

## تصحيح تمارين الطاقة الميكانيكية

### تمرين 1:

أثناء حركتها تخضع الساق ل:

-  $\vec{P}$  : وزنها

-  $\vec{R}$  : تأثير محور الدوران ( $\Delta$ ).

نهمل تأثير الهواء .

لدينا  $W(\vec{R})=0$  لأن الإحتكاكات مهملة وبالتالي القوة الوحيدة التي تشغّل هي الوزن  $\vec{P}$  مما يعني أن الطاقة الميكانيكية تحفظ.

**الحالة البدئية :**

طاقة الوضع الثقالية :

$C=0$  بما أن  $E_{pp}=0$  عند  $z=0$  فإن  $E_{pp}=mgz+C$

$E_{pp}=mgz$  :

مع  $z=z_G$

$$z_G = \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \cos\theta = \frac{L}{2}(1 - \cos\theta)$$

$$E_{pp1} = mg \frac{L}{2}(1 - \cos\theta)$$

**الطاقة الحركية :**

$E_{C1}=0$  وبالتالي  $V=0$

**الحالة النهائية :**

طاقة الوضع الثقالية :

$E_{pp2}=0$  وبالتالي  $z=0$

**الطاقة الحركية :**

$$E_{C2} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$$

مع  $\omega$  السرعة الزاوية للساق

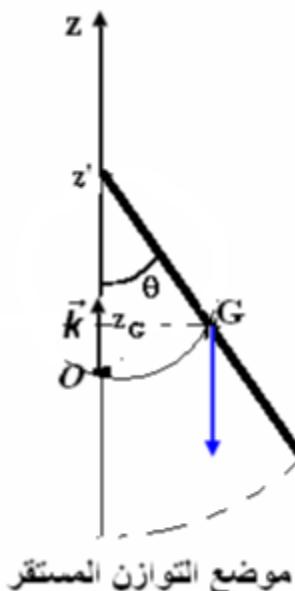
$$E_{m1}=E_{m2}$$

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 = mg \frac{L}{2}(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} m L^2 \omega^2 = mg \frac{L}{2}(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{1}{3} L \omega^2 = g(1 - \cos\theta)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}(1 - \cos\theta)}$$



$$\omega = \sqrt{\frac{3 \times 9,8}{1} (1 - \cos 60^\circ)}$$

$$\omega = 3,83 \text{ rad/s}$$

ت.ع:

تمرين 2:

- تعريف  $Ec(S)$  1

$$E_{\text{c}}(S) = \frac{1}{2} m v^2$$

حسب المبيان الدالة  $v^2 = f(x) = Kx$  خطية معادلتها تكتب :

$$K = \frac{0,6}{0,2} = 3 \text{ m/s}^2$$

وبالتالي :

$$E_{\text{c}}(S) = \frac{1}{2} m \times 3x$$

- تعريف  $Ec(P)$  2

$$E_{\text{c}}(P) = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$$

بما أن الخط غير مدور ولا ينزلق على مجرب البكرة فإن :

$$v^2 = r^2 \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{3x}{r^2}$$

$$E_{\text{c}}(P) = \frac{1}{2} J_{\Delta} \frac{3x}{r^2}$$

$$E_{\text{c}}(P) = \frac{1}{2} J_{\Delta} \frac{x}{r^2}$$

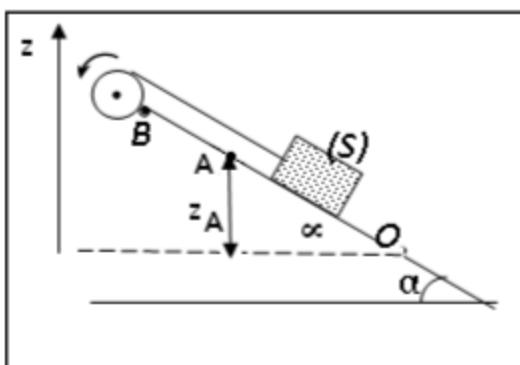
- حساب  $E_{\text{m}}$  3

$$E_{\text{m}}(A) = E_{\text{c}}(A) + E_{\text{pp}}(A)$$

$$E_{\text{c}}(A) = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m \cdot 3d$$

