteur en (N/kg)} \\ z: \text{altitude du centre de gravité du solide en (m)} \end{cases}$$

L'unité de l'énergie potentielle dans le (SI) est le joule (J).

C est une constante qui représente la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur à l'état de référence.

### 3- L'état de référence

L'état de référence est un état qu'on choisit arbitrairement et pour lequel l'énergie potentielle est nulle.

#### Application :

Déterminons l'expression de l'énergie potentielle en choisissant l'état de référence ( $E_{pp} = 0$ ) à  $z = z_0$

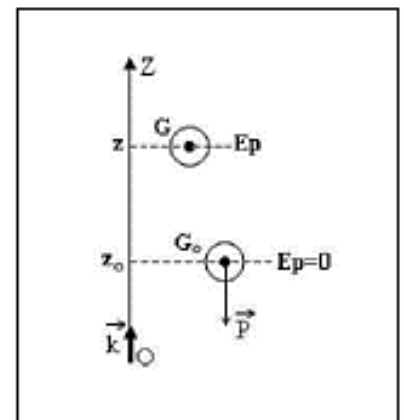
$$\text{Donc : } m \cdot g \cdot z_0 + C = 0 \text{ d'où : } C = -m \cdot g \cdot z_0$$

L'expression de l'énergie potentielle devient :

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot z - m \cdot g \cdot z_0 \text{ donc : } E_{pp} = m \cdot g \cdot (z - z_0)$$

Si on prend  $z_0 = 0$  alors l'expression de l'énergie potentielle devient :

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot z$$



### Remarque

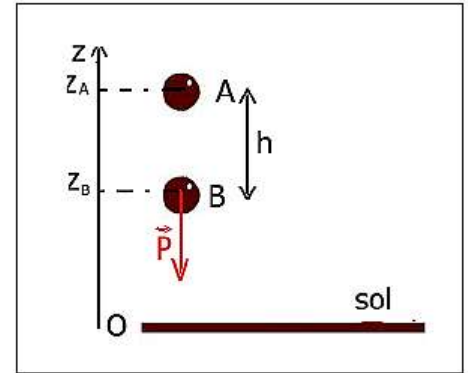
- Si  $z > z_0$  : on a  $E_{pp} > 0$
- Si  $z < z_0$  : on a  $E_{pp} < 0$
- L'énergie potentielle de pesanteur d'un solide augmente avec l'altitude  $z$ .

### 3- Variation de l'énergie potentielle de pesanteur :

Quand un corps solide se déplace d'un point A d'altitude  $z_A$  à un point B d'altitude  $z_B$ , la variation de l'énergie de pesanteur du corps est :

$$\Delta E_{pp} = E_{ppA} - E_{ppB} = m \cdot g \cdot z_A + C - (m \cdot g \cdot z_B + C) = m \cdot g \cdot (z_B - z_A)$$

$$\Delta E_{pp} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$$



La variation de l'énergie potentielle de pesanteur entre deux points est égale à l'opposé du travail du poids lors du déplacement entre ces deux points.

## II- Énergie mécanique :

### 1- Définition :

L'énergie mécanique d'un solide, à chaque instant, est égale à la somme de son énergie cinétique  $E_c$  et de son énergie potentielle de pesanteur  $E_{pp}$  :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

Cas de chute libre :

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot z + C$$

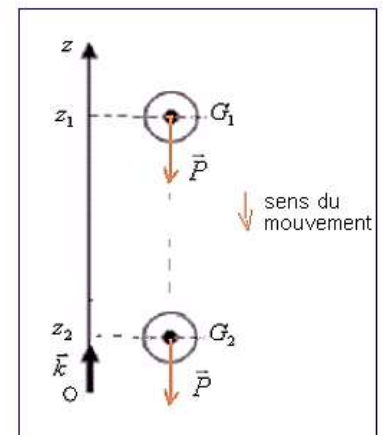
### 2- Conservation de l'énergie mécanique :

#### 2-1- Le chute libre

Un corps solide (S) en chute libre (il n'est soumis qu'à son poids), se déplace d'un point A à un point B.

