

تصحيح تمارين السلسلة 3
الشغل والطاقة الحركية
الأولى بكالوريا علوم رياضية وتجريبية 2007-2008

تمرين 1

1 - الطاقة الحركية البدئية : $E_C = \frac{1}{2} m V_0^2$ بحيث أن $V_0 = 27,8 m/s$ أي أن $E_{C_0} = 347 kJ$

المرجع الذي تم اختياره مرجع غاليلي المرتبط بالأرض .

2 - جرد القوى المطبقة على السيارة : $\vec{P}, \vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$ بحيث أن $\vec{f}$ قوة الاحتكاك .

ب - شدة قوة الاحتكاك المطبقة من طرف الطريق على العجلات :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين لحظة الانطلاق ولحظة التوقف المفاجئ .

$$\Delta E_C = \sum_{A \rightarrow B} W(\vec{F}_i) \Leftrightarrow E_{Cf} - E_{Ci} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$W(\vec{P}) = 0 \quad W(\vec{R}) = W(\vec{R}_N) + W(\vec{f})$$

$$W(\vec{R}_N) = 0 \quad W(\vec{f}) = -f \cdot \Delta \ell$$

$$E_{Cf} = 0 \quad E_{Ci} = E_{C_0}$$

$$-E_{C_0} = -f \cdot \Delta \ell$$

$$f = \frac{E_{C_0}}{\Delta \ell} \text{ وبالتالي فإن}$$

$$f = 3580 N \text{ : تطبيق عددي}$$

3 - حساب القدرة المتوسطة لقوة الاحتكاك خلال الكبح .

$$\mathcal{P} = \frac{W(\vec{f})}{\Delta t} \Leftrightarrow \mathcal{P} = -\frac{f \cdot \Delta \ell}{\Delta t}$$

$$\mathcal{P} = -53 kW \text{ : تطبيق عددي}$$

تمرين 2

1 - القوى المطبقة على السيارة : $\vec{P}, \vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$ بحيث أن $\vec{f}$ قوة الاحتكاك

2 - تعبير شغل القوى المطبقة على السيارة عند انتقاله من A إلى B :

$$\sum W(\vec{F}_i) = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$= mgAB \sin \alpha - f \cdot AB$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم عند انتقاله من A إلى B

$$E_{CB} - E_{CA} = \sum W(\vec{F}_i) \Leftrightarrow -\frac{1}{2} m v_A^2 = mgAB \sin \alpha - f \cdot AB$$

$$f = \frac{m v_A^2}{2AB} + mg \sin \alpha$$

تطبيق عددي : $f = 2286 N$ عند مقارنتها نستنتج أن قوة الاحتكاك أقل شدة من وزن الجمع بأربع مرات .

تمرين 3

1 - عند وصول الجسم S' إلى سطح الأرض يقطع الجسم S نفس المسافة h بنفس السرعة لأن الخيط متوتر وغير قابل الامتداد وكتلة البكرة مهملة .

إذا انتقل الجسم S بمسافة $\Delta \ell$ فإن الجسم S' يسقط ب Δh بحيث أن $\Delta \ell = \Delta h \Leftrightarrow v = v'$

أي أن لهما نفس السرعة .

عندما يتوقف الجسم S' ، يتابع الجسم S حركته على المستوى π ويكون توتر الخيط منعدم .

2 - جرد القوى المطبقة على الجسم S' : $\vec{P}'$ و $\vec{T}'$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S' خلال سقوطه بمسافة h :

$$\frac{1}{2}M'v^2 - \frac{1}{2}M'v_0^2 = W(\vec{P}') + W(\vec{T}')$$

$$\frac{1}{2}M'v^2 = M'gh - T'h$$

$$v = \sqrt{2gh - \frac{2T'h}{M'}} \quad (1)$$

3 - جرد القوى المطبقة على S :

$\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}$ في المرحلة الأولى أي عند قطعه المسافة h

