

تمرين 1 نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 1 \end{cases}$ احسب u_1 و u_2 و u_3 ♦
تمرين 2 نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 1 + \frac{1}{u_n} \end{cases}$ احسب u_3 ♦
تمرين 3 نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad v_n = 3 \times 2^n + 1$ 1- احسب الحدود الأربعة الأولى لكل من (u_n) و (v_n) ، ماذا تلاحظ ؟ 2- برهن بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3 \times 2^n + 1$
تمرين 4 نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n - 4 \end{cases}$ 1- احسب u_1 و u_2 و u_3 2- بين بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 2$ 3- بين أن (u_n) تزايدية
تمرين 5 نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{4}{u_n} \right) \end{cases}$ 1- بين بالترجع أن (u_n) مصغرة بـ 2 2- بين ان (u_n) تناقصية
تمرين 6 نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n^2 - 3}{u_n + 2} \end{cases}$ 1- أ- تحقق أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} - 3 = \frac{(u_n - 3)(2u_n + 3)}{u_n + 2}$ ب- بين بالترجع أن (u_n) مصغرة بـ 3 2- أ- تحقق أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)(u_n + 1)}{u_n + 2}$ ب- استنتج ان (u_n) تزايدية
تمرين 7 نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 8} \end{cases}$ ♦ بين بالترجع أن (u_n) مكبورة بـ 4
تمرين 8 ♦ ادرس رتبة المتتاليات التالية : $\forall n \in \mathbb{N} \quad w_n = \frac{n+1}{3^n} \quad , \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \quad , \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{2n}{n+1}$ $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n^2 - u_n + 1 \end{cases} \quad , \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad w_n = n^3 - n$

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 2$ و أساسها $r = 3$

♦ احسب u_7 و u_{11}

♦ احسب : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{99}$

تمرين 10

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = -1$.

♦ احسب r أساس المتتالية علما أن $u_{10} = 59$

♦ احسب : $S = u_3 + u_4 + \dots + u_{22}$

تمرين 11

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r

♦ احسب r و u_0 علما أن : $u_3 = 12$ و $u_{17} = 82$

♦ احسب : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ بدلالة n

تمرين 12

لتكن (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0 = 3$ و أساسها $r = 2$

♦ احسب u_3 و u_6

♦ احسب : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_5$

تمرين 13

لتكن (u_n) هندسية أساسها $r = \frac{1}{2}$.

♦ احسب u_0 علما أن $u_3 = \frac{5}{8}$

♦ احسب : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ بدلالة n

تمرين 14

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي :
$$u_0 = -1 \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{9}{6 - u_n} \\ v_n = \frac{1}{u_n - 3} \end{cases}$$

♦ بين أن (v_n) متتالية حسابية محددا أساسها و حدها الأول

♦ احسب v_n بدلالة n

♦ استنتج حساب u_n بدلالة n

♦ احسب مجموع الحدود السبعة الأولى للمتتالية (v_n)

تمرين 15

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي :
$$u_0 = 2 \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 1 \\ v_n = u_n - \frac{5}{3} \end{cases} \quad n \geq 0$$

♦ بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول

♦ احسب v_n و u_n بدلالة n

♦ احسب : $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ بدلالة n

تمرين 16

نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي :
$$u_0 = 1, u_1 = 4 \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n \\ v_n = u_{n+1} - u_n \end{cases}$$

♦ احسب u_2 و u_3 و v_0 و v_1

♦ بين أن (v_n) متتالية هندسية ثم أوجد حدها العام

♦ بين أن : $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1} = u_n - u_0$

تمرين 17
نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1, v_0 = 7 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3}; v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \end{cases}$$

1- احسب u_1 و u_2 و v_1 و v_2

2- نعتبر المتتالية : $w_n = u_n - v_n$
أ- بين أن (w_n) متتالية هندسية محددا أساسها
ب- أوجد الحد العام للمتتالية (w_n)

3- نعتبر المتتالية : $t_n = 3u_n + 2v_n$
أ- بين أن (t_n) متتالية ثابتة .
ب- أوجد الحد العام للمتتالية (t_n)

4- استنتج مما سبق تعبير كل من (u_n) و (v_n) بدلالة n .

تمرين 18
نعتبر المتتاليتين العددية (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1, v_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}; v_{n+1} = \frac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases}$$

نعتبر المتتاليتين : $w_n = v_n - u_n$ و $t_n = 3u_n + 10v_n$

1- بين أن (w_n) متتالية هندسية ثم أوجد حدها العام .

2- بين أن (t_n) متتالية ثابتة ثم أوجد حدها العام .

3- استنتج مما سبق تعبير كل من (u_n) و (v_n) بدلالة n .

تمرين 19
لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r

1- احسب r و u_0 علما أن : $u_3 + u_4 + u_5 = -9$ و $u_6 = -7$

2- احسب : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{100}$

تمرين 20
لتكن (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_0 = 3$ وأساسها $r = 2$

1- احسب : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ بدلالة n

2- نعتبر المتتالية : $w_n = v_n^2$
أ- بين أن (w_n) متتالية هندسية .
ب- استنتج حساب المجموع $T_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_{n-1}^2$ بدلالة n .

تمرين 21
نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{3n+1} \end{cases}$$

1- احسب u_1 و u_2

2- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 0$

3- ادرس رتبة المتتالية (u_n)

4- أ- بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{4}$
ب- استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \leq 8 \left(\frac{1}{4} \right)^n$

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n^2 + u_n - \frac{1}{4} \end{cases}$$

1- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad |u_n| < \frac{1}{2}$

2- أدرس رتبة (u_n)

3- بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n + \frac{1}{2} = \left(u_0 + \frac{1}{2}\right)^{2^n}$