

تصحيح تمارين الطاقة الميكانيكية

تمرين 1:

أثناء حركتها تخضع الساق لـ:

- \vec{P} : وزنها

- \vec{R} : تأثير محور الدوران (Δ).

نهمّل تأثير الهواء .

لدينا $W(\vec{R})=0$ لأن الإحتكاكات مهملة وبالتالي القوة الوحيدة التي تشتغل هي الوزن \vec{P} مما يعني أن الطاقة الميكانيكية تتحتفظ.

الحالة البدئية :

طاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp} = mgz + C \quad \text{بما أن } E_{pp} = 0 \text{ عند } z = 0 \text{ فإن } C = 0$$

$$\text{نستنتج : } E_{pp} = mgz$$

$$\text{مع } z = z_G$$

$$z_G = \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \cos \theta = \frac{L}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$E_{pp1} = mg \frac{L}{2} (1 - \cos \theta)$$

الطاقة الحركية:

$$V = 0 \quad \text{وبالتالي } E_{c1} = 0$$

الحالة النهائية :

طاقة الوضع الثقالية :

$$z = 0 \quad \text{وبالتالي } E_{pp2} = 0$$

الطاقة الحركية :

$$E_{c2} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$$

مع ω السرعة الزاوية للساق

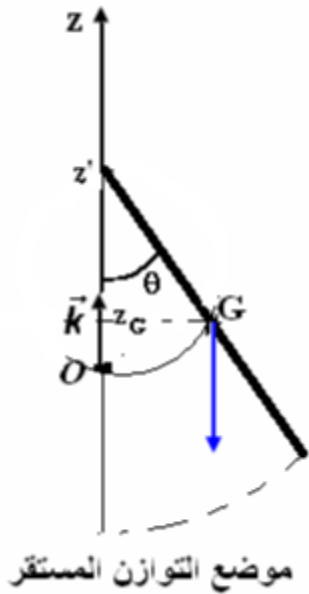
$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 = mg \frac{L}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} mL^2 \omega^2 = mg \frac{L}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{1}{3} L \omega^2 = g (1 - \cos \theta)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{L} (1 - \cos \theta)}$$



$$\omega = \sqrt{\frac{3 \times 9,8}{1}} (1 - \cos 60^\circ)$$

ت.ع:

$$\omega = 3,83 \text{ rad/s}$$

تمرين 2:

1- تعبير $E_c(S)$

$$E_c(S) = \frac{1}{2} m v^2$$

حسب المبيان الدالة $v^2 = f(x)$ خطية معادلتها تكتب : $v^2 = Kx$

$$K = \frac{0,6}{0,2} = 3 \text{ m/s}^2$$

مع K المعامل الموجه نكتب :

$$E_c(S) = \frac{1}{2} m \times 3x$$

$$E_c(S) = \frac{3}{2} mx$$

2- تعبير $E_c(P)$:

$$E_c(P) = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$$

نعلم أن :

بما أن الخيط غير مدود ولا ينزلق على مجرى البكرة فإن : $v = r\omega$

$$v^2 = r^2 \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{3x}{r^2}$$

وبالتالي $3x = r^2 \omega^2$

$$E_c(P) = \frac{1}{2} J_{\Delta} \frac{3x}{r^2}$$

$$E_c(P) = \frac{1}{2} J_{\Delta} \frac{x}{r^2}$$

3- حساب E_m :

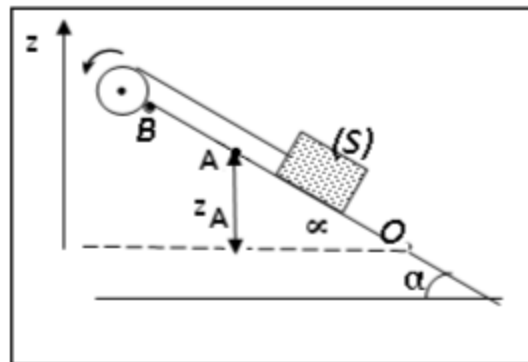
$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A)$$

لدينا

$$E_c(A) = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m \cdot 3d$$

$$E_c(A) = \frac{3}{2} md$$

بما أن $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$ فإن $E_{pp} = mgz$



من الشكل لدينا : $z_A = OA \cdot \sin \alpha = d \cdot \sin \alpha$

$$E_{pp}(A) = mg \cdot d \cdot \sin \alpha$$

نستنتج :

$$Em(A) = \frac{3}{2}md + mg.d.\sin\alpha$$

$$Em(A) = m.d(\frac{3}{2} + g\sin\alpha)$$

4- تحديد قيمة الطاقة الميكانيكية في النقطة B :

خلال حركة (S) على المستوى المائل يخضع ل :

- \vec{P} : وزن الجسم .