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = E_{cB} - E_{cA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$$



On sait que :

$$\Delta E_{PP} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$$

Donc :

$$\Delta E_C = -\Delta E_{PP}$$

$$E_{CB} - E_{CA} = E_{PPA} - E_{PPB}$$

$$E_{CB} + E_{PPB} = E_{CA} + E_{PPA}$$

$E_{mB} = E_{mA} \rightarrow$  Il y a conservation de l'énergie mécanique

Conclusion :

L'énergie mécanique du solide en chute libre reste constante, on dit qu'elle se conserve.

Le poids est une forces conservative, son travail ne varie pas la valeur de l'énergie mécanique.

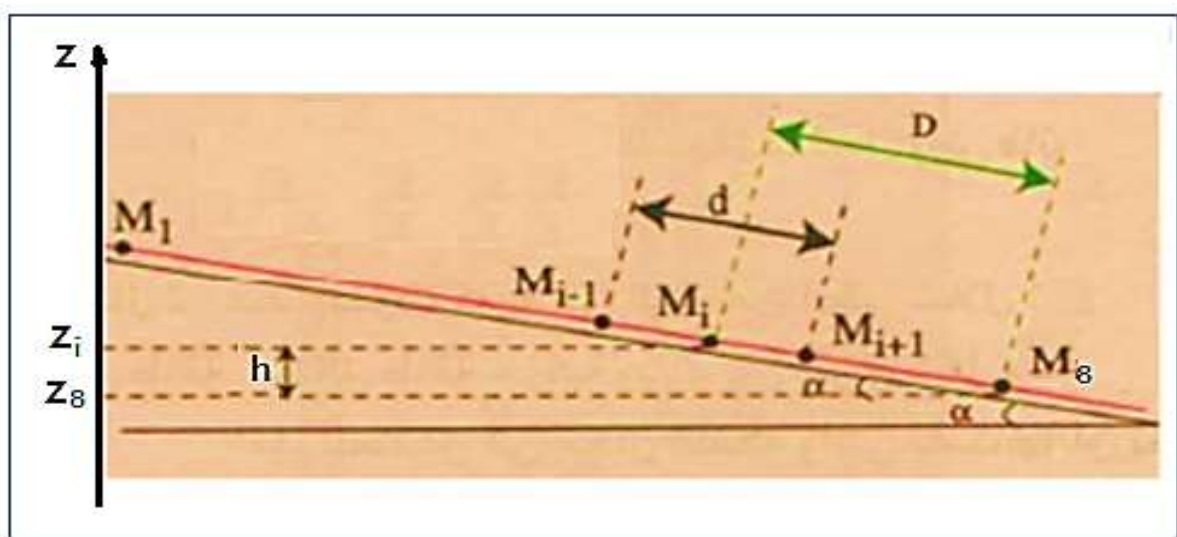
## 2-2- Cas d'un corps solide soumis à plusieurs forces sans frottement :

### 2-2-1- Activité expérimentale :

Etude du mouvement d'un autoporteur sur une table à coussin d'air inclinée

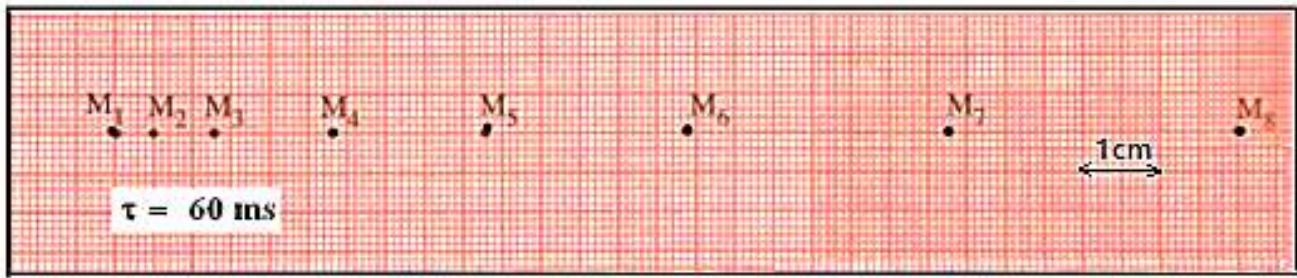
On dispose d'un autoporteur de masse  $m = 732 \text{ g}$ , posé sur une table à coussin d'air inclinée d'un angle  $\alpha = 10^\circ$  par rapport à l'horizontale.

