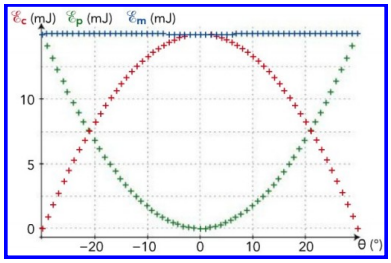
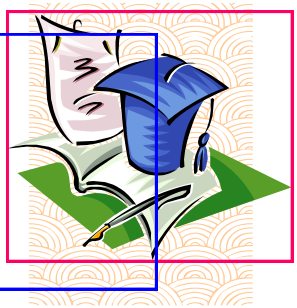
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



الجزء I : الشغل الميكانيكي و الطاقة

الدرس 4 : طاقة الوضع الثقالية و الطاقة الميكانيكية

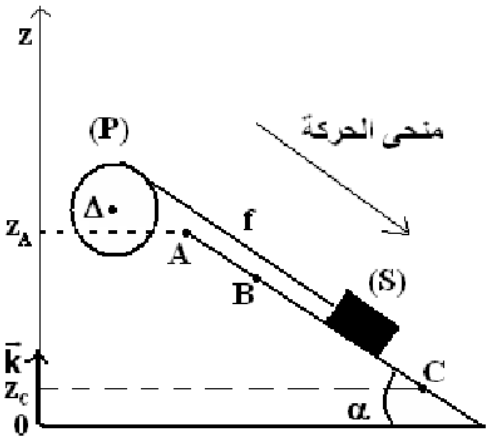
السلسلة ④ II



α

التمرين 01

I) نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل جانبه و المكونة من :



- بكرة (P) بإمكانها الدوران حول محور ثابت أفقي Δ ، شعاعها r=5cm و عزم قصورها J_Δ بالنسبة للمحور Δ .
- خيط (f) ملفوف حول مجرى البكرة. نعتبره غير مدود و كتلته مهملة.
- جسم (S) كتلته m=0,5kg موضوع على مستوى (π) مائل بزاوية α=30° بالنسبة للمستوى الأفقي و مرتبط بالطرف الحر للخيط (f).

نطلق الجسم S من أعلى نقطة على المستوى المائل بدون سرعة بدئية ، و نعتبر حركة الجسم على المستوى المائل تتم بدون احتكاك.

1- بواسطة جهاز ملائم نقيس سرعة الجسم عند مروره بالنقطتين A و B فنجد ان v_A=0,5m/s و v_B=2,5m/s و المسافة AB=62,5cm .

1-1 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد تعبير الشغل $W_{A\to B}(\vec{F})$ ، حيث F القوة التي يطبقها الخيط على الجسم S.

2-1 أحسب $W_{A\to B}(\vec{F})$ و استنتج شدة القوة F .

2- لإيجاد قيمة عزم القصور J_Δ للبكرة بالنسبة للمحور (P) نقوم بالدراسة التجريبية التالية: عندما يقطع الجسم المسافة AB تدور البكرة بزاوية Δθ .

1-2 أوجد العلاقة بين الزاوية Δθ و المسافة AB .

2-2 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة (P) بين أن $J_\Delta = \dfrac{2.F.AB.r^2}{V_B^2 - V_A^2}$ أحسب J_Δ .

3- في الواقع أن الجزء BC من المستوى المائل خشن أي أن حركة الجسم على هذا الجزء تتم باحتكاك بحيث ينتج عن هذه الإحتكاكات توقف الجسم S عند النقطة C. نأخذ المستوى الأفقي المار من A كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

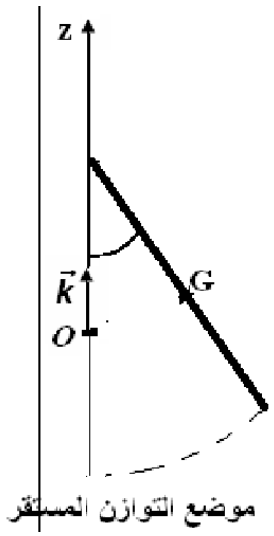
1-3 أعط تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم S باعتبار هذه الحالة المرجعية .