في المرحلة الثانية القوى المطبقة عليه : $\vec{P}, \vec{R}$

4 - نطبق مبرهنة الطاقة الحركية في المرحلة الأولى :

$$\frac{1}{2}Mv^2 - 0 = T.h - f.h \Leftrightarrow \frac{1}{2}Mv^2 = T.h - f.h \quad (2)$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية في المرحلة الثانية :

$$0 - \frac{1}{2}Mv^2 = -f(d-h) \Leftrightarrow \frac{1}{2}Mv^2 = f(d-h) \quad (3)$$

من العلاقة (2) و (3) نستنتج أن $f.d = T.h$ (4)

في العلاقة (2)

$$\frac{1}{2}Mv^2 = f(d-h)$$

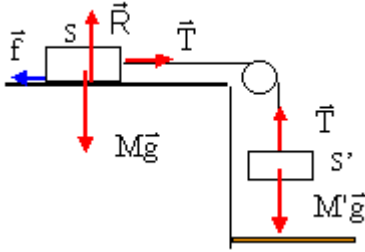
$$v^2 = \frac{2f(d-h)}{M}$$

في العلاقة (1)

$$v^2 = 2gh - \frac{2T.h}{M'} \Leftrightarrow \frac{2f(d-h)}{M} = 2gh - \frac{2fd}{M'}$$

$$f\left(\frac{2(d-h)}{M} + \frac{2d}{M'}\right) = 2gh \Leftrightarrow f = \frac{gh}{\left(\frac{(d-h)}{M} + \frac{d}{M'}\right)}$$

$$f = \frac{ghMM'}{M'(d-h) + Md}$$



تمرين 4

- 1 - مسار حركة الجسم S هو عبارة عن قوس دائري .
- 2 - جرد القوى المطبقة على الجسم S : $\vec{P}, \vec{T}, \vec{R}$
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين موضع توازنه المستقر O والنقطة F :

$$\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = W(\vec{R}) + W(\vec{T}) + W(\vec{P})$$

$$W(\vec{R}) = 0, W(\vec{T}) = 0$$

لأن $\vec{R}$ و $\vec{T}$ متعامدين على المسار .

$$\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = -mg\ell \sin \alpha$$

$$v_F = \sqrt{v_O^2 - 2g\ell \sin \alpha}$$

تطبيق عددي : $v_F = 0,805 \text{ m/s}$

- 3 - عند وجود الاحتكاكات تكون $\vec{R}$ مع الخط المنظمي على المستوى المائل زاوية احتكاك ومنحائها معاكس لمنحى الحركة أي يمكن أن نفككها إلى مركبتين مركبة مماسة للمسار وهي قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ومركبة

منظمية عمودية على المسار $\vec{R}_N$ وشغلها منعدم

وبالتالي نتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv_{F(\text{mesurer})}^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) \quad (1)$$

وفي السؤال الأول قمنا بحساب السرعة في حالة غياب الاحتكاكات أي أن :

$$\frac{1}{2}mv_{F(\text{calculer})}^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = W(\vec{P}) \quad (2)$$

$$(1) - (2) \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_{F(\text{mesurer})}^2 - \frac{1}{2}mv_{F(\text{calculer})}^2 = W(\vec{f}) \quad \text{وبالتالي}$$