- \vec{R} : تأثير المستوى المائل .

بما أن الاحتكاكات مهمة فإن شغل القوة \vec{R} منعدم وبالتالي الطاقة الميكانيكية

تتحفظ $Em = cte$

ومنه : $Em(A) = Em(B)$

$$Em(B) = Em(A) = m.d(\frac{3}{2} + g\sin\alpha)$$

ت.ع :

$$Em = 500.10^{-3} \times 1 \times (\frac{3}{2} + 9,8\sin 30^\circ)$$

$$Em = 3,2J$$

5- استنتاج AB :

لدينا $Em(B) = Ec(B) + Epp(B)$

لدينا : $Ec(B) = 0$ لأن الجسم يتوقف عند B .

$$Em(B) = Epp(B) = mgz_B$$

مع : $z_B = AB\sin\alpha$

$$Em(B) = mg.AB.\sin\alpha$$

$$AB = \frac{Em(B)}{mg\sin\alpha}$$

ت.ع :

$$AB = \frac{3,2}{9,8 \times \sin 30^\circ}$$

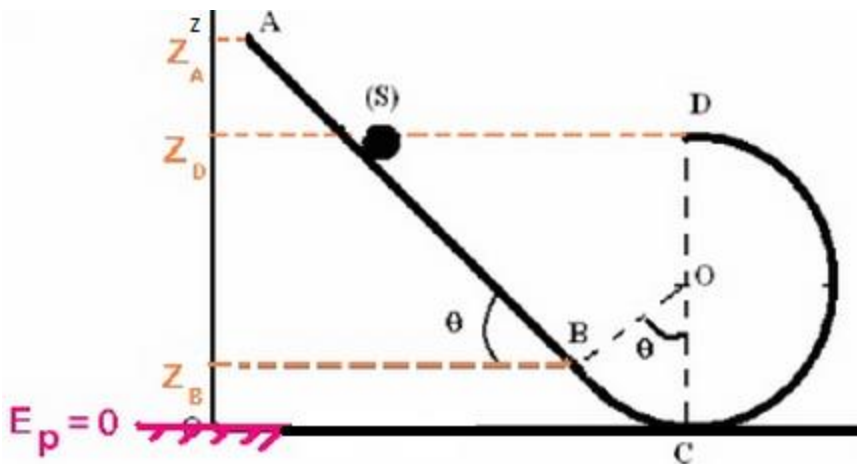
$$AB = 0,65m$$

تمرين 3 :

1- الاحتكاكات مهمة :

1-1 الطاقة الميكانيكية

عند النقطة A :



$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A)$$

$$E_m(A) = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_A + C$$

السرعة منعدمة عند A إذن $E_c(A) = 0$

$C = 0$ لأن $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$

$$z_B = r(1 - \cos\theta) \text{ مع } z_A = z_B + A \sin\theta$$

$$AB = 2m \text{ نعوض بـ}$$

نستنتج :

$$E_m(A) = mg[r(1 - \cos\theta) + 2\sin\theta]$$

$$E_m(A) = 0,5 \times 10 \times (0,5(1 - \cos 60) + 2\sin 60) \text{ ت.ع.}$$

$$E_m(A) = 9,91 \text{ J نجد}$$

-2-1 الطاقة الحركية وطاقة الوضع الثقالية عند B :

$$E_{pp}(B) = mgz_B = mgr(1 - \cos\theta)$$

$$E_{pp}(B) = 0,5 \times 10 \times 0,5(1 - \cos 60)$$

$$E_{pp}(B) = 1,25 \text{ J}$$

$$E_m(B) = E_m(A) = E_c(B) + E_{pp}(B)$$

$$E_c(B) = E_m(A) - E_{pp}(B)$$

$$E_c(B) = 9,91 - 1,25$$

$$E_c(B) = 8,68 \text{ J}$$

-3-1 يمكن حساب سرعة الجسم (S) عند النقطة D باستعمال مبرهنة الطاقة الحركية

أو باعتبار انحفاظ الطاقة الميكانيكية :