2-3 بين أن تغير طاقة الوضع الثقالية بين B و C لا تتعلق بالحالة المرجعية المختارة.

3-3 أوجد تغير الطاقة الميكانيكية عند انتقال الجسم S من B إلى C . أحسب قيمته. نعطي BC=100cm .

4-3 استنتج الطاقة المفقودة على شكل حرارة اثناء الإنتقال BC.

5-3 استنتج قيمة شدة قوة الإحتكاك التي نعتبرها ثابتة خلال هذا الجزء.



II) ساق متجانسة كتلتها m و طولها l=1m قابلة للدوران،بدون احتكاك، حول محور (Δ) افقي يمر من أحد طرفيها. عزم قصور الساق بالنسبة للمحور (Δ) هو: $J_\Delta = \frac{1}{3}m\ell^2$

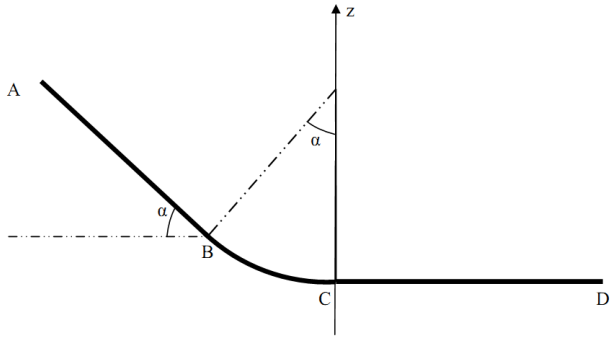
نزيح الساق عن موضع توازنها المستقر الرأسي بزاوية ثم نحررها بدون سرعة بدئية. نأخذ E_{pp}=0 عند z=0 . أحسب السرعة الزاوية لمركز قصور الساق عندما تمر من موضع توازنه المستقر. نعطي شدة الثقالة g=10N/kg .

"الحياة إما أن تكون مغامرة جريئة...أو لاشيء..." هيلين كيلر

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين 02



نعتبر جسما صلبا كتلته $m = 0,6kg$ ، قابلا للحركة على المسار ABCD المكون من :

- AB جزء مستقيمي طوله $AB = 3m$ مائل بالزاوية $\alpha = 50°$ بالنسبة للمستوى الأفقي .
- BC جزء من دائرة شعاعها $r = 80cm$.
- CD جزء مستقيمي أفقي طوله $CD = 3m$.

نطلق الجسم S من النقطة A بدون سرعة بدئية ، الحركة على المسار ABC تتم بدون احتكاك.

نختار المستوى الأفقي المار من C مرجعا لطاقة الوضع الثقالية.

نعتبر النقطة C أصلا للأناسيب.

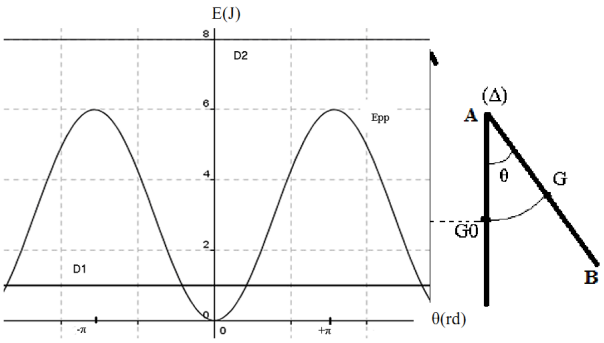
1. عبر عن طاقة الوضع الثقالية والطاقة الميكانيكية للجسم S في الموضع A .أحسب قيمها.
2. أحسب كلا من طاقة الوضع الثقالية والطاقة الحركية للجسم S في الموضع B.
3. أحسب كلا من طاقة الوضع الثقالية والطاقة الحركية للجسم S في الموضع C.
4. يصل الجسم S عند النقطة D بسرعة منعدمة.أحسب شدة قوة الاحتكاك بين النقطتين C و D .

استنتج كمية الحرارة المحررة خلال الانتقال CD .

التمرين 03

نعتبر نواسا وازنا مكونا من قضيب متجانس طوله $AB = 2l = 80\ cm$ وكتلته m=400g ، يدور بدون احتكاك في مستوى رأسي في مجال الثقالة g=10N/kg حول محور Δ أفقي يمر من طرفه A .