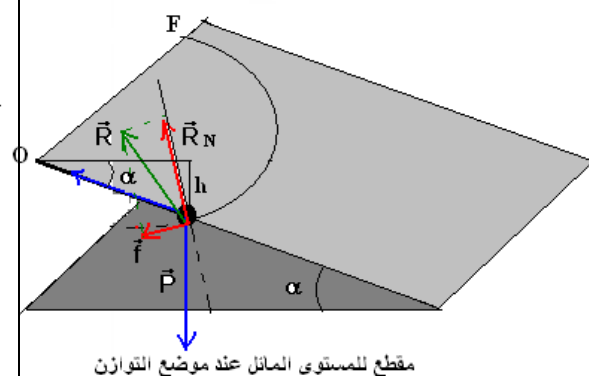
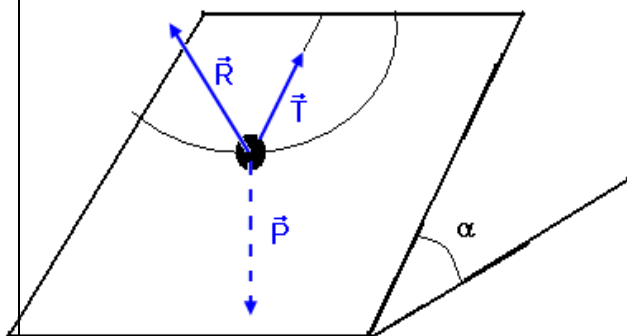
شغل قوة الاحتكاك $\vec{f}$ هو : $W(\vec{f}) = -f \cdot \widehat{OF} = -f \cdot \ell \cdot \frac{\pi}{2}$

$$\frac{1}{2}mv_{F(\text{mesurer})}^2 - \frac{1}{2}mv_{F(\text{calculer})}^2 = -f \cdot \ell \cdot \frac{\pi}{2}$$

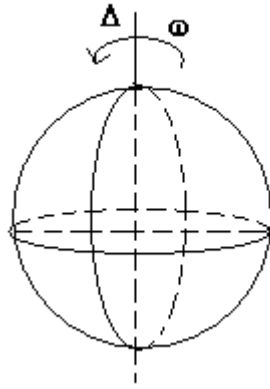
$$f = \frac{mv_{F(\text{calculer})}^2 - mv_{F(\text{mesurer})}^2}{\pi \ell} = 0,175 \text{ N}$$

تمرين 5

- 1 - نطبق العلاقة التالية : $E_C = \frac{1}{2}J_A \omega^2$ بحيث أن



مقطع للمستوى المائل عند موضع التوازن



$$J_{\Delta} = \frac{2}{5} M_T R_T^2 = 9,77.10^{37} \text{ kg.m}^2$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7,27.10^{-5} \text{ rad / s}$$

تطبيق عددي : $E_C = 2,58.10^{27} \text{ J}$

2 - طاقتها الحركية عندما تدور حول الشمس :

$$E_C = \frac{1}{2} M_T V^2$$

$$V = R.\Omega$$

بحيث أن Ω السرعة الزاوية التي تدور بها الأرض حول الشمس :

$$\Omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta T} = \frac{2\pi}{365 \times 24 \times 3600} = 1,99.10^{-7} \text{ rad / s}$$

وبالتالي ف $E_C = 2,68.10^{33} \text{ J}$

تمرين 6

1 - عزم مزدوجة الاحتكاك

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين لحظة توقف المحرك وتوقف الأسطوانة :

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_f^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_i^2 = \mathcal{M} \Delta\theta$$

$$\omega_f = 0, \omega_i = \omega(\text{moteur}) = \frac{45.2\pi}{60} = 4,71 \text{ rad / s}$$

$$-\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_0^2 = \mathcal{M} \Delta\theta \Leftrightarrow \mathcal{M} = -\frac{J_{\Delta} \omega_0^2}{2 \Delta\theta}$$

تطبيق عددي : $\mathcal{M} = -4,4.10^{-4} \text{ N.m}$

2 - عند تشغيل من جديد المحرك يجب اعتبار مزدوجة الاحتكاك وبما أن المحرك يدور بسرعة ثابتة أي أن تغير الطاقة الحركية منعدم

$$\Delta E_C = \mathcal{M} + \mathcal{M}_- = 0 \Leftrightarrow \mathcal{M}_- = -\mathcal{M} = 4,4.10^{-4} \text{ N.m}$$

