

الدوران تمارين و حلول

تمرين 1

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين في A حيث $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{2}$

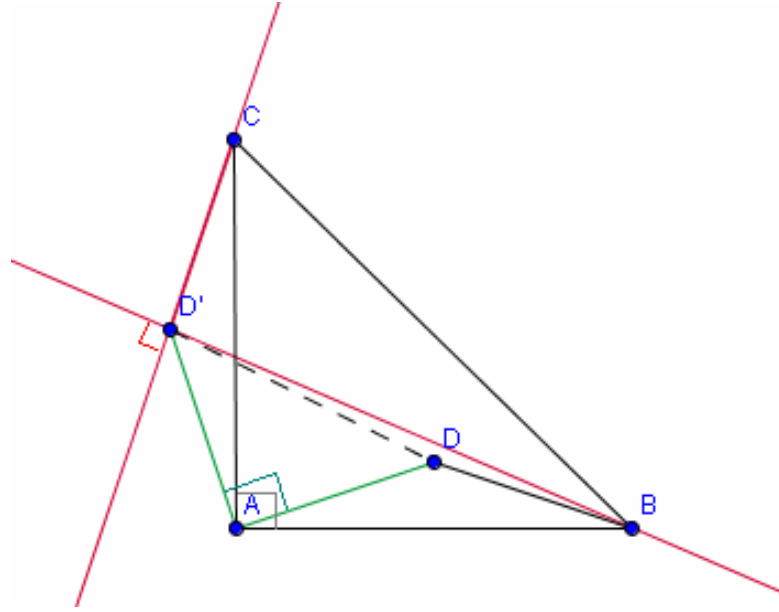
و D نقطة داخل المثلث ABC . ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1- أنشئ D' صورة D بالدوران r

2- بين أن $BD = CD'$; $(BD) \perp (CD')$

الحل

1- ننشئ D' صورة D بالدوران r



2- نبين أن $BD = CD'$; $(BD) \perp (CD')$

لدينا $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{2}$ و ABC مثلث متساوي الساقين في A و منه $r(B) = C$

و حيث $r(D) = D'$ فان $BD = CD'$ لأن الدوران يحافظ على المسافة

لدينا $r(B) = C$ و $r(D) = D'$ و زاوية الدوران هي $\frac{\pi}{2}$ و منه $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{CD'}\right) = \frac{\pi}{2}$

إذن $(BD) \perp (CD')$

تمرين 2

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين وقائم لزاوية في B حيث $\left(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}\right)$ زاوية

غير مباشرة. لتكن O منتصف $[AC]$ و E و F نقطتين حيث $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

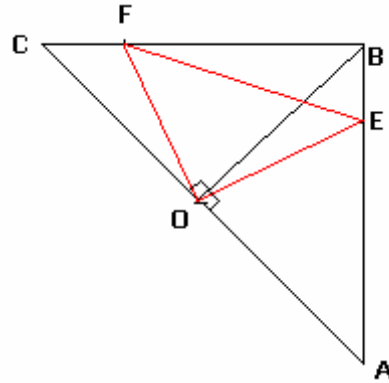
1- أنشئ الشكل

2- حدد صورتَي A و B بالدوران r

3- نضع $E' = F$ بين أن $r(E) = E'$ استنتج طبيعة المثلث OEF

الحل

1- الشكل



2- نحدد صورتَي A و B بالدوران r

لدينا ABC مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في B و O منتصف $[AC]$ ومنه $(OB) \perp (AC)$

و $OA = OB = OC$

لدينا $[2\pi]$ $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}) \equiv \frac{\pi}{2}$ و $OA = OB$ و منه $r(A) = B$

لدينا $[2\pi]$ $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{\pi}{2}$ و $OC = OB$ و منه $r(B) = C$

1- نبين أن $E' = F$ نستنتج طبيعة المثلث OEF

$r(E) = E'$ و $r(A) = B$ و $r(B) = C$ و $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB}$ و منه $\overrightarrow{BE'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{BC}$

