

EXERCICES AVEC SOLUTIONS FONCTIONS - Généralités

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définies par

- 1) $f(x) = 3x^2 - x + 1$.
- 2) $f(x) = \frac{x^3}{2x-4}$.
- 3) $f(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}$.
- 4) $f(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}$.
- 5) $f(x) = \sqrt{-3x+6}$.
- 6) $f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3}$.
- 7) $f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}$.
- 8) $f(x) = \sqrt{\frac{-3x+9}{x+1}}$.
- 9) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}$.
- 10) $f(x) = \frac{|x-5|}{x^2+1}$.
- 11) $f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{x}$.
- 12) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$.
- 13) $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} + \sqrt{-x}$.
- 14) $f(x) = \frac{x}{|2x-4|-|x-1|}$.
- 15) $f(x) = \frac{2 \sin x}{2 \cos x - 1}$.
- 16) $f(x) = \sqrt{\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}}$.
- 17) $f(x) = \sqrt{x^2 + (2\sqrt{3}-\sqrt{2})x - 2\sqrt{6}}$
- 18) $f(x) = \frac{|x-4|-|x-1|}{x^2+2|x|-3}$
- 19) $f(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt{3-5x}$.

Exercice 2 : Etudier la parité des fonctions suivantes définies par : 1) $f(x) = 3x^2 - 5$. 2)

- $f(x) = \frac{3}{x}$
- 3) $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$.
- 2) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$.
- 3) $f(x) = \frac{|x|}{x^2-1}$.
- 4) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$
- 5) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2+5}$.
- 6) $f(x) = |x| - \sqrt{2x^2+4}$.
- 7) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2}$.
- 8) $f(x) = \frac{x}{x-2}$

Exercice 3 : Soit la fonction définie par :

$5f(x) + f(-x) = 2x^3 - 3x$ Pour tout réel x

1) montrer que f est une fonction impaire

2) donner une expression de $f(x)$ Pour tout réel x

Exercice 4 : Soit la fonction définie par :

$f(x) = \frac{|x|+1}{2|x|-3}$ et (C_f) la courbe de f Dans le repère $(0; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé

Montrer que (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Exercice 5 : étudier les variations des fonctions définies par : 1) $f(x) = 7x - 5$ 2) $g(x) = \frac{2}{x}$

Exercice 6 : étudier les variations de la fonction définie par: $f(x) = 3x^2 + 2$

Exercice 7 : étudier les variations de la fonction définie par : $g(x) = \frac{x}{x+1}$

Exercice 8 : Soit f une fonction tq : $f(x) = x + \frac{1}{x}$

1) Déterminer D_f et étudier la parité de f

2) Calculer Le taux d'accroissement $T(x_1; x_2)$ de f entre x_1 et x_2 deux éléments de D_f
tq $x_1 \neq x_2$

3) Étudier les variations de f sur $I =]0; 1]$ puis sur $J = [1; +\infty[$

4) En déduire les variations de f sur D_f

5) Dresser le tableau de variations de f sur D_f

Exercice 9 : étudier les variations des fonctions définies par: 1) $k(x) = \frac{6}{x}$ 2) $f(x) = x^2$ et $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$ et $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

Exercice 10 : Les fonctions f et g définies respectivement par :

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+3}} \text{ et } g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$$

Sont-elles égales ?

Exercice 11 : Soit f et g les fonctions numériques tel que: $f(x) = x + 1$ et

$$g(x) = x^2 + x + 2$$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 12 : Soit f et g les fonctions

numériques tel que: $f(x) = x$ et $g(x) = \frac{1}{x}$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 13 : Soient les deux

fonctions : $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x^2}}$ et $g(x) = \frac{1+3x^2}{|x|}$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 14 : Soient les deux

fonctions : $h(x) = \frac{x^2 - x}{x}$ et $t(x) = x - 1$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 15 : Soit f la fonction numérique tel

que: $f(x) = \frac{(3x+1)(2-x)}{4x^2 - 1}$

Etudier le signe de la fonction f

Exercice 16 : Soit f une fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x^2 + x$

Démontrer que f est majorée sur \mathbb{R} .