$$E_{\text{c}}(A) = \frac{3}{2} m d$$

بما أن  $E_{\text{pp}} = mgz$  عند  $z=0$  فإن  $E_{\text{pp}}=0$



$$z_A = OA \cdot \sin \alpha = d \cdot \sin \alpha$$

$$E_{\text{pp}}(A) = mg \cdot d \cdot \sin \alpha$$

نستنتج :

$$Em(A) = \frac{3}{2}md + mg \cdot d \cdot \sin\alpha$$

$$Em(A) = m \cdot d \left( \frac{3}{2} + g \sin\alpha \right)$$

4- تحديد قيمة الطاقة الميكانيكية في النقطة B : خلال حركة (S) على المستوى المائل يخضع ل :

-  $\vec{P}$  : وزن الجسم .

-  $\vec{R}$  : تأثير المستوى المائل .

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن شغل القوة  $\vec{R}$  منعدم وبالتالي الطاقة الميكانيكية

$$Em = \text{cte}$$

$$Em(A) = Em(B) : \text{ومنه}$$

$$Em(B) = Em(A) = m \cdot d \left( \frac{3}{2} + g \sin\alpha \right)$$

ت.ع:

$$Em = 500 \cdot 10^{-3} \times 1 \times \left( \frac{3}{2} + 9,8 \sin 30^\circ \right)$$

$$Em = 3,2 \text{J}$$

5- استنتاج : AB

$$Em(B) = Ec(B) + Epp(B) \quad \text{لدينا}$$

لدينا :  $Ec(B) = 0$  لأن الجسم يتوقف عند B .

$$Em(B) = Epp(B) = mgz_B$$

مع :  $z_B = AB \sin\alpha$

$$Em(B) = mg \cdot AB \cdot \sin\alpha$$

$$AB = \frac{Em(B)}{mg \sin\alpha}$$

ت.ع:

$$AB = \frac{3,2}{9,8 \times \sin 30^\circ}$$

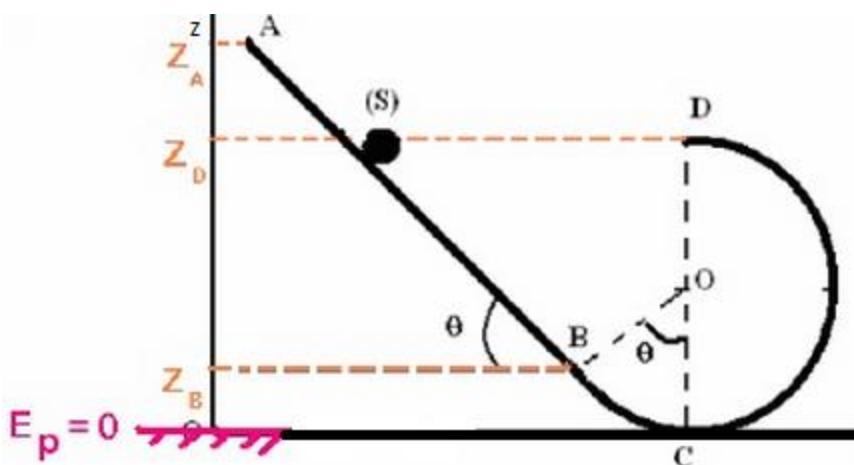
$$AB = 0,65 \text{m}$$

تمرين 3 :

1- الاحتكاكات مهملة :