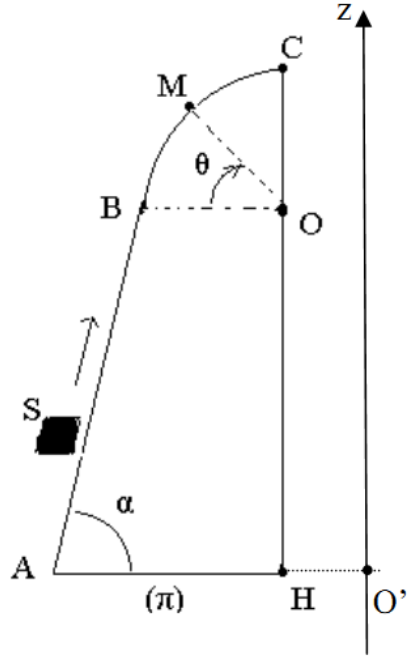
نعطي للنواس طاقة حركية Ec عند سكونه بموضع توازنه المستقر.يمثل الشكل مخطط الطاقة للمجموعة بدلالة الزاوية θ التي يقيمها النواس مع الخط الرأسي بالنسبة لتجربتين مختلفتين .



1. التجربة الأولى: $E_C = E_{C1}$: المستقيم D_1 يمثل تغيرات الطاقة الميكانيكية للمجموعة.
   1.1. أوجد مبيانيا E_{C1} .
   1.2. استنتج θ_{max} القيمة القصوية للزاوية θ .صف حركة النواس .
2. التجربة الثانية: $E_C = E_{C2}$: المستقيم D_2 يمثل تغيرات الطاقة الميكانيكية للمجموعة .
   2.1. أوجد مبيانيا E_{C2} .
   2.2. حدد مبيانيا قيمتي $E_{C\max}$ و $E_{C\min}$ ثم ω_{max} و ω_{min} وهي على التوالي القيم القصوية والدنوية للطاقة الحركية ثم للسرعة الزاوية للنواس .

نعطي تعبير عزم قصور النواس بالنسبة للمحور Δ : $J_\Delta = \frac{1}{3}mL^2$.

التمرين 04



نعتبر المدار ABC المكون من الجزء المستقيمي AB والجزء الدائري $\overset{\frown}{BC}$ شعاعه r=OB=OC .

نرسل من النقطة A جسما (S) كتلته m = 50 g شبيه بنقطة مادية بسرعة $v_A = 5ms^{-1}$ نحو الأعلى في الاتجاه AB . فينزلق على الجزء AB ليصل إلى النقطة B بالسرعة V_B .

نعتبر المستوى (π) مرجعا لطاقة الوضع الثقالية .

نعطي : $\alpha = 60°$ ، $g=10m.s^{-2}$ ، $AB = 2r = 1m$.

باستعمال تغير الطاقة الميكانيكية للجسم S ، أوجد :

1. تعبير السرعة V_B . أحسب قيمتها .
2. تعبير السرعة V_M بنقطة M من القوس $\overset{\frown}{BC}$.

استنتج قيمة الزاوية θ_{max} الأفصول الزاوي للنقطة M حيث يتوقف الجسم S.

3. أعط تعبير و أحسب قيمة السرعة الدنوية التي يجب أن ينطلق بها الجسم S من النقطة A لكي يصل إلى النقطة C في الحالتين التاليتين :
   3.1. الحركة تتم بدون احتكاك طول السكة ABC.
   3.2. الحركة تتم باحتكاك طول السكة ABC حيث قوة الاحتكاك $\vec{f}$ تبقى مماسة للمسار وشدتها ثابتة $f = 0,2\ N$.