وبالتالي فشغل المحرك :

$$W = \mathcal{M} \Delta\theta \Leftrightarrow W = \mathcal{M} \omega \Delta t$$

تطبيق عددي :

$$W = 0,124 \text{ J}$$

والقدرة هي : $\mathcal{P} = \mathcal{M} \omega$

تطبيق عددي : $\mathcal{P} = 2,07.10^{-3} \text{ W}$

تمرين 7

$$1 - \text{تعبير النسبة } b = \frac{E_{C2}}{E_{C1}}$$

$$E_{C1} = \frac{1}{2} m V^2$$

تعبير الطاقة الحركية لجسم في حركة إزاحة :
نعبّر عن الطاقة الحركية للبكرة في حالة الدوران حول محورها بالعلاقة التالية :

$$E_{C2} = \frac{1}{2} J_A \omega^2 = \frac{1}{4} M r^2 \cdot \frac{V^2}{r^2}$$

$$E_{C2} = \frac{M V^2}{4}$$

$$b = \frac{E_{C1}}{E_{C2}} = \frac{M}{2m} \text{ وبالتالي}$$

1 - 2 تعبير الطاقة الحركية E_C للمجموعة { بكرة ، (S) }

$$E_C = E_{C1} + E_{C2}$$

$$E_C = E_{C1} \left(1 + \frac{M}{2m} \right) \text{ أي أن } E_{C2} = b E_{C1}$$

2 - تعبير سرعة (S) .

القوى المطبقة على S خلال سقوطه : $\vec{P}, \vec{T}$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على S بين اللحظتين t_A و t_B

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{T})$$

$$\frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = mgAB - T \cdot AB$$

$$v_A = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = mgAB - T \cdot AB \quad (1)$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة :

$$\frac{1}{2} J_A (\omega_B^2 - \omega_A^2) = W(\vec{P}') + W(\vec{R}') + W(\vec{T}')$$

$$W(\vec{P}') = 0, W(\vec{R}') = 0, \omega_A = 0$$

$$\frac{1}{2} J_A \omega_B^2 = W(\vec{T}')$$

$$W(\vec{T}') = -W(\vec{T})$$

$$\frac{1}{2} J_A \omega_B^2 = -W(\vec{T}) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 + \frac{1}{2} J_A \omega_B^2 = mgAB \text{ نستنتج أن : (2) و (1)}$$

وحسب السؤال الأول توصلنا أن الطاقة الحركية للدوران البكرة هو :

$$\frac{1}{2} J_A \omega_B^2 = \frac{M V_B^2}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 + \frac{M V_B^2}{4} = mg \cdot AB$$

$$V_B^2 = \left(\frac{2mg \cdot AB}{m + \frac{M}{2}} \right) \Leftrightarrow V_B = \sqrt{\left(\frac{2mg \cdot AB}{m + \frac{M}{2}} \right)}$$

3 - 1 تعبير h_1

يصطدم الجسم أول مرة بسطح الأرض بسرعة $\vec{V}_0$ حيث أنه حسب مبرهنة الطاقة الحركية :

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = mg \cdot h \Leftrightarrow V_0^2 = 2gh$$

يرتد الجسم نحو الأعلى بسرعة V_1 حيث يصل الجسم بعد الاصطدام الأول إلى ارتفاع h_1

$$0 - \frac{1}{2} m V_1^2 = -mgh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{V_1^2}{2g}$$

لدينا حسب المعطيات $V_1 = -eV_0$ وبالتالي أن $h_1 = \frac{e^2 V_0^2}{2g}$ وبما أن $V_0^2 = 2gh$ فإن $h_1 = e^2 h$

3 - 2 تعبير h_2

بنفس الطريقة نتوصل إلى : $h_2 = e^2 h_1 = e^4 h$

3 - 3 حساب h_5

من الملاحظة التالية وهي :

$$h_1 = e^{2 \times 1} h$$

$$h_2 = e^{2 \times 2} h$$

.

.

$$h_n = e^{2 \times n} h$$

وبالتالي ف $h_5 = e^{2 \times 5} h = 34,7 cm$