On prend  $g = 9,8 \text{ N/kg}$ .



L'autoporteur est abandonné sans vitesse initiale.

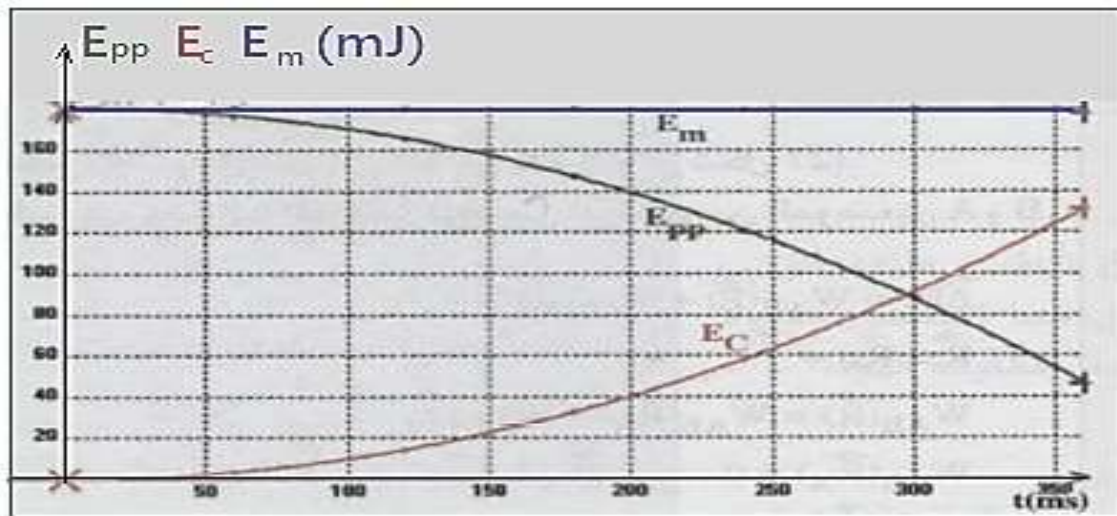
On enregistre les positions du centre d'inertie de l'autoporteur pendant des durées consécutifs et égaux  $\tau = 60 \text{ ms}$ , On obtient l'enregistrement suivant :



2-2-2- Le tableau des résultats :

Position $M_i$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$
$t(\text{ms})$	0	60	120	180	240	300	360	420
$d = M_{i-1}M_{i+1}$	***	1,30	2,30	3,50	4,60	5,90	7,10	***
$D = M_i M_8 (10^{-1} \text{m})$	1,45	1,40	1,32	1,17	0,97	0,71	0,38	***
$E_c(\text{mJ})$	***	4,295	13,445	31,135	53,782	88,475	128,125	***
$E_{pp}(\text{mJ})$		174,395	164,43	145,745	120,831	88,443	47,336	***
$E_c + E_{pp}(\text{mJ})$	***	178,69	177,875	176,88	174,613	176,918	175,461	

2-2-3- Représentation des énergies  $E_c$ ,  $E_{pp}$  et  $E_m$  en fonction du temps :



## 2-3- Conclusion :

Lorsqu'un système est soumis sous l'action des forces conservatives ou non conservatives, et que le travail des forces non conservatives est nul, alors son énergie mécanique se conserve.

## 3- Non conservation de l'énergie mécanique :

### 3-1-Etude du mouvement d'un corps solide avec frottement sur un plan incliné :

La variation de l'énergie mécanique s'écrit :

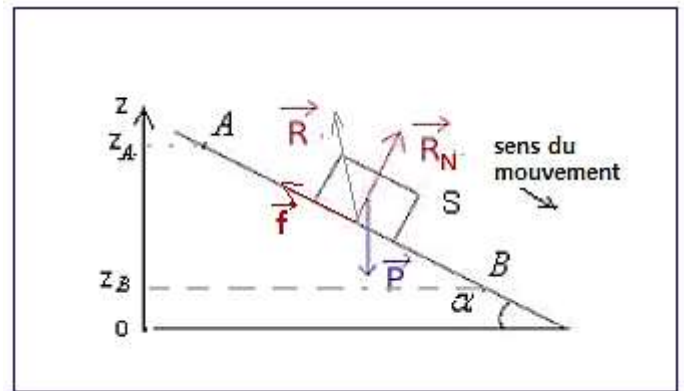
$$\Delta E_m = E_{mB} - E_{mA}$$

$$\Delta E_m = E_{CB} + E_{PPB} - E_{CA} - E_{PPA}$$

$$\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_{PP}$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$