"الحياة إما أن تكون مغامرة جريئة...أو لاشيء..." هيلين كيلر

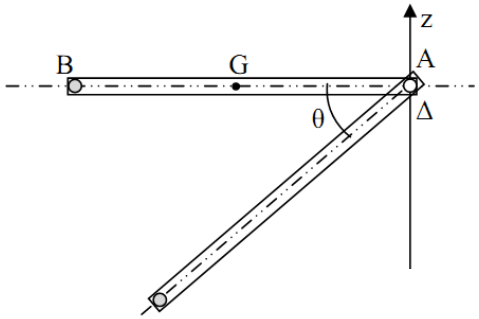
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

α

التمرين 05

نعتبر مجموعة ميكانيكية مكونة من عارضة AB متجانسة مركز قصورها G،طولها L و كتلتها m،يمكن أن تدور بدون احتكاك حول المحور Δ الأفقي المار من النقطة A.تعبير عزم قصور المجموعة بالنسبة للمحور Δ : $J_\Delta = \frac{1}{3}mL^2$.



نعتبر المستوى الأفقي المار من A كمرجع لطاقة الوضع الثقالية والنقطة A كأصل لمحور الأناسيب Az .

نحرر العارضة وهي في وضعها الأفقي بدون سرعة بدئية.معطيات: $L=1,2m$ ، $g=10N.kg^{-1}$.

1. أعط تعبير الطاقة الميكانيكية للعارضة عند مرورها من الموضع ذي الأفصول θ بدلالة m،g،L،ω و θ.
2. بتطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية ، أوجد تعبير السرعة الزاوية ω للعارضة عند مرورها بالموضع ذي الأفصول الزاوي θ .
3. أحسب ω بالنسبة للموضع $\theta=60°$.
4. أوجد تعبير السرعة الخطية للنقطة B عند مرور المجموعة من موضع توازنها المستقر .أحسب قيمة هذه السرعة.
5. أوجد بدلالة L و g تعبير السرعة الزاوية الدنوية البدئية التي يجب أن تنطلق بها العارضة من موضعها الأفقي لكي تتمكن من الدوران دورة كاملة. أحسب قيمتها .

الحلول

التمرين 01

(I

1 ـ شغل القوة $\vec{F}$ المطبقة من طرف الخيط على الجسم :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \frac{m}{2}(v_B^2 - v_A^2) - mgAB\sin\alpha$$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = -6,25.10^{-2}J$$

شدة القوة $\vec{F}$

$$F = -\frac{W_{A\to B}(\vec{F})}{AB} = 0,1N$$

2 ـ 1 العلاقة بين الزاوية $\Delta\theta$ والمسافة AB : $AB = R\Delta\theta$

2 ـ 2 نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة P :

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega_B^2 - \frac{1}{2}J_\Delta\omega_A^2 = \mathcal{M}_\Delta.\Delta\theta + W_{A\to B}(\vec{R}) + W_{A\to B}(\vec{P}_p)$$

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = 0, W_{A\to B}(\vec{P}_p) = 0$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega_B^2 - \frac{1}{2}J_\Delta\omega_A^2 = \mathcal{M}_\Delta.\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{AB}{R}, \omega_A = \frac{v_A}{R}, \omega_B = \frac{v_B}{R}$$

وبالتالي $J_\Delta(v_B^2 - v_A^2) = 2R^2AB.F$ أي أن

$$J_\Delta = \frac{2R^2AB.F}{v_B^2 - v_A^2}$$

تطبيق عددي : $J_\Delta = 0,521.10^{-4}kg.m^2$

3 ـ الجزء BC خشن . وناخذ المستوى المار من النقطة A كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية .

3 ـ 1 تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم S باعتبار الحالة المرجعية أعلاه :

نأخذ $E_{pp} = 0$ عند $z = z_A$ وبالتالي : $E_{pp} = mgz + C$: $C = -mgz_A$

تعبير طاقة الوضع الثقالية هو :

$$E_{pp} = mg(z - z_A)$$

3 ـ 2 : نبين أن طاقة الوضع الثقالية لا تتعلق بالحالة المرجعية :

$$\Delta E_{pp} = E_{pp}(C) - E_{pp}(B) = mg(z_C - z_A) - mg(z_B - z_A)$$

$$\Delta E_{pp} = mg(z_C - z_B)$$

وبالتالي فإن تغير طاقة الوضع لا يتعلق بالحالة المرجعية .

