

1sex

PROF : ATMANI NAJIB

1ere Sciences BIOF

## EXERCICES AVEC SOLUTIONS FONCTIONS - Généralités

**Exercice 1 :** Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par

- 1)  $f(x) = 3x^2 - x + 1$ .
- 2)  $f(x) = \frac{x^3}{2x-4}$ .
- 3)  $f(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}$ .
- 4)  $f(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}$ .
- 5)  $f(x) = \sqrt{-3x+6}$ .
- 6)  $f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3}$ .
- 7)  $f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}$ .
- 8)  $f(x) = \sqrt{\frac{-3x+9}{x+1}}$ .
- 9)  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}$ .
- 10)  $f(x) = \frac{|x-5|}{x^2+1}$ .
- 11)  $f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{x}$ .
- 12)  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ .
- 13)  $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} + \sqrt{-x}$ .
- 14)  $f(x) = \frac{x}{|2x-4| - |x-1|}$ .
- 15)  $f(x) = \frac{2\sin x}{2\cos x - 1}$ .
- 16)  $f(x) = \sqrt{\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}}$ .
- 17)  $f(x) = \sqrt{x^2 + (2\sqrt{3} - \sqrt{2})x - 2\sqrt{6}}$ .
- 18)  $f(x) = \frac{|x-4| - |x-1|}{x^2 + 2|x| - 3}$ .
- 19)  $f(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt{3-5x}$ .

**Exercice 2 :** Etudier la parité des fonctions suivantes définie par : 1)  $f(x) = 3x^2 - 5$ .

- 2)  $f(x) = \frac{3}{x}$ .
- 3)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$ .
- 2)  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ .
- 3)  $f(x) = \frac{|x|}{x^2-1}$ .
- 4)  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ .
- 5)  $f(x) = \frac{2x^3}{x^2+5}$ .
- 6)  $f(x) = |x| - \sqrt{2x^2+4}$ .
- 7)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2}$ .
- 8)  $f(x) = \frac{x}{x-2}$ .

**Exercice 3 :** Soit la fonction définie par :

$$5f(x) + f(-x) = 2x^3 - 3x \text{ Pour tout réel } x$$

1) montrer que  $f$  est une fonction impaire

prof : atmani najib

2) donner une expression de  $f(x)$  Pour tout réel  $x$

**Exercice 4 :** Soit la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{|x|+1}{2|x|-3} \text{ et } (C_f) \text{ la courbe de } f \text{ Dans le}$$

repère  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  orthonormé

Montrer que  $(C_f)$  symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

**Exercice 5 :** étudier les variations des fonctions définies par : 1)  $f(x) = 7x - 5$  2)  $g(x) = \frac{2}{x}$

**Exercice 6 :** étudier les variations de la fonction définie par:  $f(x) = 3x^2 + 2$

**Exercice 7 :** étudier les variations de la fonction définie par :  $g(x) = \frac{x}{x+1}$

**Exercice 8 :** Soit  $f$  une fonction : tq :  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

1) Déterminer  $D_f$  et étudier la parité de  $f$

2) Calculer Le taux d'accroissement  $T(x_1; x_2)$  de  $f$  entre  $x_1$  et  $x_2$  deux éléments de  $D_f$

tq  $x_1 \neq x_2$

3) Étudier les variations de  $f$  sur  $I = ]0; 1]$  puis sur  $J = [1; +\infty[$

4) En déduire les variations de  $f$  sur  $D_f$

5) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $D_f$

**Exercice 9 :** étudier les variations des fonctions définies par: 1)  $k(x) = \frac{6}{x}$  2)  $f(x) = x^2$  et

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 \text{ et } h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5$$

**Exercice 10 :** Les fonction  $f$  et  $g$  définies respectivement par :

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+3}} \text{ et } g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$$

Sont-elles égales ?

**Exercice 11 :** Soit  $f$  et  $g$  les fonctions numériques tel que:  $f(x) = x + 1$  et

$$g(x) = x^2 + x + 2$$

Comparer les fonctions  $f$  et  $g$

**Exercice 12 :** Soit  $f$  et  $g$  les fonctions

numériques tel que:  $f(x) = x$  et  $g(x) = \frac{1}{x}$

Comparer les fonctions  $f$  et  $g$

**Exercice 13 :** Soient les deux

fonctions :  $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x^2}}$  et  $g(x) = \frac{1 + 3x^2}{|x|}$

Comparer les fonctions  $f$  et  $g$

**Exercice 14 :** Soient les deux

fonctions :  $h(x) = \frac{x^2 - x}{x}$  et  $t(x) = x - 1$

Comparer les fonctions  $f$  et  $g$

**Exercice 15 :** Soit  $f$  la fonction numérique tel

que:  $f(x) = \frac{(3x+1)(2-x)}{4x^2 - 1}$

Etudier le signe de la fonction  $f$

**Exercice 16 :** Soit  $f$  une fonction numérique

définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -x^2 + x$

Démontrer que  $f$  est majorée sur  $\mathbb{R}$ .