وحيث $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{4} \overrightarrow{BC}$ فإن $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BE'}$ إذن $E' = F$

ومنه $r(E) = F$ و حيث r دوران زاويته $\frac{\pi}{2}$ فإن OEF مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في O

تمرين 3

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا قائم الزاوية في A و $[2\rho]$ $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) \equiv \alpha$ و r الدوران الذي

مركزه B و زاويته α

1- أنشئ E و F حيث $r(C) = F$; $r(A) = E$

2- بين أن $(EF) \perp (BC)$

3- لتكن $(AC) \cap (EF) = \{I\}$ و $r(I) = J$ و $(AB) \cap (IJ) = \{K\}$

أ- بين أن النقط E و F و J مستقيمة

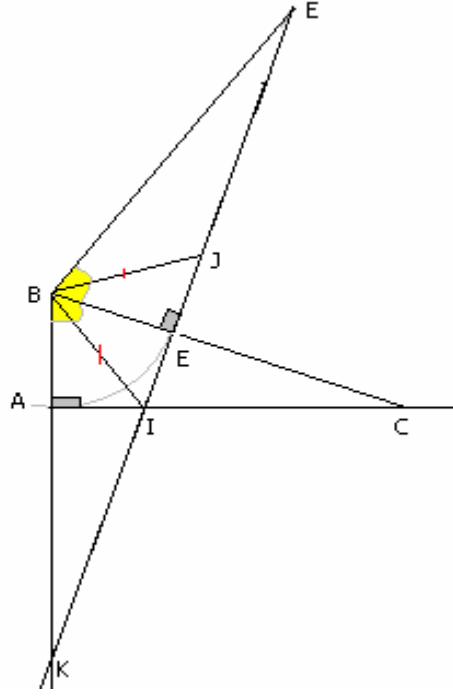
ب- بين أن E منتصف $[IJ]$

4- لتكن $(AB) \cap (IJ) = \{K\}$.

بين أن $r(K) = C$

الحل

1- ننشئ E و F حيث $r(A) = E$; $r(C) = F$



2- بين أن $(EF) \perp (BC)$

بما أن $r(B) = B$ و $r(A) = E$; $r(C) = F$ فإن $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) \equiv (\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EB})$

وحيث أن $[2\pi]$ $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}$ فإن $(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EB}) \equiv \frac{\pi}{2}$ ومنه $(EF) \perp (EB)$

لدينا $r(A) = E$ و $r(B) = B$ ومنه $[2\pi]$ $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BE}) \equiv \alpha \equiv (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$ وبالتالي $(BC) = (BE)$

إذن $(EF) \perp (BC)$

3- أ- نبين أن النقط E و F و J مستقيمية

لدينا A و C و I مستقيمية و $r(C) = F$; $r(A) = E$ و $r(I) = J$

ومنه النقط J و E و F مستقيمية

ب- نبين أن E منتصف $[IJ]$

لدينا $r(I) = J$ ومنه BIJ مثلث متساوي الساقين في الرأس B

وحيث أن $(IJ) \perp (EB)$ لأن $(IJ) = (EF)$ ومنه (EB) ارتفاع في المثلث BIJ

و بالتالي (EB) متوسط للمثلث BIJ إذن E منتصف $[IJ]$

4- نبين أن $r(K) = C$

$(AB) \cap (IJ) = \{K\}$

لدينا $[2\pi]$ $(\overrightarrow{BK}; \overrightarrow{BC}) \equiv \alpha \equiv (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BF})$ ومنه (BC) منتصف $(\widehat{KBF})$ وحيث أن $(EF) \perp (BC)$

فان المثلث KBF مثلث متساوي الساقين في الرأس B ومنه $BF = BK$

وحيث أن $r(C) = F$ فان $BC = BF$ وبالتالي $BC = BK$

إذن لدينا $[2\pi]$ $(\overrightarrow{BK}; \overrightarrow{BC}) \equiv \alpha$ و $BC = BK$ ومنه $r(K) = C$