لدينا :

$$E_c(D) - E_c(A) = W_{A \rightarrow D}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}m(v_D^2 - v_A^2) = mg(z_D - z_A)$$

$$v_A = 0$$

$$z_A = z_B + A \sin\theta \text{ و } z_D = 2r$$

$$\frac{1}{2}mv_D^2 = mg\{[r(1 - \cos\theta) + 2\sin\theta] - 2r\}$$

$$v_D^2 = 2g[2\sin\theta - r(1 + \cos\theta)]$$

$$v_D = \sqrt{2g[2\sin\theta - r(1 + \cos\theta)]}$$

ت.ع.:

$$v_D = \sqrt{2 \times 10[2\sin 60 - 0,5(1 + \cos 60)]}$$

$$v_D = 4,43 \text{ m/s}$$

-2-2 استنتاج f

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على (S) بين A و B نكتب :

$$Ec(B) - Ec(A) = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mg(z_A - z_B) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N) + W_{A \rightarrow B}(\vec{f})$$

مع : $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N) = 0$ لأن R_N عمودية على المتجهة \vec{AB}

$$z_A - z_B = AB \sin \theta$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB} = f \cdot AB \cos 180 = -f \cdot AB$$

نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgAB \sin \theta + 0 - f \cdot AB$$

$$f \cdot AB = -\frac{1}{2}mv_B^2 + mgAB \sin \theta$$

$$f = m(g \sin \theta - \frac{v_B^2}{2AB})$$

$$f = 0,5(10 \times \sin 60 - \frac{4,43^2}{2 \times 2}) \text{ ت.ع.}$$

$$f = 1,88N$$

تمرين 4:

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية : $Epp = mgz + C$

عند $z = 0$ ، $Epp = 0$

نستنتج $C = 0$ و $Epp = mgz$

عند النقطة A : $z_A = h_1 + h_2$

$$h_1 = AB \cdot \sin \alpha$$

$$h_2 = r - r \cos \alpha = r(1 - \cos \alpha)$$

$$z_A = AB \sin \alpha + r(1 - \cos \alpha)$$

تعبير طاقة الوضع الثقالية عند النقطة A :

$$Epp_A = mg[AB \sin \alpha + r(1 - \cos \alpha)]$$

تعبير الطاقة الميكانيكية في الموضع A :

$$Em_A = Epp_A + Ec_A$$

$$Ec_A = 0 \text{ إذن : } Em_A = Epp_A$$

$$Em_A = mg[AB \sin \alpha + r(1 - \cos \alpha)]$$

ت.ع.:

$$Em_A = Epp_A = 0,6 \times 9,81 \times (3 \times \sin 50^\circ + 0,80(1 - \cos 50^\circ))$$

$$Em_A = Epp_A = 15,20J$$

2- في الموضع B :
طاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp_B} = mgz_B$$

مع : $z_B = r(1 - \cos\alpha)$

$$E_{pp_B} = mgr(1 - \cos\alpha)$$

ت.ع:

$$E_{pp_B} = 0,6 \times 9,81 \times 0,80 \times (1 - \cos 50^\circ)$$

$$E_{pp_B} = 1,68J$$

الطاقة الحركية :

باعتبار الاحتكاكات مهملة ، فان الطاقة الميكانيكية تنحفظ : $Em_A = Em_B$

$$Em_B = E_{pp_B} + Ec_B$$

$$Ec_B = Em_B - E_{pp_B}$$

ت.ع: $Ec_B = 15,20 - 1,68$

$$Ec_B = 13,52J$$

3- في الموضع C :

$E_{pp_C} = 0$ الجسم في الحالة المرجعية

تنحفظ الطاقة الميكانيكية : $Em_C = Em_A$

$$Em_C = Ec_C$$

نستنتج أن : $Ec_C = 15,20J$

4- تتناقص الطاقة الميكانيكية بين النقطتين C و D بسبب الاحتكاكات :
تغير الطاقة الميكانيكية يساوي شغل قوى الاحتكاك :

$$Em_C - Em_D = W_f$$

$E_{pp_C} = 0$ و $Em_C = 0$ نستنتج أن :

$$W_f = -Em_C$$

$$W_f = -15,20J$$

كمية الحرارة الناتجة عن الاحتكاك هي $Q = 15,20J$

تمرين 5:

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم :

$$E_{pp} = mgz + C$$

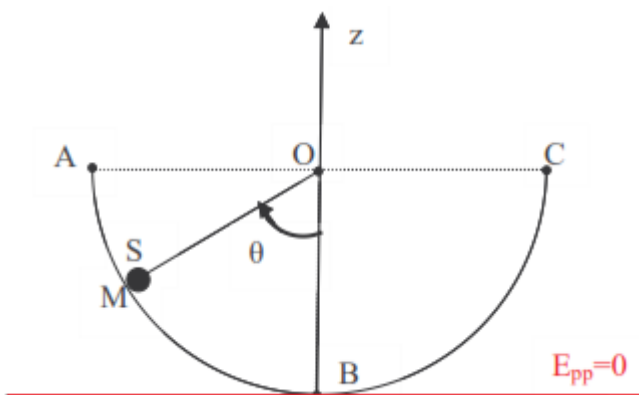
عند $z = -R$ لدينا $E_{pp} = 0$

$$0 = mg(-R) + C \text{ وبالتالي : } C = mgR$$

ومنه :