1-1- الطاقة الميكانيكية

عند النقطة A :



$$Em(A) = Ec(A) + Epp(A)$$

$$Em(A) = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_A + C$$

السرعة منعدمة عند A اذن

$z=0$  عند  $Epp=0$  لأن  $C=0$

$$z_B = r(1-\cos\theta) \quad z_A = z_B + A \sin\theta$$

نفرض بـ  $AB=2m$

نستنتج :

$$Em(A) = mg[r(1-\cos\theta) + 2\sin\theta]$$

$$Em(A) = 0,5 \times 10 \times (0,5(1-\cos 60) + 2\sin 60)$$

$$Em(A) = 9,91J$$

-2-1 الطاقة الحركية وطاقة الوضع الثقالية عند B :

$$Epp(B) = mgz_B = mg r(1-\cos\theta)$$

$$Epp(B) = 0,5 \times 10 \times 0,5(1-\cos 60)$$

$$Epp(B) = 1,25J$$

$$Em(B) = Em(A) = Ec(B) + Epp(B)$$

$$Ec(B) = Em(A) - Epp(B)$$

$$Ec(B) = 9,91 - 1,25$$

$$Ec(B) = 8,68J$$

-3-1 يمكن حساب سرعة الجسم (S) عند النقطة D باستعمال مبرهنة الطاقة الحركية

أو باعتبار انحفاظ الطاقة الميكانيكية :

لدينا :

$$Ec(D) - Ec(A) = W_{A \rightarrow D}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}m(v_D^2 - v_A^2) + 1 = mg(z_D - z_A)$$

$$v_A = 0$$

$$z_A = z_B + A \sin\theta \quad \text{و} \quad z_D = 2r$$

$$\frac{1}{2}mv_D^2 = mg\{[r(1 - \cos\theta) + 2\sin\theta] - 2r\}$$

$$v_D^2 = 2g[2\sin\theta - r(1 + \cos\theta)]$$

$$v_D = \sqrt{2g[2\sin\theta - r(1 + \cos\theta)]}$$

ت.ع:

$$v_D = \sqrt{2 \times 10[2\sin 60 - 0,5(1 + \cos 60)]}$$

$$v_D = 4,43m/s$$

-2-2 استنتاج f

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على (S) بين A و B نكتب :

$$Ec(B) - Ec(A) = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mg(z_A - z_B) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R_N}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{f})$$

مع :  $W_{A \rightarrow B}(\vec{R_N}) = 0$  لأن  $R_N$  عمودية على المتجهة

$$z_A - z_B = AB \sin \theta$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB} = f \cdot AB \cos 180 = -f \cdot AB$$

نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgAB \sin \theta + 0 - f \cdot AB$$

$$f \cdot AB = -\frac{1}{2}mv_B^2 + mgAB \sin \theta$$

$$f = m(g \sin \theta - \frac{v_B^2}{2AB})$$

$$f = 0,5(10 \times \sin 60 - \frac{4,43^2}{2 \times 2})$$

$$f = 1,88N$$

تمرين 4 :

- تعبير طاقة الوضع الثقالية :  $Epp = mgz + C$

عند  $z = 0$  ،  $Epp = 0$

نستنتج  $Epp = mgz$  و  $C = 0$

عند النقطة A :  $z_A = h_1 + h_2$

$$h_1 = AB \sin \alpha$$

$$h_2 = r - r \cos \alpha = r(1 - \cos \alpha)$$

$$z_A = AB \sin \alpha + r(1 - \cos \alpha)$$

تعبير طاقة الوضع الثقالية عند النقطة A :

$$Epp_A = mg[AB \sin \alpha + r(1 - \cos \alpha)]$$

تعبير الطاقة الميكانيكية في الموضع A :

$$Em_A = Epp_A + Ec_A$$

$Em_A = Epp_A$  إذن :  $Ec_A = 0$

$$Em_A = mg[AB \sin \alpha + r(1 - \cos \alpha)]$$

ت.ع:

$$Em_A = Epp_A = 0,6 \times 9,81 \times (3 \times \sin 50^\circ + 0,80(1 - \cos 50^\circ))$$

$$Em_A = Epp_A = 15,20J$$

2- في الموضع B :  
طاقة الوضع الثقالية :

$$Epp_B = mgz_B$$

مع :  $z_B = r(1 - \cos\alpha)$

$$Epp_B = mgr(1 - \cos\alpha)$$

ت.ع:

$$Epp_B = 0,6 \times 9,81 \times 0,80 \times (1 - \cos 50^\circ)$$

$$Epp_B = 1,68J$$

الطاقة الحرية :