On sait que :

$$\Delta E_{PP} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$$

Donc :

$$\Delta E_C = -\Delta E_{PP} + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

$$\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_{PP}$$

$$\Delta E_m = W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

On a :  $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N) + W_{A \rightarrow B}(\vec{f})$$

$$\vec{R}_N \perp \overrightarrow{AB} \quad \text{Donc : } W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N) = 0 \quad \text{et} \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = -f \cdot AB$$

Donc :

$$\Delta E_m = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \cdot AB < 0$$

Conclusion :

La variation de l'énergie mécanique est égale au travail des forces de frottement. Une partie de l'énergie mécanique du système est convertie en chaleur Q :

$$\Delta E_m = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -Q$$

### 3-2- Application :

Un corps solide (S) de masse  $m = 0,4 \text{ kg}$ , peut glisser sans frottement sur un plan incliné  $AB$  de longueur  $L = 1,2 \text{ m}$ , d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale.

Le solide (S) part du point A avec une vitesse  $V_A = 2 \text{ m/s}$  et passe par le point B avec une vitesse  $V_B = 1 \text{ m/s}$ .

1- Calculer la variation de l'énergie mécanique  $\Delta E_m$

2- En appliquant la variation de l'énergie cinétique, montrer que :  $\Delta E_m = W_{A \rightarrow B}(\vec{f})$

### Solution :

Calcul de  $\Delta E_m$

On sait que  $\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_{PP}$

$$\text{Avec } \Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_B^2 - v_A^2) = \frac{1}{2} \times 0,4 \times (2^2 - 1^2) = 0,3 \text{ J}$$

$$\Delta E_{PP} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot h \text{ avec } h = L \cdot \sin \alpha$$

$$\Delta E_{PP} = -m \cdot g \cdot L \cdot \sin \alpha = -0,4 \times 10 \times 1,2 \times \sin(30^\circ) = -0,4 \text{ J}$$

$$\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_{PP} = 0,3 - 0,4 = -0,1 \text{ J}$$

2- On applique le T.E.C entre les deux points A et B :

$$\Delta E_C = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

$$\Delta E_{PP} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$$

$$\Delta E_C = -\Delta E_{PP} + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

$$\Delta E_C + \Delta E_{PP} = W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

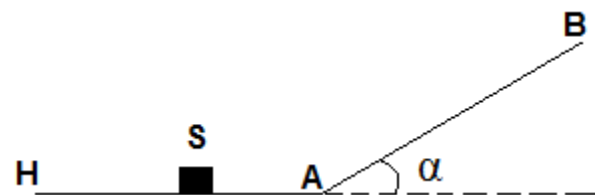
$$\Delta E_m = W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \underbrace{W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N)}_{=0} + W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f})$$

$$\Delta E_m = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -0,1 \text{ J} < 0$$

Exercice 1 :

Un objet ponctuel S, de masse  $m = 2,00 \text{ kg}$ , glisse sans frottement sur une piste horizontale (HA). Il aborde au point A une piste plane (AB) inclinée d'un angle  $\alpha = 20^\circ$  par rapport à l'horizontale. Sa vitesse au point A est  $v_A = 8,00 \text{ m.s}^{-1}$ . Déterminer la



longueur  $L = AB$  dont l'objet remonte sur la piste  $AB$ .

Exercice 2 :

Un solide ponctuel de masse  $m$  est lancé du point  $A$  sur une piste horizontale prolongée par un demi-cercle vertical de rayon  $R$ .

On donne :  $AB = 1m$  ;  $R = 1m$  ;  $m = 0,5\text{ kg}$  ;  $g = 9,81\text{ N/kg}$

1- Les frottements étant négligeable, calculer en  $A$  la vitesse minimale  $v_{min}$  que doit avoir l'objet pour qu'elle atteigne le pont  $C$ .

2- Même question lorsque les frottements entre l'objet et la piste sont assimilables à une force constante de norme  $f = 1N$ .