3 ـ 3 وتغير الطاقة الميكانيكية هو $\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_C$

* تعبير طاقة الوضع في الجزء BC : نعطي $BC = 100cm$

وحسب الشكل فإن $z_C - z_B = -BC.\sin\alpha$ وبالتالي فتعبير تغير طاقة الوضع $\Delta E_{pp} = mg(z_C - z_B)$ الثقالية هو كالتالي :

$$\Delta E_{pp} = -mgBC\sin\alpha$$

* تعبير تغير الطاقة الحركية بين B و C .

$v_C = 0$ وبالتالي $\Delta E_C = -\frac{1}{2}mv_B^2$

وبالتالي فتعبير تغير الطاقة الميكانيكية : $\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_C =$

$$\Delta E_m = E_m(C) - E_m(B) = E_{pp}(C) + E_C(C) - E_{pp}(B) - E_C(B)$$

$$\Delta E_m = E_{PP}(C) - E_{pp}(B) + E_C(C) - E_C(B)$$

$$\Delta E_m = -mgBC\sin\alpha - \frac{1}{2}mv_B^2$$

تطبيق عددي : $\Delta E_{pp} = -250.10^{-2}J$ و $\Delta E_C = -1,56J$ وبالتالي $\Delta E_m = -4,06J$

3 ـ 4 يتبين من خلال هذه النتيجة أن الطاقة الميكانيكية لا تنحفظ أي أنها تتحول إلى طاقة حرارية Q بحيث أن $\Delta E_m = -Q$

وبالتالي فالطاقة المفقودة على شكل حرارة هي : $Q = 4,06J$.

3 ـ 5 : لدينا $\Delta E_m = W(\vec{f}) \Rightarrow \Delta E_m = -f.BC$

$f = -\frac{\Delta E_m}{BC}$: تطبيق عددي : $f = 4,06N$.

(II

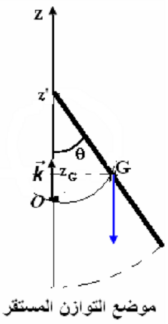
حساب السرعة الزاوية لمركز قصور الساق عند مروره من موضع توازنه المستقر :

القوى المطبقة على الساق هي :

$\vec{P}$ وزن الساق ، $\vec{R}$ تأثير المحور على الساق .

شغل القوة $\vec{R}$ منعدم وفي غياب الاحتكاكات القوة الوحيدة التي تنجز شغلا هي وزن الجسم أي أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية .

الحالة البدئية : $E_{C1} = 0$ لأن $\omega_1 = 0$



نأخذ كحالة مرجعية $E_{pp_1} = mgz$ بحيث أن $z = \frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)$

($E_{pp} = 0$ عند $z = 0$)

أي أن $E_{pp_1} = \frac{mg\ell}{2}(1-\cos\theta)$ وبالتالي فالطاقة الميكانيكية هي :

$$E_{m_1} = \frac{mg\ell}{2}(1-\cos\theta)$$

الحالة النهائية : $E_{C_2} = \frac{J_\Delta\omega_2^2}{2}$ و $E_{pp_2} = 0$ وبالتالي فالطاقة الميكانيكية النهائية هي : $E_{m_2} = \frac{J_\Delta\omega_2^2}{2}$

بما أن

$$J_\Delta = \frac{1}{3}m\ell^2 \Rightarrow E_{m_2} = \frac{m\ell^2\omega_2^2}{6}$$

هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية للساق أي أن $E_{m_1} = E_{m_2}$

بحيث أن $\frac{m\ell^2\omega_2^2}{6} = \frac{mg\ell}{2}(1-\cos\theta)$

$\omega_2 = \sqrt{\frac{3g}{\ell}(1-\cos\theta)}$ تطبيق عددي : $\omega_2 = 3,83m/s$.

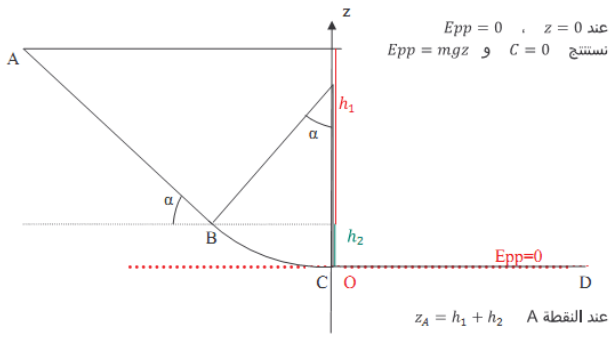
"الحياة إما أن تكون مغامرة جريئة...أو لاشيء..." هيلين كيلر

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين 02

1. تعبير طاقة الوضع الثقالية : $Epp = mgz + C$.