باعتبار الاحتكاكات مهملة ، فإن الطاقة الميكانيكية تحفظ :  $Em_A = Em_B$

$$Em_B = Epp_B + Ec_B$$

$$Ec_B = Em_B - Epp_B$$

ت.ع:  $Ec_B = 15,20 - 1,68$

$$Ec_B = 13,52J$$

3- في الموضع C :

الجسم في الحالة المرجعية  $Epp_C = 0$

تحفظ الطاقة الميكانيكية :  $Em_C = Em_A$

$$Em_C = Ec_C$$

نستنتج أن :  $Ec_C = 15,20J$

4- تناقص الطاقة الميكانيكية بين النقطتين C و D بسبب الاحتكاك :

تغير الطاقة الميكانيكية يساوي شغل قوى الاحتكاك :

$$Em_C - Em_D = W_f$$

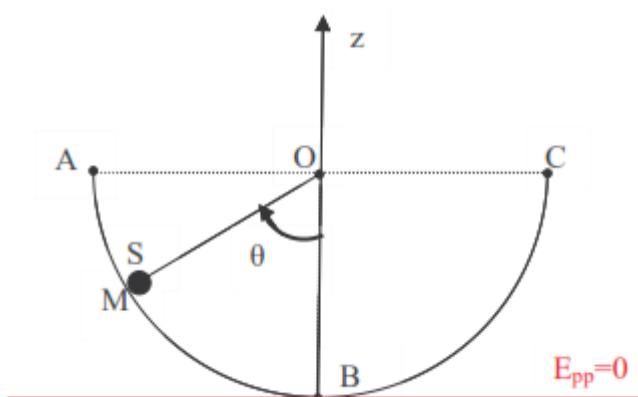
$Em_C = 0$  و  $Epp_C = 0$  نستنتج أن  $Ec_C = 0$

$$W_f = -Em_C$$

$$W_f = -15,20J$$

كمية الحرارة الناتجة عن الاحتكاك هي  $Q = 15,20J$

تمرين 5:



1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم :

$$Epp = mgz + C$$

عند  $z=0$  لدينا  $z=-R$  :

$C = mg(-R) + C$  وبالتالي :

ومنه :

$$Epp = mgz + mgR$$

$$Epp = mg(z+R)$$

1.1- تعبير الطاقة الميكانيكية عند النقطة A :

$$Em_A = Ec_A + Epp_A$$

$$v_A = 0 \text{ لأن } Ec_A = 0$$

$$Epp_A = mgR : \text{ ومنه } z_A = 0 \text{ مع } Epp_A = mg(z_A + R)$$

نستنتج :

$$Em_A = mgR$$

$$Em_A = 100.10^{-3} \times 9,8 \times 20.10^{-2}$$

$$Em_A = 0,20J$$

1.2- بما أن الحركة تتم بدون احتكاك فإن الطاقة الميكانيكية تحفظ ،

$$Em_A = Em_B : \text{ وبالتالي}$$

$$Em_B = 0,20J : \text{ نستنتج}$$

2- سرعة S عند النقطة B :

$$Em_B = Ec_B + Epp_B$$

$$\text{الحالة المرجعية } Epp_B = 0 \text{ و } Ec_B = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$Em_B = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2 = \frac{2Em_B}{m}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2Em_B}{m}}$$

$$v_B = 2m \cdot s^{-1} \text{ نجد } v_B = \sqrt{\frac{2 \times 0,2}{100.10^{-3}}} : \text{ ت.ع.}$$

