COURS :

1 - Mouvement de rotation d'un corps solide indéformable autour d'un point fixe

Activité 1 et 2 :

1- Repérage d'un mouvement d'un point :

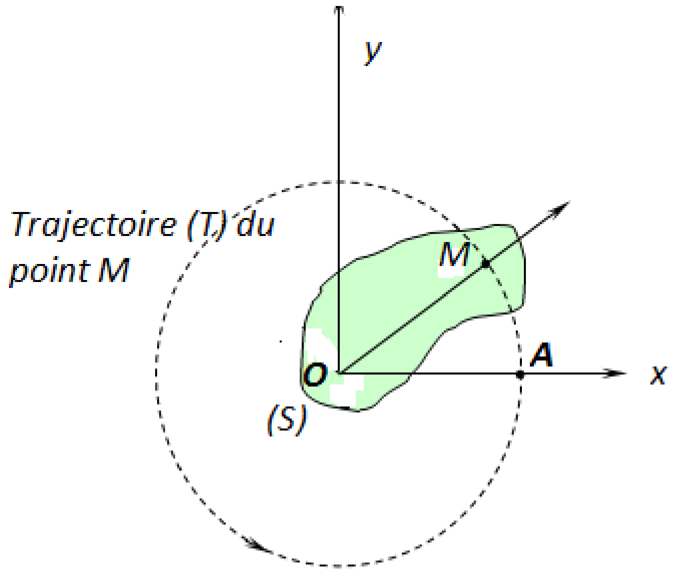
1.1. Définition :

Dans un référentiel donné, un solide est en rotation autour d'un axe fixe si :

- Chaque point du solide décrit un cercle contenu dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation.

- Les points de l'axe de rotation sont fixes.

1.2. Abscisse angulaire :



Lors d'un mouvement de rotation, l'angle parcouru (balayé) par tous les points du solide pendant le même intervalle de temps est le même. On l'appelle angle de rotation de solide et on le note θ (téta) et son unité est le radian (rad).

$$\theta = \left(\widehat{\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OA}}\right)$$

Tous les points du solide décrivent la même abscisse angulaire $\theta(t)$ dans le même temps t.

1.3. Abscisse curviligne :

Lorsque la trajectoire (T) que suit le point M est connue il est possible de repérer le point M sur la courbe représentant cette trajectoire.

On choisit sur la courbe orientée selon le sens du mouvement un point origine A et on prend la direction de l'axe OA comme direction référentiel.

On définit l'abscisse curviligne s comme la mesure algébrique sur la courbe de l'arc $\widehat{AM}$:

$s = \widehat{AM}$ en mètre.

Remarques :

- L'abscisse curviligne est une fonction du temps, on l'écrit s(t).
- Algébrique veut dire que s(t) possède un signe :
  - positif dans le sens du mouvement.
  - négatif dans l'autre.

1.4. Relation entre s et θ :

Soit R = OM le rayon de la trajectoire orientée (T) du point M∈(S), la position de M sur cette trajectoire est définie par son abscisse curviligne s en fonction du temps s(t) et son abscisse angulaire $\theta(t)$ qui sont relié par la relation : $s(t) = R \times \theta(t)$

2- Vitesse angulaire :

Activité 3 :

2.1. Vitesse linéaire (rappel) :

La vitesse linéaire V est le rapport de la distance parcourue d par la durée Δt du parcours.

$$V = d / \Delta t$$

La vitesse linéaire est égale à la distance parcourue par le mobile en une seconde.

On écrit aussi : $V = \overset{\frown}{AM} / \Delta t = s(t) / \Delta t$

2.2. Utilité de la vitesse angulaire

Les différents points d'un solide en rotation, n'ont pas la même vitesse. En revanche, ils parcourent tous le même angle en un temps donné . Il est donc intéressant de caractériser le mouvement du point M∈(S), par la rapidité de la variation de cet angle, et on définit alors la vitesse angulaire notée ω (oméga).

La vitesse angulaire est égale à l'angle en radians décrit par le mobile en une seconde.

Comme pour la vitesse, on définit la vitesse angulaire moyenne ω_{moy} et la vitesse angulaire instantanée $\omega_i(t)$.

