

01.

On considère dans le plan (P) un triangle ABC tel que :

- I est le milieu du segment $[AB]$.
- I et J deux points de (P) qui vérifient les relations suivantes $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AL} = 3\overrightarrow{AC}$.
- (D) est la droite parallèle à (AC) et qui passe par J coupe (BC) au point K.

1. Trouver une expression qui exprime que le point I est barycentre de A et B.

2. Trouver une expression qui exprime que le point L est barycentre de A et C.

3. Trouver une expression qui exprime que le point K est barycentre de B et C.

02.

On considère dans le plan (P) rapporté à un repère (O, i, j) un triangle ABC tel que :

- G est barycentre du système pondéré $\{(A,1);(B,3);(C,-3)\}$.

1. Montrer que : $\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{CB}$ puis on déduit la position relative des deux droites : (AG) et (BC) .

2. Déterminer les coordonnées de G sachant que : A(1,2) et B(2,3) et C(-4,5).

03.

On considère dans le plan (P) un triangle ABC tel que :

- G est centre de gravité (isobarycentre) du triangle ABC.
- I est le milieu du segment $[BC]$.
- (Δ) est la droite parallèle à (BC) et qui passe par G coupe (AC) au point E.
- Le point D tel que : $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$.

1. Construire une figure.

2. Montrer que : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ puis trouver les poids a et c tel que E est barycentre des points pondérés (A,a) et (C,c).

3. Montrer que : le point B est barycentre du système pondéré $\{(A,1);(D,1)\}$.

4. ..

a. Montrer que : le point I est barycentre du système pondéré $\{(A,1);(D,1);(C,2)\}$.

b. On déduit que : I et D et E sont alignés.

04.

On considère dans le plan (P) un triangle ABC tel que :

- I est barycentre du système pondéré $\{(A,2);(C,1)\}$.

- J est barycentre du système pondéré $\{(A,1);(B,2)\}$.
- K est barycentre du système pondéré $\{(C,1);(B,-4)\}$.

1. Construire une figure .

2. Montrer que : le point B est barycentre du système pondéré $\{(K,3);(C,1)\}$.

3..

- Déterminer barycentre du système pondéré $\{(A,2);(K,3);(C,1)\}$.
- On déduit la position du point J par rapport aux points I et K.

05.

Soient A et B deux points distincts du plan (P) , tel que $AB = 8$.

1. Construire le point G barycentre du système pondéré $(A;a)$ et $(B;b)$ avec :

- $a = 3$ et $b = 1$.
- $a = 3$ et $b = -1$.

06.

Soit G barycentre du système pondéré $(A;a)$ et $(B;b)$.

1. Déterminer a et c dans les cas suivants :

- $2\vec{AG} + \vec{BG} = \vec{0}$.
- $2\vec{GA} - 3\vec{BG} = \vec{0}$.
- $\vec{AG} = 3\vec{BA}$.
- $5\vec{AG} = 2\vec{BG} + \vec{AB}$.

07.

Soit G barycentre du système pondéré $\left\{(A,1),\left(B,\frac{-1}{2}\right)\right\}$.

1. Simplifier les expressions suivantes :

- $\vec{MA} - \frac{1}{2}\vec{MB}$.
- $6\vec{MA} - 3\vec{MB}$.

08.

Soit G barycentre du système pondéré $\{(A,2),(B,-3)(C,2)\}$ et I est le milieu de [AC] .

1. Montrer que : $4\vec{IG} - 3\vec{BG} = \vec{0}$

09.

On considère dans le plan (P) un triangle ABC tel que :

- I est barycentre du système pondéré $\{(A,2);(C,1)\}$.

- J est barycentre du système pondéré $\{(A,1);(B,2)\}$.
- K est barycentre du système pondéré $\{(C,1);(B,-4)\}$.

1. Construire les points I et J et K .

2. Montrer que : le point B est barycentre du système pondéré $\{(K,3);(C,1)\}$.

3. Soit le point G barycentre du système pondéré $\{(A,2);(K,3);(C,1)\}$.

- On déduit que : G barycentre du système pondéré $\{(I,3);(K,3)\}$.
- On déduit la position relative du point J par rapport au segment $[KI]$.
- Montrer que : le point G est barycentre du système pondéré $\{(A,2);(B,4)\}$.
- On déduit que : $G = J$.

10.

Soit $ABCD$ est un carré et K est barycentre des points pondérés $(A,2)$ et $(B,-1)$ et $(C,2)$ et $(D,1)$.

1. Soit I est barycentre du système pondéré $\{(A,2);(B,-1)\}$ déterminer I puis construire I .

2. Soit J est barycentre du système pondéré $\{(C,2);(D,1)\}$ déterminer J puis construire J .

3. ..

- Ecrire le vecteur $2\vec{KA} - \vec{KB}$ en fonction de \vec{KI} .
- Ecrire le vecteur $2\vec{KC} + \vec{KD}$ en fonction de \vec{KJ} .

4. Déterminer le barycentre des points pondérés $(I,1)$ et $(J,3)$. $A(1,2)$ et $B(2,3)$.

5. Construire le point K sur la figure (on justifier).

6. On suppose que le plan (P) rapporté à un repère (O,\vec{i},\vec{j}) tel que : $A(1,2)$ et $B(2,3)$ déterminer les coordonnées du point I