3- بعد النقطة B يستمر S في حركته حتى التوقف عند النقطة C ، حيث انحفاظ الطاقة الميكانيكية :

$$Em_C = \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(z_C + R)$$

$$v_C = 0 \text{ و } Em_A = Em_C : \text{ لدينا}$$

$$Em_C = mg(z_C + R)$$

$$mg(z_C + R) = mg(z_A + R)$$

$$z_C + R = z_A + R$$

$$z_C = z_A = 0$$

4- بما أن الطاقة الكينية تحفظ فإن الجسم S ينجز حركة تذبذبية من ذهاب وإياب بين C و B .

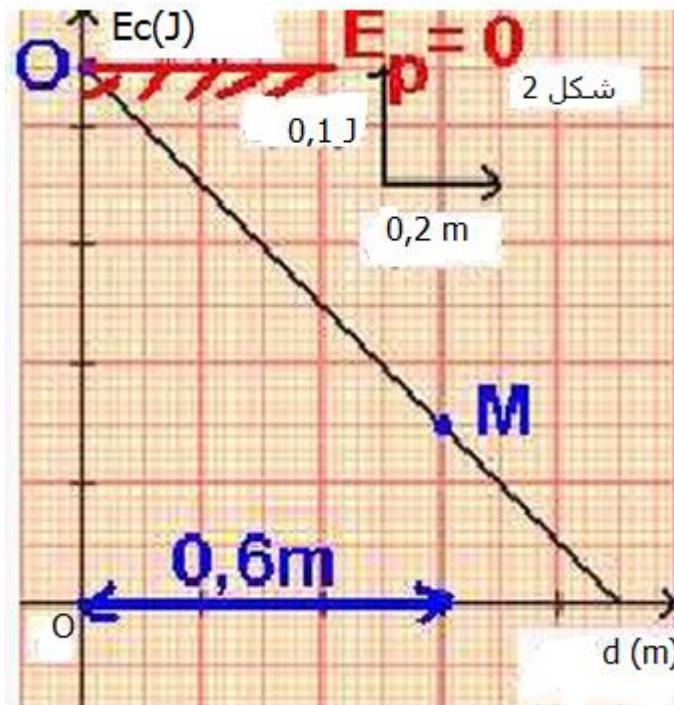
تمرين 6 :

1- نص مبرهنة الطاقة الحكية :

يساوي تغير الطاقة الحكية لجسم صلب في إزاحة أوفي دوران حول محور ثابت ، بين لحظتين المجموع الجبri لأشغال كل القوى المطبقة على الجسم بين هاتين اللحظتين .

$$\Delta Ec = Ec_2 - Ec_1 = \sum W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}_i)$$

2- مبيانيا النقطة O نقطة الانطلاق نجد  $Ec(O) = 0,45 \text{ J}$  ونقطة الوصول M نجد  $Ec(M) = 0,15 \text{ J}$  حيث :  $OM = d = 0,6 \text{ m}$



3- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم بين النقطتين O و M :

$$\Delta Ec = Ec(M) - Ec(O) = W_{O \rightarrow M}(\vec{P}) + W_{O \rightarrow M}(\vec{R})$$

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن :

$$W_{O \rightarrow M}(\vec{R}) = 0$$

وبالتالي :

$$W_{O \rightarrow M}(\vec{P}) = Ec(M) - Ec(O) = 0,15 - 0,45$$

$$W_{O \rightarrow M}(\vec{P}) = -0,3 \text{ J}$$

4- ليكن m كتلة الجسم S :

