

TD PRODUIT SCALAIRES

PROF : ATMANI NAJIB

1BAC

BIOF

TD-PRODUIT SCALAIRES DANS \mathcal{V}_2

Etude analytique -Applications : cercle

Exercice1 : dans Le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé Considérons les points

$A(1;-3)$ et $B(3;7)$ et $C(-3;1)$

1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en C

2) Calculer la surface du triangle ABC

Exercice2: dans Le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé Considérons les points

$A(5;0)$ et $B(2;1)$ et $C(6;3)$

1) Calculer $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ et $\sin(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

2) en déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

Exercice3 : déterminer une équation cartésienne de la droite (D) qui passe par $A(0;1)$ et qui admet $\vec{n}(2;1)$ comme vecteur normal

Exercice4 : donner un vecteur normal a la droite (D) dans les cas suivants : 1) (D): $x - 2y + 5 = 0$

2) (D): $2y - 3 = 0$ 3) (D): $x - 1 = 0$

Exercice5 : dans Le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé Considérons les points

$A(-3;0)$ et $B(3;0)$ et $C(1;5)$

1) déterminer une équation cartésienne de la droite (D) perpendiculaire à la droite (\overrightarrow{AB}) passant par C

2) déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) parallèle à la droite (\overrightarrow{AB}) passant par C

Exercice6 : dans Le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé Considérons les points $A(1;2)$

et $B(-2;3)$ et $C(0;4)$

1) déterminer une équation cartésienne

de la droite (D) médiatrice du segment $[AB]$

2) déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) la hauteur du triangle ABC passant par A

Exercice7 : (D): $2x + 3y - 1 = 0$ et

(D'): $\frac{3}{2}x - y + 4 = 0$

Etudier la position relative de (D) et (D')

Exercice8 : Soient la droite (D) d'équation :

(D): $3x + 4y + 5 = 0$

1) Déterminer les coordonnées du point H la projection orthogonale de O sur (D)

2) calculer La distance du point O à la droite (D)

3) Déterminer les coordonnées du point O' le symétrique de O par rapport à la droite (D)

Exercice9: dans Le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé et direct Considérons les points

$A(1;-1)$ et $B(4;-1)$ et $C(-2;2)$

1) Calculer : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

2) en déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

3) Calculer la surface du triangle ABC

4) déterminer une équation cartésienne de la hauteur du triangle ABC passant par A

5) déterminer une équation cartésienne de la bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

Exercice10 : déterminer l'équation cartésienne du cercle de centre $\Omega(-1;2)$ et de rayon $r = 3$

Exercice11 : Déterminer L'ensemble (E) dans les cas suivants :

1) (E): $x^2 + y^2 - x + 3y - 4 = 0$

2) (E): $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 10 = 0$

3) (E): $x^2 + y^2 - 4x + 5 = 0$

Exercice12 : Déterminer une équation du cercle de diamètre $[AB]$ avec $A(1;2)$ et $B(-3;1)$



Exercice13 : le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé. Soient les points

$$A(2;3) \quad B(0;1); \quad C(-4;5); \quad E(5;2) \text{ et } F(2;4)$$

1)Ecrire l'équation du cercle circonscrit au Triangle ABC .

2)Ecrire l'équation du cercle circonscrit au triangle OEF

Exercice14: résoudre graphiquement le système :

$$(S) \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y + \frac{11}{4} < 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4 > 0 \end{cases}$$

Exercice15 : résoudre graphiquement le système :

$$(S) \begin{cases} (1): x^2 + y^2 - 4x < 0 \\ (2): x - y - 1 > 0 \end{cases}$$

Exercice16 :Etudier la position du cercle de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R = 2$ avec la droite d'équation $(D): x + y + 2 = 0$

Exercice17 :Etudier la position du cercle (C) de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R = 2$ avec la droite d'équation $(D): x - y + 2 = 0$

Exercice18 :Etudier la position du cercle (C) de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R = 1$ avec la droite d'équation $(D): y = 3$

Exercice19 :Soit (C) le cercle d'équation :

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \quad (1)$$

1)Vérifier que $A(0;1) \in (C)$

2) Ecrire l'équation de la tangente au cercle (C) en A .

Exercice20 :Déterminer l'équation paramétrique du cercle (C) de centre $\Omega(1;-2)$ et de rayon $r = \sqrt{2}$ avec $(\theta \in \mathbb{R})$

Exercice21 : Déterminer l'ensemble(C) des points

$M(x;y)$ du plan tel que :

$$\begin{cases} x = 3 + \sqrt{3} \cos \theta \\ y = 1 + \sqrt{3} \sin \theta \end{cases} \text{ avec } (\theta \in \mathbb{R})$$

Exercice22 :le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé. (C) l'ensemble des points

$$M(x;y) \text{ du plan tel que : } \begin{cases} x = 2 + 2 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases} \text{ avec } (\theta \in \mathbb{R})$$

1) montrer que (C) est le cercle (C) dont on déterminera de centre Ω et de rayon R et une équation cartésienne

2)soit le point $A(-1;0)$; montrer que A est à l'extérieur du cercle (C) et déterminer les équations des deux tangentes au cercle (C) passant par A
 3) déterminer les équations des deux tangentes au cercle (C) et qui sont parallèles à la droite :

$$(D) : 3x - 4y = 0$$

4)a)soit la droite (Δ) d'équation : $y = x$

Montrer que (Δ) coupe le cercle(C) en deux points à déterminer

4)b) déterminer graphiquement l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que : $\frac{x^2+y^2}{4} \leq x \leq y$

Exercice23:le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé. Soient les points

$$A(3;4) \quad B(4;1); \quad C(2;-3)$$

1)montrer que les points A ; B et C sont non alignés

2)Ecrire l'équation du cercle (C) passant par A ; B et C

Exercice 24:le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé. (C_m) l'ensemble des points

$M(x;y)$ du plan tel que :

$$(C_m) : x^2 + y^2 - 2mx + 2y + 2m = 0 \text{ avec } m \text{ Paramètre réel}$$

1)déterminer l'ensemble(C_1)

2) a)montrer que $\forall m \in \mathbb{R} - \{1\}$ (C_m) est un cercle dont déterminera le centre Ω_m et de rayon R_m

2) b) déterminer l'ensemble des centres Ω_m lorsque $m \in \mathbb{R} - \{1\}$

2) b) montrer que tous les cercles (C_m) passent par un point fixe I dont déterminera et tracer (C_0);(C_1);(C_3)

3) a) montrer que la droite (Δ) : $x = 1$ est tangente A toutes les cercles (C_m)

3) b)soit $m > \frac{-3}{2}$ et $m \neq 1$ et le point $A(0;1)$



Vérifier que A est à l'extérieur des cercles (C_m) et que
la droite (AI) n'est pas tangente aux cercles (C_m)