$$E_{pp} = mgz + mgR$$

$$E_{pp} = mg(z + R)$$



1.1- تعبير الطاقة الميكانيكية عند النقطة A :

$$Em_A = Ec_A + Epp_A$$

$$Ec_A = 0 \text{ لأن } v_A = 0$$

$$Epp_A = mg(z_A + R) \text{ مع } z_A = 0 \text{ ومنه : } Epp_A = mgR$$

نستنتج :

$$Em_A = mgR$$

$$Em_A = 100.10^{-3} \times 9,8 \times 20.10^{-2} \text{ ت.ع:}$$

$$Em_A = 0,20J$$

1.2- بما أن الحركة تتم بدون احتكاك فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ ،

$$Em_A = Em_B \text{ وبالتالي}$$

$$Em_B = 0,20J \text{ نستنتج :}$$

2- سرعة S عند النقطة B :

$$Em_B = Ec_B + Epp_B$$

$$Ec_B = \frac{1}{2}mv_B^2 \text{ و } Epp_B = 0 \text{ الجسم S في الحالة المرجعية}$$

$$Em_B = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2 = \frac{2Em_B}{m}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot Em_B}{m}}$$

$$v_B = 2m.s^{-1} \text{ نجد } v_B = \sqrt{\frac{2 \times 0,2}{100.10^{-3}}} \text{ ت.ع:}$$

3- بعد النقطة B يستمر S في حركته حتى التوقف عند النقطة C ، حيث انحفاظ الطاقة الميكانيكية :

$$Em_C = \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(z_C + R)$$

$$Em_A = Em_C \text{ لدينا و } v_C = 0$$

$$Em_C = mg(z_C + R)$$

$$mg(z_C + R) = mg(z_A + R)$$

$$z_C + R = z_A + R$$

$$z_C = z_A = 0$$

4- بما أن الطاقة الميكانيكية نحفظ فإن الجسم S ينجز حركة تذبذبية من ذهاب وإياب بين B و C .

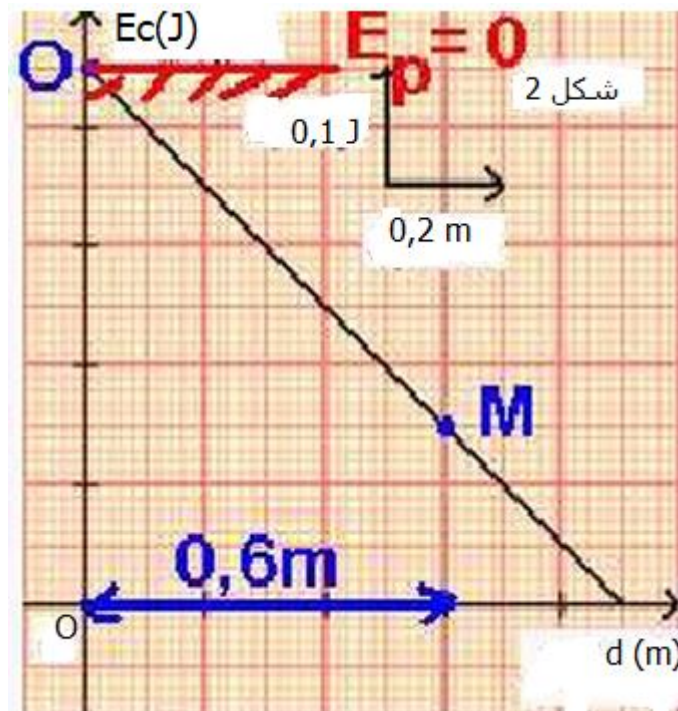
تمرين 6 :

1- نص مبرهنة الطاقة الحكية :

يساوي تغير الطاقة الحكية لجسم صلب في إزاحة أوفي دوران حول محور ثابت ، بين لحظتين المجموع الجبري لأشغال كل القوى المطبقة على الجسم بين هاتين اللحظتين .

$$\Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1} = \sum W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}_i)$$

2- مبيانيا النقطة O نقطة الانطلاق نجد $E_c(O)=0,45J$ ونقطة الوصول M نجد $E_c(M)=0,15J$ حيث : $OM=d=0,6m$.



بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم بين النقطتين O و M :

$$\Delta E_c = E_c(M) - E_c(O) = W_{O \rightarrow M}(\vec{P}) + W_{O \rightarrow M}(\vec{R})$$

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن :

$$W_{O \rightarrow M}(\vec{R}) = 0$$

وبالتالي :

$$W_{O \rightarrow M}(\vec{P}) = E_c(M) - E_c(O) = 0,15 - 0,45$$

$$W_{O \rightarrow M}(\vec{P}) = -0,3J$$

3- ليكن m كتلة الجسم S :

لدينا :

$$W(\vec{P}) = -mgh \text{ مع } h=d.\sin\alpha$$

$$W(\vec{P}) = -mgd\sin\alpha$$

$$m = -\frac{W(\vec{P})}{gdsin\alpha}$$

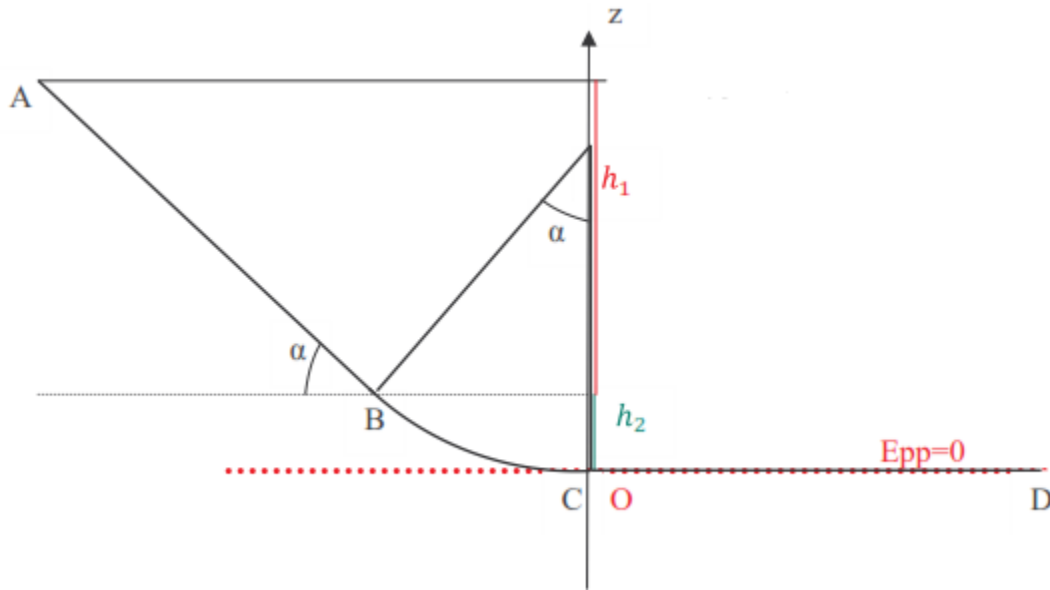
$$W(\vec{P}) = -\frac{(-0,3)}{9,8 \times 0,6 \times \sin 30^\circ} \text{ ت.ع.}$$

$$m = 0,1kg$$

4.1- طاقة الوضع عند النقطة O : $E_{pp}(O)$

لدينا : $E_{pp} = mgz + C$

بما أن المستوى الأفقي المار من A يمثل الحالة المرجعية فإن : $E_{pp}(A) = 0$
مبيناً نجد $d = 0,9m$ ومنه $z_A = dsin\alpha = 0,9 \times \sin 30^\circ$



نستنتج أن : $z_A = 0,45m$
تحديد الثابتة C :

$$E_{pp}(A) = mgz_A + C = 0 \quad C = -mgz_A = -0,1 \times 9,8 \times 0,45 \Leftarrow$$

$$C = -0,44J$$

تعبير طاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp} = mgz - 0,44$$

طاقة الوضع عند النقطة O هي :

$$E_{pp}(O) = 0 - 0,45 \text{ نجد } E_{pp}(O) = -0,45J$$

4.2- التحقق من انحفاظ الطاقة الميكانيكية :

$$\left(\begin{array}{l} E_c(A) = 0 \\ E_{pp}(A) = 0 \end{array} \right) \text{ بالنسبة للنقطة A}$$

$$\left(\begin{array}{l} Ec(O) = -0,45J \\ Epp(O) = 0,45J \end{array} \right) : \text{بالنسبة للنقطة } O$$

- تحديد الطاقة الميكانيكية عند النقطة O :
 $Em(O) = Ec(O) + Epp(O) = -0,45 + 0,45 = 0$
- تحديد الطاقة الميكانيكية عند النقطة A :
 $Em(A) = Ec(A) + Epp(A) = 0 + 0 = 0$
- نستنتج أن الطاقة الميكانيكية تنحفظ .