

TD LIMITE D'UNE FONCTION

EXERCICES D'APPLICATIONS ET DE REFLEXIONS

PROF: ATMANI NAJIB

1BAC BIOF

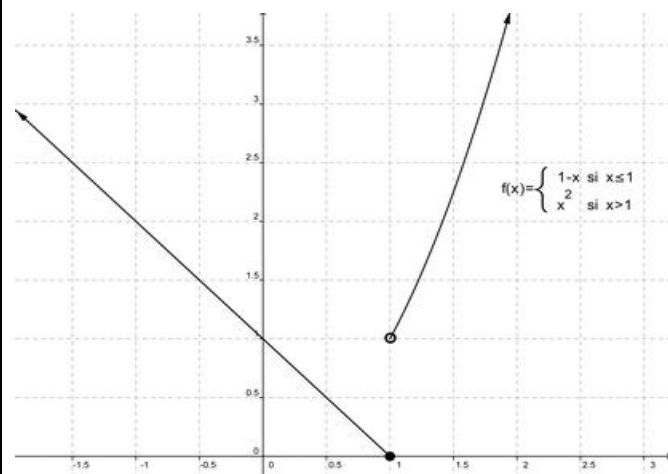
TD-LIMITE D'UNE FONCTION

Exercice1 : déterminer : $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x + 2 + \frac{1}{x^2}$

Exercice2 : Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{|x-1|x}{x^2-1}$

Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$

Exercice3 :



La courbe ci-contre est la courbe de la fonction définie par Morceaux comme suite :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto 1 - x$ si $x \leq 1$

$x \mapsto x^2$ si $x > 1$

Déterminer graphiquement les limites de la fonction f à droite et à gauche de 1.

Exercice4: Soit la fonction g définie par :

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto 2x^2 - x + 3$ si $x \geq 1$

$x \mapsto -x^2 + x + \alpha$ si $x < 1$

Déterminer α pour que la fonction g admette une limite en 1.

Exercice5 : Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{(x+1)^2}{|x^2-1|}$

Etudier la limite de f en $x_0 = -1$

Exercice6 : déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \sqrt{x}$

Exercice7 : déterminer : 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{(x-1)^2}$

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{(x-1)^2}$

3) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2x^3 + x^2 - x + 4$

Exercice8 : calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+1}{x^2+x-2}$

Exercice9 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x + 5x^2 - 7x^4$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 5x^2 - 7x^4}{x - 10x^2 + 14x^3}$

3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 8x^2 - 2x^5}{x^2 + 2x^6}$ 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x}{2x^3 + 2x - 4}$

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 3x + 2}$

Exercice10 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos \sqrt{x} - 1}{x}$ 3) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{6}}$

Exercice11 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^3}$ 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sin x}{x^2(2 + \cos x)}$

4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{x}{2 + \sqrt{x^4 + 1}}$

Exercice12 : Soient les fonctions tels que :

$f(x) = \sqrt{2x+1}(-3x^2+x)$ et $g(x) = \frac{-2x^2+1}{(x-3)^2}(\sqrt{x}+1)$

$k(x) = \frac{-3x+1}{x(x-2)}$ et $h(x) = \frac{x^2+1}{x^3} \sin x$

1) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$

3) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

4) Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de k

Exercice13 : calculer les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x^2 + 3x - 10} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x^2 - 4x - 1}{x^3 - 1}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - x \quad 4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$$

Exercice14 : montrer que : $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos\left(\frac{2}{x}\right) = 0$

Exercice15 : montrer que: $\lim_{x \rightarrow 0} 2 + x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 2$

Exercice16 : a)montrer que: $|f(x) - 3| \leq \frac{2}{3}|x - 4|$

b)montrer que: $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{2x + 1} = 3$

Exercice17 : Soit la fonction : $f : x \mapsto \frac{1 + \sin x}{1 + \sqrt{x}}$

déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercice18: Soit la fonction : $f : x \mapsto (x^2 + x^4) \sin \frac{1}{x}$

déterminer : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Exercice19 : Soit la fonction : $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$

Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^+ \text{ on a } 3x^2 \leq f(x)$

En déduire : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercice20 : Soit la fonction : $f : x \mapsto x + \sin x - 1$

déterminer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

Exercice21 : Soit $f(x) = \frac{2 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$

1- Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}^*) f(x) \geq \frac{1}{x^2}$

2- En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »

Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