لدينا :

$$h = d \cdot \sin \alpha \text{ مع } W(\vec{P}) = -mgh$$

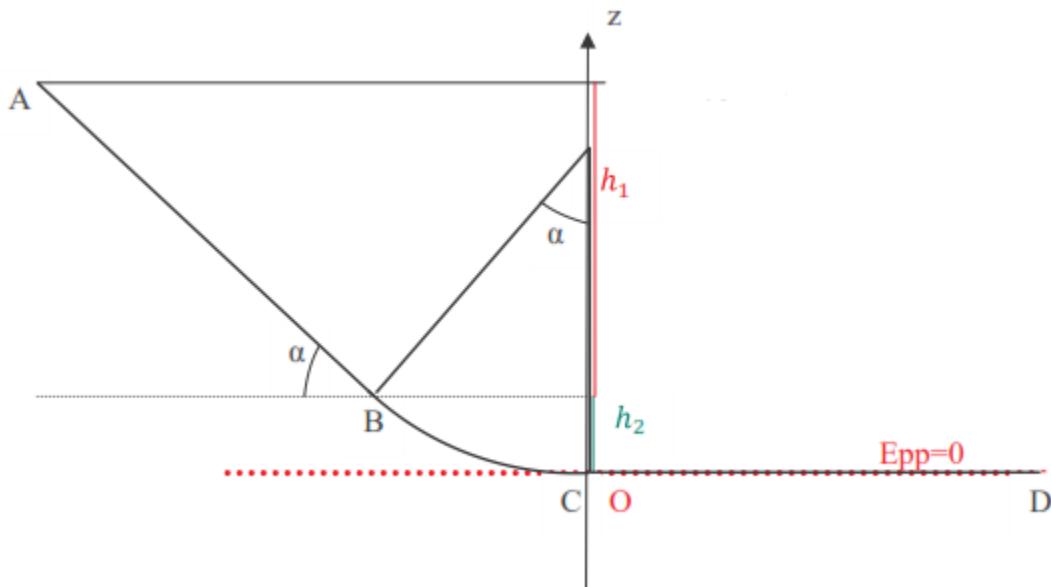
$$W(\vec{P}) = -mgds \sin \alpha$$

$$m = -\frac{W(\vec{P})}{gdsin\alpha}$$

$$W(\vec{P}) = -\frac{(-0,3)}{9,8 \times 0,6 \times \sin 30^\circ}$$

$$m = 0,1 \text{ kg}$$

4.1- طاقة الوضع عند النقطة O :  $Epp(O) = 0$   
 لدينا :  $Epp = mgz + C$   
 بما أن المستوى الأفقي المار من A يمثل الحالة المرجعية فإن :  $Epp(A) = 0$   
 مبيانيا نجد  $d = 0,9 \text{ m}$  ومنه  $d = 0,9 \times \sin 30^\circ$  و  $z_A = dsin\alpha = 0,9 \times \sin 30^\circ$



نستنتج أن :  $z_A = 0,45 \text{ m}$  :  
 تحديد الثابتة C :

$$Epp(A) = mgz_A + C = 0C = -mgz_A = -0,1 \times 9,8 \times 0,45 \Leftarrow \\ C = -0,44 \text{ J}$$

تعبير طاقة الوضع الثقالية :  
 $Epp = mgz - 0,44$

طاقة الوضع عند النقطة O هي :  
 $Epp(O) = -0,45 \text{ J}$  نجد  $Epp(O) = 0 - 0,45$

4.2- التحقق من انحفظط الطاقة الميكانيكية :  
 $\begin{cases} Ec(A) = 0 \\ Epp(A) = 0 \end{cases}$  بالنسبة للنقطة A

$$\begin{cases} Ec(O) = -0,45J \\ Epp(O) = 0,45J \end{cases}$$
 بالنسبة للنقطة O:

- تحديد الطاقة الميكانيكية عند النقطة O :  
$$Em(O) = Ec(O) + Epp(O) = -0,45 + 0;45 = 0$$
- تحديد الطاقة الميكانيكية عند النقطة A :  
$$Em(A) = Ec(A) + Epp(A) = 0 + 0 = 0$$
- نستنتج أن الطاقة الميكانيكية تحفظ .