Exercice 17 : Montrer que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4 \sin x - 3$ est Bornée.

Exercice 18 : Soit f une fonction numérique

tq : $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que f est majorée sur \mathbb{R} .

3) Démontrer que f est minorée sur \mathbb{R} . Conclure

Exercice 19 : Soit f une fonction numérique

tq : $f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 7}{x^2 + 3x + 3}$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que f est minorée par 1.

3) Démontrer que f est majorée par $\frac{7}{3}$. Conclure

Exercice 20 : Soit f une fonction numérique

tq : $f(x) = \frac{x-1}{x^2 + x + m}$ avec $m \in \mathbb{R}$

1) déterminer les valeurs de m pour que $D_f = \mathbb{R}$

2) Soit g la fonction numérique tq : $g(x) = \frac{1}{x+2}$

déterminer les valeurs de m pour que

$\forall x \in \{-2;1\}$ on a : $f(x) = g(x)$

Exercice 21 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = 5x^2 + 3$$

Montrer que f admet un minimum absolu sur \mathbb{R} que l'on déterminera

Exercice 22 : Soit g une fonction numérique tq : $g(x) = -4x^2 + 1$

Montrer que g admet un maximum absolu sur \mathbb{R} que l'on déterminera

Exercice 23 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x) = -4x^2 + 4x + 5$

1°a) montrer que $f(x) = 6 - (2x - 1)^2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

b) montrer que $f(x) \leq 6$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

2° calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et en déduire les extréums de f sur \mathbb{R}

Exercice 24 : Du tableau de variation

x	-5	-2	2	5
$f(x)$	5	0,5	2	-2

Déduire les extréums de f

Exercice 25 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

Montrer que 1 est le maximum absolu de f sur \mathbb{R}

Exercice 26 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x^2 + 1}$$

1) Déterminer D_f

2) a) Démontrer que f est majorée par 3.

b) est ce que 3 est une valeur maximale de f ?

3) a) Démontrer que f est minorée par 2.

b) est ce que 2 est une valeur minimale de f ?

Exercice 27 : Soit f une fonction numérique

définie sur $[1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1}$

1) étudier le signe de f

2) a) Démontrer que f est majorée par $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

b) est ce que $\frac{\sqrt{2}}{4}$ est une valeur maximale de f ?

Exercice 28 : Soit f une fonction numérique

définie sur $[1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que -1 est la valeur minimal de f

3) Démontrer que f est majorée par 1 et est-ce que 1 est une valeur maximale de f ?

Exercice 28 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = x^2 - 2x + 3$

1)a) Démontrer que f est minorée.

b) est ce que f admet une valeur minimale ?

2) Démontrer que f est non majorée.

Exercice 29 : Soit f une fonction numérique tq : $f(x) = 2x^2 - 4x - 2$

étudier les variations de f et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

la courbe (C_f) de f

Exercice 30 : Soit g une fonction numérique

tq : $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

étudier les variations de g et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

la courbe (C_g) de g

Exercice 31 Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

étudier les variations de f et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

la courbe (C_f) de f

Exercice 32 : Soit f une fonction numérique tq :

$$g(x) = \frac{-x}{x-2} \quad \text{étudier les variations de } g \text{ et}$$

dresser le tableau de variation et tracer la dans

le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe (C_g) de g

Exercice 33 : Soit f une fonction numérique

définie par : $f(x) = \frac{1}{4}x^3$

1) Déterminer D_f

2) étudier les variations de f et dresser le tableau de variation

3) tracer la dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe (C_f) de f

Exercice 34 : Soit f une fonction numérique

définie par : $f(x) = \sqrt{x+2}$

1) Déterminer D_f

2) étudier les variations de f et dresser le tableau de variation

3) tracer la dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe (C_f) de f

Exercice 35 : Soit les fonctions f et g tel que : $f(x) = x^2 - 2x + 3$ et $g(x) = 2x + 1$