**Exercice 17 :** Montrer que la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 4\sin x - 3$  est Bornée.

**Exercice 18 :** Soit  $f$  une fonction numérique

tq :  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

1) Déterminer  $D_f$

2) Démontrer que  $f$  est majorée sur  $\mathbb{R}$ .

3) Démontrer que  $f$  est minorée sur  $\mathbb{R}$ . Conclure

**Exercice 19 :** Soit  $f$  une fonction numérique

tq :  $f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 7}{x^2 + 3x + 3}$

1) Déterminer  $D_f$

2) Démontrer que  $f$  est minorée par 1.

3) Démontrer que  $f$  est majorée par  $\frac{7}{3}$ . Conclure

**Exercice 20 :** Soit  $f$  une fonction numérique

tq :  $f(x) = \frac{x-1}{x^2 + x + m}$  avec  $m \in \mathbb{R}$

1) déterminer les valeurs de  $m$  pour que  $D_f = \mathbb{R}$

2) Soit  $g$  la fonction numérique tq :  $g(x) = \frac{1}{x+2}$

déterminer les valeurs de  $m$  pour que

$\forall x \in \{-2; 1\}$  on a :  $f(x) = g(x)$

prof : atmani najib

**Exercice 21 :** Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = 5x^2 + 3$$

Montrer que  $f$  admet un minimum absolue sur  $\mathbb{R}$  que l'on déterminera

**Exercice 22 :** Soit  $g$  une fonction numérique

tq :  $g(x) = -4x^2 + 1$

Montrer que  $g$  admet un maximum absolue sur  $\mathbb{R}$  que l'on déterminera

**Exercice 23 :** Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = -4x^2 + 4x + 5$$

1°a) montrer que  $f(x) = 6 - (2x - 1)^2$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$

b) montrer que  $f(x) \leq 6$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$

2° calculer :  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  et en déduire les extrêmes

de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice 24 :** Du tableau de variation

$x$	-5	-2	2	5
$f(x)$	5	0,5	2	-2

Déduire les extrêmes de  $f$

**Exercice 25 :** Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

Montrer que 1 est le maximum absolu de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice 26 :** Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x^2 + 1}$$

1) Déterminer  $D_f$

2) a) Démontrer que  $f$  est majorée par 3.

b) est ce que 3 est une valeur maximale de  $f$  ?

3) a) Démontrer que  $f$  est minorée par 2.

b) est ce que 2 est une valeur minimale de  $f$  ?

**Exercice 27 :** Soit  $f$  une fonction numérique

définie sur  $]1; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1}$

1) étudier le signe de  $f$

2) a) Démontrer que  $f$  est majorée par  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

b) est ce que  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  est une valeur maximale

de  $f$  ?

**Exercice 28 :** Soit  $f$  une fonction numérique

définie sur  $]1; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2}$

1) Déterminer  $D_f$

2) Démontrer que  $-1$  est la valeur minimale de  $f$

3) Démontrer que  $f$  est majorée par  $1$  et est-ce que  $1$  est une valeur maximale de  $f$  ?

**Exercice 28 :** Soit  $f$  une fonction numérique tel que :  $f(x) = x^2 - 2x + 3$

1)a) Démontrer que  $f$  est minorée.

b) est ce que  $f$  admet une valeur minimale ?

2) Démontrer que  $f$  est non majorée.

**Exercice 29 :** Soit  $f$  une fonction numérique tq :  $f(x) = 2x^2 - 4x - 2$

étudier les variations de  $f$  et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

la courbe  $(C_f)$  de  $f$

**Exercice 30 :** Soit  $g$  une fonction numérique

tq :  $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

étudier les variations de  $g$  et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

la courbe  $(C_g)$  de  $g$

**Exercice 31** Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

étudier les variations de  $f$  et dresser le tableau de variation et tracer la dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

la courbe  $(C_f)$  de  $f$

**Exercice 32 :** Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$g(x) = \frac{-x}{x-2} \quad \text{étudier les variations de } g \text{ et}$$

dresser le tableau de variation et tracer la dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  la courbe  $(C_g)$  de  $g$

**Exercice 33 :** Soit  $f$  une fonction numérique

$$\text{définie par : } f(x) = \frac{1}{4}x^3$$

1) Déterminer  $D_f$

2)étudier les variations de  $f$  et dresser le tableau de variation

3)tracer la dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  la courbe  $(C_f)$  de  $f$

**Exercice 34 :** Soit  $f$  une fonction numérique

$$\text{définie par : } f(x) = \sqrt{x+2}$$

1) Déterminer  $D_f$

2)étudier les variations de  $f$  et dresser le tableau de variation

3)tracer la dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  la courbe  $(C_f)$  de  $f$

**Exercice 35 :** Soit les fonctions  $f$  et  $g$

$$\text{tel que : } f(x) = x^2 - 2x + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = 2x + 1$$

Déterminer :  $g \circ f$  et  $f \circ g$

**Exercice 36 :** Soit les fonctions  $f$  et  $g$  définies

$$\text{par : } f(x) = 3x + 4 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{x+1}$$

1) Déterminer  $D_{g \circ f}$

2) déterminer :  $(g \circ f)(x)$

**Exercice 37 :** Soit les fonctions  $f$  et  $g$  définies

$$\text{par : } g(x) = \frac{x}{x+2} \quad \text{et} \quad f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

On pose :  $h(x) = (g \circ f)(x)$

1) Déterminer  $D_h$  2) déterminer :  $h(x)$

3) Soit la fonctions  $k$  définie par :  $k(x) = \frac{x+3}{3x+5}$

Les fonctions  $h$  et  $k$  sont-elles égales ?