2.3. Vitesse angulaire moyenne :

La vitesse angulaire moyenne est définie par le rapport : $\omega_{moy} = \Delta\theta / \Delta t$ exprimée dans le (SI) en $rad.s^{-1}$ avec :

- l'angle de rotation $\Delta\theta$ en radian.
- la durée du mouvement en seconde.

2.4. Vitesse angulaire instantanée :

La vitesse angulaire instantanée $\omega_i(t)$ est la vitesse angulaire à un instant t donné, son unité dans le (SI) est $rad.s^{-1}$.

La vitesse angulaire instantanée $\omega_i(t)$ est égale à la vitesse angulaire moyenne pendant la durée la plus petite possible au voisinage de l'instant t.

Remarque : Dans un enregistrement on calcul une valeur approchée de la vitesse angulaire instantanée $\omega_i(t)$ par la relation : $\omega_i(t) = \Delta\theta_i / \Delta t_i$ avec :

- Δt_i est la durée de la rotation en secondes de l'intervalle de temps entre les 2 positions successives encadrant l'instant considéré t_i .
- $\Delta\theta_i$ l'angle de rotation instantané choisit toujours entre le point juste avant et le point juste après du point considéré à l'instant considéré t_i .

2 .5. Relation entre la vitesse angulaire ω et la vitesse linéaire v :

Pour un solide en rotation à la vitesse angulaire instantanée $\omega_i(t)$, un point de ce solide situé à la distance R de l'axe de rotation a une vitesse linéaire instantanée $V_i(t)$ telle que :

$$V_i(t) = R\,.\,\omega_i(t)$$

Application : Une automobile se déplace à une vitesse de 90 km/h. Le diamètre de ses roues est de 58 cm. Calculer la vitesse linéaire d'un point de la circonférence et la vitesse angulaire d'une roue.

3- Mouvement de rotation uniforme :

3.1. Défintion :

Un solide est en rotation uniforme autour d'un axe de rotation Δ , si à chaque instant tous les points du solide en rotation ont la même vitesse angulaire.

Le mouvement se reproduit donc à intervalles de temps réguliers, on dit que c'est un mouvement périodique .

3.2. Période et fréquence d'un mouvement de rotation uniforme :

- La période T correspond à la durée effectuée par chaque point du solide décrivant un tour .
- La fréquence f correspond au nombre de périodes par seconde .C'est aussi le nombre de tours effectués par seconde. (Unité : hertz : Hz).
- La période T et la fréquence f sont reliée par la relation : $f = 1/T$
- Expression de la vitesse linéaire v du point mobile en fonction du rayon de la trajectoire R et de la période T :

On a : $V = s/\Delta t$ et comme la vitesse d'un point est constante au cour du mouvement on peut raisonner sur un tour :

$$V = 2\pi R / T = 2\pi R f$$

- Expression de la vitesse angulaire ω du point mobile en fonction de la période T :

  On sait que : $V = R\,\omega$ et par identification dans la relation précédente on trouve :

$$\omega = 2\pi f \quad \text{soit alors} \quad \omega = 2\pi / T$$

Application : compléter le tableau suivant :

situations	Disque vinyle tournant à 45 tr/min	Aiguille indiquant les secondes sur une montre	Protons dans le LHC au CERN de Genève	Rotation de la Terre autour de l'axe des pôles
Période (s)			91 ms pour effectuer un cercle de 27 km de	23 h 56 mn 04 s

			circonférence	
Fréquence (Hz)				

3.3. Équation horaire :

La trajectoire et le sens de déplacement d'un point mobile M étant définis, le mouvement de ce point est connu si les couples (θ ; t) sont déterminés pour toutes les positions du point M. Un repère d'espace et un repère de temps étant choisis, on appelle équation horaire d'un mouvement l'équation $\theta = f(t)$ dans laquelle θ est l'abscisse angulaire du point à la date t correspondante.

Puisque la vitesse angulaire ω est constante, on peut écrire entre un instant pris comme origine du temps de date t=0 ,et un instant de date t :

$$\omega = \frac{\theta(t) - \theta(0)}{t - 0}$$

On en déduit l'expression de l'équation horaire du mouvement de rotation uniforme :

$$\boldsymbol{\theta(t) = \omega\, t + \theta(0)}$$

Activité 4 : Tracer $\theta = f(t)$