Déterminer : $g \circ f$ et $f \circ g$

Exercice 36 : Soit les fonctions f et g définies par : $f(x) = 3x + 4$ et $g(x) = \frac{1}{x+1}$

1) Déterminer $D_{g \circ f}$

2) déterminer : $(g \circ f)(x)$

Exercice 37 : Soit les fonctions f et g définies par : $g(x) = \frac{x}{x+2}$ et $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$

On pose : $h(x) = (g \circ f)(x)$

1) Déterminer D_h 2) déterminer : $h(x)$

3) Soit la fonction k définie par : $k(x) = \frac{x+3}{3x+5}$

Les fonctions h et k sont-elles égales ?

Exercice 38 : exprimer les fonctions suivantes à l'aide de fonctions élémentaires :

$$1) h_1(x) = \frac{1}{3x-1} \quad 2) h_2(x) = \sqrt{x+3}$$

$$3) h_3(x) = 3\sqrt{x} + 4$$

Exercice 39 : Soit f la fonction f définie sur un intervalle $[0; +\infty[$ tel que : $f(x) = -5x^2 + 7$

Décomposer la fonction f en fonctions élémentaire et étudier les variations de f

Exercice 40 : Soit la fonction h définie sur $]-\infty; 1]$ par $h(x) = \sqrt{1-x}$

1) Décomposer h en deux fonctions élémentaires.

2) Déterminer les variations de h .

Exercice 41 : Quelle est la période des fonctions suivantes :

$$a) f : x \rightarrow \sin(4x-1) \quad b) g : x \rightarrow \cos(5x)$$

2) Trouver une fonction de période $T = \frac{3}{4}$

Exercice 42 : Soit f une fonction numérique définie sur \mathbb{R} et périodique de période $T = 2$ tel que : $f(x) = 2x - x^2 \quad \forall x \in [0; 2[$

1) Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-2; 8]$ dans un repère $(0; \vec{i}; \vec{j})$

- 2) calculer : $f(4.1)$; $f(-3.5)$; $f(265.11)$
 3) donner l'expression de : $f(x) = 2x - x^2$ sur
 les intervalles : $I_k = [2k; 2(k+1)] \quad k \in \mathbb{Z}$

Exercice 43 : Soit la courbe (C_f) représentative de f telle que $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ et la droite (D) d'équation $y = -x - 3$

- 1- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$
 puis l'inéquation $f(x) < 3$.
- 2- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$
 puis l'inéquation $f(x) \geq 0$
- 3- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -x - 3$ puis l'inéquation $f(x) \leq -x - 3$

Exercice 44 : Soient f et g les deux fonctions définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 - 3x - 4$ et $g(x) = 3x + 12$

- 1) Tracer Les courbes (C_f) et (C_g)
- 2) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$
- 3) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$
- 4) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

Exercice 45 : Soient f et g les deux fonctions définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ et $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$ et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

- 1) dresser le Tableau de variations de f et de g
- 2) a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axes des abscisses
- b) Trouver le point d'intersection de la courbe (C_g) avec l'axes des abscisses
- 3) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère
- 4) a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$
 b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

Exercice 46 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Démontrer que f est minorée.
- 3) Démontrer que f est majorée par $\frac{1}{2}$ Conclure

Exercice 47 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = x^2 + 2x\sqrt{x} + x - 4$$

- 1) Démontrer que f admet une valeur minimale
- 3) Démontrer que f n'est pas majorée

Exercice 48 : Soient f et g et h les trois fonctions définies par:

$$f(x) = \frac{6x^2 + 8x + 11}{(x-1)^2} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{2x+3}{x-1} \quad \text{et}$$

$$h(x) = x^2 + 2$$

- 1)a) Etudier les variations de g et de h
- b) étudier le signe de la fonction g
- 2) montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\} : f(x) = (h \circ g)(x)$
- 3) Etudier les variations de f dans les intervalles : $[1; +\infty[; \left[-\frac{3}{2}; 1\right[; \left]-\infty; -\frac{3}{2}\right]$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
 Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

Prof : Atmani najib