**Exercice 38 :** exprimer les fonctions suivantes à l'aide de fonctions élémentaires :

$$1) h_1(x) = \frac{1}{3x-1} \quad 2) h_2(x) = \sqrt{x+3}$$

$$3) h_3(x) = 3\sqrt{x} + 4$$

**Exercice 39 :** Soit  $f$  la fonction  $f$  définie sur

un intervalle  $[0; +\infty[$  tel que :  $f(x) = -5x^2 + 7$

Décomposer la fonction  $f$  en fonctions élémentaire et étudier les variations de  $f$

**Exercice 40 :** Soit la fonction  $h$  définie sur

$$]-\infty; 1] \text{ par } h(x) = \sqrt{1-x}$$

1) Décomposer  $h$  en deux fonctions élémentaires.

2) Déterminer les variations de  $h$ .

**Exercice 41 :** 1) Quelle est la période des fonctions suivantes :

$$a) f : x \rightarrow \sin(4x-1) \quad b) g : x \rightarrow \cos(5x)$$

2) Trouver une fonction de période  $T = \frac{3}{4}$

**Exercice 42 :** Soit  $f$  une fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  et périodique de période  $T = 2$

$$\text{tel que : } f(x) = 2x - x^2 \quad \forall x \in [0; 2[$$

1) Tracer la représentation graphique de la fonction sur  $[-2; 8]$  dans un repère  $(0; \vec{i}; \vec{j})$

- 2) calculer :  $f(4.1)$  ;  $f(-3.5)$  ;  $f(265.11)$   
 3) donner l'expression de :  $f(x) = 2x - x^2$  sur les intervalles :  $I_k = [2k; 2(k+1)[$   $k \in \mathbb{Z}$

**Exercice 43 :** Soit la courbe  $(C_f)$  représentative de  $f$  telle que  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$  et la droite  $(D)$  d'équation  $y = -x - 3$

- 1- Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 3$   
 puis l'inéquation  $f(x) < 3$  .  
 2- Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0$   
 puis l'inéquation  $f(x) \geq 0$   
 3- Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = -x - 3$  puis l'inéquation  $f(x) \leq -x - 3$

**Exercice 44 :** Soient  $f$  et  $g$  les deux fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^2 - 3x - 4$  et  $g(x) = 3x + 12$

- 1) Tracer Les courbes  $(C_f)$  et  $(C_g)$   
 2) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation  $f(x) = g(x)$   
 3) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$   
 4) Trouver les points d'intersection de la courbe  $(C_f)$  avec les axes du repère

**Exercice 45 :** Soient  $f$  et  $g$  les deux fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -x^2 - 2x + 3$  et  $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$  et  $(C_f)$  et  $(C_g)$  Les courbes représentatives de  $f$  et  $g$

- 1) dresser le Tableau de variations de  $f$  et de  $g$   
 2) a) Trouver les points d'intersection de la courbe  $(C_f)$  avec l' axes des abscisses  
 b) Trouver le point d'intersection de la courbe  $(C_g)$  avec l' axes des abscisses  
 3) Tracer Les courbes représentatives  $(C_f)$  et  $(C_g)$  dans le même repère  
 4) a) Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$   
 b) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$

prof : atmani najib

**Exercice 46 :** Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$$

- 1) Déterminer  $D_f$   
 2) Démontrer que  $f$  est minorée.  
 3) Démontrer que  $f$  est majorée par  $\frac{1}{2}$  Conclure

**Exercice 47 :** Soit  $f$  une fonction numérique tq :

$$f(x) = x^2 + 2x\sqrt{x} + x - 4$$

- 1) Démontrer que  $f$  admet une valeur minimale  
 3) Démontrer que  $f$  n'est pas majorée

**Exercice 48 :** Soient  $f$  et  $g$  et  $h$  les trois fonctions définies par:

$$f(x) = \frac{6x^2 + 8x + 11}{(x-1)^2} \text{ et } g(x) = \frac{2x+3}{x-1} \text{ et}$$

$$h(x) = x^2 + 2$$

- 1) a) Etudier les variations de  $g$  et de  $h$   
 b) étudier le signe de la fonction  $g$   
 2) montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\} : f(x) = (h \circ g)(x)$   
 3) Etudier les variations de  $f$  dans les intervalles :  
 $]1; +\infty[$  ;  $[-\frac{3}{2}; 1[$  ;  $] -\infty; -\frac{3}{2}]$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »

Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

**Prof : Atmani najib**