عند $z = 0$ ، $Epp = 0$

نستنتج $C = 0$ و $Epp = mgz$

عند النقطة A $z_A = h_1 + h_2$

h_1=ABsinα

h_2=r(1-cosα) h_2= r-r cosα

نستنتج تعبير طاقة الوضع الثقالية بالنقطة A : $z_A = ABsin\propto + r(1 - cos\propto)$

$Epp_A = mgz_A \Rightarrow Epp_A = mg(ABsin\propto + r(1 - cos\propto))$

تعبير الطاقة الميكانيكية بالنقطة A : $Em_A = Epp_A + Ec_A$

$Ec_A = 0$ إذن $Em_A = Epp_A$ ، $Em_A = mg(ABsin\propto + r(1 - cos\propto))$

تطبيق عددي : $Em_A = Epp_A = 15,20\,J$

2. في الموضع B : $Epp_B = mgz_B$

$z_B = r(1 - cos\propto)$ ، $Epp_B = mgr(1 - cos\propto)$

تطبيق عددي : $Epp_B = 1,68\,J$

تعبير الطاقة الحركية : في غياب الإحتكاك ، تنحفظ الطاقة الميكانيكية ، إذن $Em_B = Em_A$

$Em_B = Epp_B + Ec_B$ نستنتج $Ec_B = Em_B - Epp_B$

تطبيق عددي : $Ec_B = 13,25\,J$.

3. في الموضع C : $Epp_C = 0$ (الحالة المرجعية)

تعبير الطاقة الحركية : في غياب الإحتكاك ، تنحفظ الطاقة الميكانيكية ، إذن $Em_C = Em_A$

نستنتج $Em_C = Ec_C$ $Ec_C = 15,20\,J$

4. بين C و D ، الحركة تتم باحتكاك ، الطاقة الميكانيكية تتناقص.

تغير الطاقة الميكانيكية يساوي شغل قوى الإحتكاك :

$Em_C - Em_D = W_f$

نستنتج $Em_C = 0$ و $Ec_C = 0$ $Epp_C = 0$

$W_f = -15,20\,J$ $W_f = -Em_C$

كمية الحرارة الناتجة عن الإحتكاك هي $Q = 15,20\,J$.

التمرين 03

.1

1.1. عند θ=0 ، Epp=0 و Ec=Ec₁=0 إذن Em₁=Ec₁

. Ec₁=1J

1.2. الطاقة الميكانيكية تنحفظ أثناء الحركة:

عند θ=0 : Em₁=Ec₁

عند $\theta=\theta_{max}$:

$Em_1 = Epp_{max} + Ec$

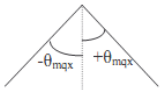
$Ec = 0 \Rightarrow Em_1 = Epp_{max} \Rightarrow Em_1 = mgl(1 - \cos\theta_{max})$

$\Rightarrow Ec_1 = mgl(1 - \cos\theta_{max})$

$\Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{Ec_1}{mgl}$

تطبيق عددي : $\cos\theta_{max} = 0,375 \Rightarrow \theta_{max} = 68°$

حركة النواس تذبذبية حول وضع التوازن المستقر بين الزاويتين $-\theta_{max}$ و $+\theta_{max}$.

التجربة 1	التجربة 2
	

.2

2.1. عند θ=0 ، Epp=0 و $Ec=Ec_2=0$ إذن Em₂=Ec₂

. Ec₂=8J

2.2. عندما تكون قيمة Epp دنوية تكون قيمة Ec قصوية ، لأن مجموعهما ثابت .

