



Evaluation N°1
Premier semestre
Mathématiques

Niveau : 1 bac x
International
Durée : 2h
Date : 13/10/2018

Exercice1 : (10 points)

1) Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes :

$$P : \left(\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ ou } ".4\text{est.premier}." \right) ; \quad Q : (2,3 \notin \mathbb{N} \text{ et } |1 - \sqrt{2}| = 1 - \sqrt{2}) \quad (1)$$

$$R : ((\forall x \in \mathbb{R}) , x^2 \geq x) ; \quad S : ((\exists n \in \mathbb{N}) , n^2 - 2n + 1 = 0) \quad (1,5)$$

2) On considère la proposition suivante : $T : (\forall x \in \mathbb{R}) , x < 1 \Rightarrow x^2 < 1$

a - Donner la négation de T . (0,5)

b - Dédurre que la proposition T est fausse . (0,5)

3) En utilisant le raisonnement par équivalences successives montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \sqrt{x^4 + 3x^2 + 1} \geq x^2 + 1 \quad (1)$$

4) En utilisant le raisonnement par la contraposée montrer que :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^{*2} : (x \neq y \text{ et } x.y \neq 2) \Rightarrow \left(\frac{x^2 + 2}{x} \neq \frac{y^2 + 2}{y} \right) \quad (1,5)$$

5) En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que les deux propositions suivantes sont vraies :

a - $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1 + 11^1 + 11^2 + \dots + 11^n = \frac{1}{10}(11^{n+1} - 1)$ (1,5)

b - Le nombre $3^{3n+2} - 2^{n+2}$ est divisible par 5 pour tout n de $\mathbb{N}$. (1,5)

6) En utilisant le raisonnement par l'absurde montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R}^+ : \sqrt{x} \neq \frac{x+2}{\sqrt{x+4}} \quad (1)$$

Exercice2 : (3,5 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{-2x+4}{x^2-x+2}$

1) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x^2 - x + 2 > 0$, et déduire D_f le domaine de définition de f . (0,5+0,25)

2) Montrer que f est majorée par 2 sur $\mathbb{R}$. (1)

3) a - Montrer que f est minorée par -1 sur $\mathbb{R}$. (1)

b - Est ce que -1 est une valeur minimale de f sur $\mathbb{R}$? (0,75)

Exercice3 : (6,5 points)

On considère les fonctions f et g définies par : $f(x) = \frac{1}{2}x^3$, $g(x) = \sqrt{x+3}$

1) a - Déterminer D_f , et le tableau de variation de f . (0,25+0,5)

b - Déterminer D_g , et le tableau de variation de g . (0,5+0,25)

c - Tracer C_f et C_g leurs courbes respectives dans le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (2)

2) On considère l'équation $E : x^3 - 2\sqrt{x+3} = 0$.

a - Montrer que : $E \Leftrightarrow f(x) = g(x)$, et déduire graphiquement que E admet une solution unique α dans $[-3; +\infty[$. (1)

b - Montrer que : $1 < \alpha < 2$. (1)

c - Résoudre graphiquement dans $[-3; +\infty[$, l'inéquation $F : x^3 - 2\sqrt{x+3} > 0$. (1)