

الأول:

نضع $f(x) = \sqrt{3} \sin 4x - 8 \sin^2 x \cos^2 x$

① حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $2 \cos X - 1 = 0$

② أ. بين أن $f(x) = 2 \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$

ب. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$

ج. حل في المجال $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ المتراجحة $f(x) \leq 0$

الثاني:

نضع $g(x) = \sin 2x + \sqrt{6} \sin x - \sqrt{2} \cos x - 2\sqrt{3} \sin^2 x$

1. بين أن $\sin 2x - 2\sqrt{3} \sin^2 x = 2 \sin x (\cos x - \sqrt{3} \sin x)$

2. حدد العددين a, α بحيث

$\cos x - \sqrt{3} \sin x = a \cos(x + \alpha)$

3. بين أن $g(x) = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)(2 \sin x - \sqrt{2})$

4. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$

5. حل في المجال $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ المتراجحة $g(x) \geq 0$

الثالث:

نعتبر التعبير $h(x) = \cos 3x + 2 \cos x \sin 2x - 3 \sin x$

① أ. بين أن $\cos 3x = \cos x (4 \cos^2 x - 3)$

ب. بين أن $h(x) = (\cos x + \sin x)(4 \cos^2 x - 3)$

② حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $h(x) = 0$

③ أ. أكتب $\cos x + \sin x$ على شكل $a \sin(x + \beta)$

ب. حل في المجال $[0, \pi]$ المتراجحة $h(x) < 0$

الرابع:

$A(x) = \cos 2x - 3 \cos x + 2$

$B(x) = \sqrt{3} \sin 2x - 3 \cos x$ نضع

1. أ. بين أن $A(x) - B(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$

ب. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A(x) = B(x)$

2. أ. بين أن $A(x) = (\cos x - 1)(2 \cos x - 1)$

ب. بين أن $B(x) = \sqrt{3} \cos x (2 \sin x - \sqrt{3})$

3. حل في المجال $[-\pi, \pi]$ المتراجحة $A(x)B(x) \geq 0$

الخامس:

نضع $F(x) = \cos^4 x - \sin^4 x + \sin 2x - \sqrt{2} \sin 4x$

① أ. بين أن $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$

ب. بين أن $F(x) = \sqrt{2} \left[\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin 4x \right]$

② حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $F(x) = 0$

③ أ. بين أن $F(x) = 2\sqrt{2} \sin^2\left(x - \frac{\pi}{8}\right) \left(1 + 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$

ب. حل في المجال $[0, \pi]$ المتراجحة $F(x) \geq 0$

السادس:

$A(x) = \cos 5x + \cos x$

$B(x) = \cos 5x - \cos x$ نضع

أ. أكتب $A(x); B(x)$ على شكل جداء

ب. أحسب $A\left(\frac{\pi}{12}\right); B\left(\frac{\pi}{12}\right)$

ج. تحقق أن $\cos \frac{5\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{12}$

د. استنتج أن $\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

و. حدد قيمتي $\sin \frac{\pi}{12}; \cos \frac{\pi}{12}$

السابع:

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ والمعرفة بما يلي:

$U_1 = \sin \frac{\pi}{3}; U_n = U_{n-1} + \sin \frac{n\pi}{3} \quad n \geq 2$

1. بين أن $U_2 = 2 \sin \frac{2\pi}{6} \sin \frac{3\pi}{6}$

2. بين بالترجع أن $U_n = 2 \sin \frac{n\pi}{6} \sin \frac{(n+1)\pi}{6}$

3. أحسب U_{1429}

الثامن:

نعتبر المتتالية $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ والمعرفة كما يلي:

$x \in \mathbb{R}$ حيث $V_{n+1} = V_n \cos \frac{x}{2^{n+1}}, V_0 = \cos x$

1. بين أن $V_1 = \frac{\sin 2x}{2^2 \sin \frac{x}{2}}$

2. بين بالترجع أن $V_n = \frac{\sin 2x}{2^{n+1} \sin \frac{x}{2^n}}$

3. استنتج تبسيطا لما يلي:

$A = (1 + \tan^2 x) \left(1 + \tan^2 \frac{x}{2}\right) \dots \left(1 + \tan^2 \frac{x}{2^n}\right)$

$B = (1 - \tan^2 x) \left(1 - \tan^2 \frac{x}{2}\right) \dots \left(1 - \tan^2 \frac{x}{2^n}\right)$