مبيانيا :

$\theta = 0 \quad Epp_{min} = 0 \;,\; Ec_{max} = Em_2 \Rightarrow Ec_{max} = 8J$

$\theta = \pi \quad Epp_{max} = 6J \;,\; E_{C\,min} + Epp_{max} = Em_2$

$\Rightarrow E_{C\,min} = Em_2 - Epp_{max} \Rightarrow E_{C\,min} = 2J$

$Ec_{max} = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_{max}^2 \Rightarrow \omega_{max} = \sqrt{\frac{2Ec_{max}}{J_\Delta}} = \sqrt{\frac{6Ec_{max}}{mL^2}}$

تطبيق عددي : $\omega_{max} = 27,40\,rd.s^{-1}$

$\omega_{min} = \sqrt{\frac{6Ec_{min}}{mL^2}}$

تطبيق عددي : $\omega_{min} = 13,70\,rd.s^{-1}$

حركة النواس في التجربة الثانية ليست تذبذبية ، بل دورانية ،حيث يمر من موضع توازنه المستقر بالسرعة الزاوية القصوية ومن موضع توازنه الغير مستقر بالسرعة الزاوية الدنوية.

التمرين 04

.1

تعبير طاقة الوضع الثقالية : $Epp = mgz + C$

$z = 0 , Epp = 0 \Rightarrow C = 0$

نستنتج : $Epp = mgz$

تعبير الطاقة الميكانيكية: $Em = Epp + Ec$

عند النقطة A :

$Epp_A = 0 \;;\; Ec_A = \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow Em_A = \frac{1}{2}mv_A^2$

عند النقطة B :

$Epp_B = mgz_B \;;\; Ec_B = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow Em_A = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$

بسبب غياب الاحتكاك ، تنحفظ الطاقة الميكانيكية

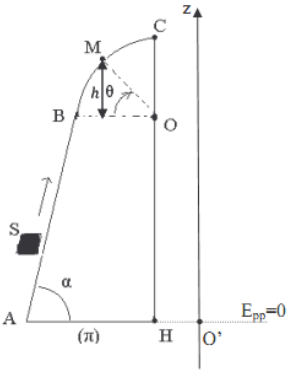
طول المسار AB :

$Em_A = Em_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$

$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gz_B}$

$z_B = AB\sin\alpha \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gAB\sin\alpha}$

تطبيق عددي : $v_B = \sqrt{25 - 2\times10\times\sin 60} = 2,77\,m.s^{-1}$



.2

تعبير الطاقة الميكانيكية بالنقطة M :

$Em_M = Epp_M + Ec_M$

$Ec_M = \frac{1}{2}mv_M^2 \qquad Epp_M = mgz_M$

$z_M = z_B + h = AB\sin\alpha + r\sin\theta$

$\Rightarrow Em_M = mg(AB\sin\alpha + r\sin\theta) + \frac{1}{2}mv_M^2$

$Em_M = Em_A$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mg(AB\sin\alpha + r\sin\theta) + \frac{1}{2}mv_M^2$

$\Rightarrow v_M = \sqrt{v_A^2 - 2g(AB\sin\alpha + r\sin\theta)}$

عندما يتوقف الجسم S :

$v_M = 0 \Rightarrow v_A^2 - 2g(AB\sin\alpha + r\sin\theta_{max}) = 0$

$\Rightarrow \sin\theta_{max} = \frac{1}{r}(\frac{v_A^2}{2g} - AB\sin\alpha)$

تطبيق عددي : $\sin\theta_{max}=0,77 \Rightarrow \theta_{max}=50°$

.3

3.1. الحركة تتم بدون احتكاك ، الطاقة الميكانيكية تنحفظ :

نحدد قيمة السرعة الدنوية التي يجب أن ينطلق بها الجسم لكي يبلغ النقطة C بدون سرعة :

"الحياة إما أن تكون مغامرة جريئة...أو لاشيء..." هيلين كيلر

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

$$Em_C = Em_A$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(AB\sin\alpha + r) = \frac{1}{2}mv_{A\min}^2$$
$$\Rightarrow v_C = 0 \Rightarrow v_{A\min} = \sqrt{2g(AB\sin\alpha + r)}$$
تطبيق عددي : $v_{A\min} = 5,22\ ms^{-1}$

3.2. فرق الطاقة الميكانيكية بين A و C يساوي شغل قوى الإحتكاك من A حتى C :
$$Em_C - Em_A = W(\vec{f})$$
$$(\frac{1}{2}mv_C^2 + mgz_C) - (\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A) = W(\vec{f})$$
$$W(\vec{f}) = -f.AB - f\frac{2\pi r}{4} = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$
$$v_C = 0 \ ; \ z_A = 0 \Rightarrow mgz_C - \frac{1}{2}mv_{A\min}^2 = W(\vec{f})$$
$$\Rightarrow mgz_C - \frac{1}{2}mv_{A\min}^2 = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$
$$\Rightarrow mg(AB\sin\alpha + r) - \frac{1}{2}mv_{A\min}^2 = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$
$$\Rightarrow v_{A\min} = \sqrt{2g(AB\sin\alpha + r) + \frac{f}{m}(2AB + \pi r)}$$
تطبيق عددي : $v_{A\min} = 6,45\ m.s^{-1}$

التمرين 05

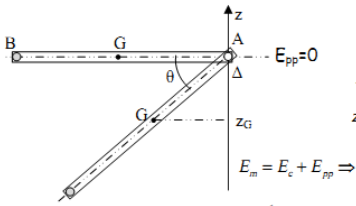
1. تعبير الطاقة الميكانيكية للعارضة عند مرورها من الموضع ذي الأفصول θ بدلالة ω،L،g،m و θ:

تعبير الطاقة الحركية : $E_c = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$.

تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = mgz_G + C$

عند z=0 إذن C=0 و $E_{pp} = mgz_G$

$E_{pp}=0$



$$z_G = -\frac{L}{2}\sin\theta \Rightarrow E_{pp} = -mg\frac{L}{2}\sin\theta$$

نستنتج تعبير Em :
$$E_m = E_c + E_{pp} \Rightarrow \boxed{E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2 - mg\frac{L}{2}\sin\theta}$$

$$J_\Delta = \frac{1}{3}mL^2 \Rightarrow E_m = \frac{1}{6}mL^2\omega^2 - mg\frac{L}{2}\sin\theta \Rightarrow \boxed{E_m = \frac{mL}{2}\left(\frac{L\omega^2}{3} - g\sin\theta\right)}$$

2. الحركة تتم بدون احتكاك ، إذن الطاقة الميكانيكية تنحفظ :
$$E_m(\theta) = E_m(0) \Rightarrow \frac{mL}{2}\left(\frac{L\omega^2}{3} - g\sin\theta\right) = 0 \Rightarrow \frac{L\omega^2}{3} - g\sin\theta = 0 \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{3\,g\sin\theta}{L}}}$$

3. حساب ω بالنسبة للموضع θ=60° :
$$\omega = \sqrt{\frac{3\times10\times\sin 60}{1,2}} = 4,65rd/s$$

4. عند مرور المجموعة من موضع توازنها المستقر θ=90° :
$$v_B = L\omega_B \Rightarrow v_B = L\sqrt{\frac{3g\sin\theta}{L}} = \sqrt{3\,Lg\sin\theta}$$
$$v_B = \sqrt{3\times1,2\times10\times\sin 90} \Rightarrow v_B = 6\,m\,s^{-1}$$

5. تعبير الطاقة الميكانيكية عند الانطلاقة حيث θ=0 و ω=ω0 :
$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\omega_0^2$$

تعبير الطاقة الميكانيكية عند بلوغ العارضة أعلى وضعية بسرعة زاوية منعدمة : $\theta = \frac{3\pi}{2}$ و ω=0 :
$$E_m = -mg\frac{L}{2}\times\sin\frac{3\pi}{2} = -mg\frac{L}{2}\times(-1) = mg\frac{L}{2}$$

من انحفاظ الطاقة الميكانيكية نستنتج :
$$mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}J_\Delta\omega_0^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{J_\Delta}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{\frac{1}{3}mL^2}} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{3\,g}{L}}}$$

تطبيق عددي :
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3\times10}{1,2}} \Rightarrow \omega_0 = 5rd/s$$

إذا انطلقت العارضة بالسرعة الزاوية ω0=5rd/s فإنها تصل أعلى موضع بسرعة منعدمة ،وإذا زادت هذه السرعة عن هذه القيمة ،فإنها تقوم بحركة دورانية.

"الحياة إما أن تكون مغامرة جريئة...أو لاشيء..." هيلين كيلر

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma