هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

أكاديمية الجهة الشرقية

# تمارين محلولة: عموميات حول الدوال

المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

الأستاذ: نجيب عثماني

**تمرين1:** حدد مجموعة تعريف الدوال المعرفة كالتالي :

1) $f(x)=2x^3+x+3$ 2) $g(x)=\dfrac{3x+1}{2x^2-x-1}$

3) $h(x)=\sqrt{2x^2-x-1}$

**أجوبة:** 1) $f(x)=2x^3+x+3$

يعني $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $g(x)=\dfrac{3x+1}{2x^2-x-1}$ يعني $D_g=\{x\in\mathbb{R}/2x^2-x-1\neq 0\}$

نحل المعادلة باستعمال المميز $2x^2-x-1=0$

$a=2$ و $b=-1$ و $c=-1$

$\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\times2\times(-1)=1+8=9=(3)^2>0$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\dfrac{-(-1)+\sqrt{9}}{2\times2}=\dfrac{1+3}{4}=\dfrac{4}{4}=1$ و $x_2=\dfrac{1-3}{2\times2}=\dfrac{-2}{4}=-\dfrac{1}{2}$

ومنه: $D_g=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{2};1\right\}$

3) $h(x)=\sqrt{2x^2-x-1}$ $D_h=\{x\in\mathbb{R}/2x^2-x-1\geq 0\}$

$x_1=1$ و $x_2=-\dfrac{1}{2}$ نحدد جدول الاشارة :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1/2$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x2-x-1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

ومنه : $D_h=\left]-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty[$

**تمرين2:** حدد مجموعة تعريف الدوال المعرفة كالتالي:

1) $f(x)=\dfrac{|x|(2x+1)}{x(2x^2+x-3)}$ 2) $g(x)=\dfrac{4x+1}{x^2+x+1}$

3) $h(x)=\dfrac{x^2+x-3}{2|x|-1}$ 4) $A(x)=\dfrac{x^2-3}{4|x|+2}$ 5) $B(x)=\dfrac{x^2-3}{|x-1|-|x+1|}$

6) $C(x)=\sqrt{3-x^2}$

**أجوبة:** 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x(2x^2+x-3)\neq 0\}$

$x(2x^2+x-3)=0\Leftrightarrow x=0$ او $2x^2+x-3=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز $2x^2+x-3=0$

$a=2$ و $b=1$ و $c=-3$

$\Delta=b^2-4ac=(1)^2-4\times2\times(-3)=1+24=25=(5)^2>0$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\dfrac{-1+\sqrt{25}}{2\times2}=\dfrac{-1+5}{4}=\dfrac{4}{4}=1$ و $x_2=\dfrac{-1-5}{2\times2}=\dfrac{-6}{4}=-\dfrac{3}{2}$

ومنه: $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{3}{2};0;1\right\}$

2) $D_g=\{x\in\mathbb{R}/x^2+x+1\neq 0\}$

$\Delta=b^2-4ac=(1)^2-4\times1\times1=1-4=-3<0$

ومنه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$

وبالتالي : $D_f=\mathbb{R}$

3) $D_h=\{x\in\mathbb{R}/2|x|-1\neq 0\}$

$2|x|-1=0\Leftrightarrow|x|=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ او $x=-\dfrac{1}{2}$

ومنه: $D_h=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right\}$

4) $D_A=\{x\in\mathbb{R}/4|x|+2\neq 0\}$

$4|x|+2=0\Leftrightarrow|x|=-\dfrac{1}{2}$

وهذه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$ ومنه: $D_A=\mathbb{R}$

5) $D_B=\{x\in\mathbb{R}/|x-1|-|x+1|\neq 0\}$

$|x-1|-|x+1|=0\Leftrightarrow|x-1|=|x+1|$

ومنه: $x-1=-(x+1)$ او $x-1=x+1$

$\Leftrightarrow 2x=0$ او $-1=1$

$x=0\Leftrightarrow D_B=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

6) $C(x)=\sqrt{3-x^2}$ $D_C=\{x\in\mathbb{R}/3-x^2\geq 0\}$

$3-x^2=0\Leftrightarrow(\sqrt{3})^2-x^2=0\Leftrightarrow(\sqrt{3}-x)(\sqrt{3}+x)=0$

$\Leftrightarrow\sqrt{3}-x=0$ او $\sqrt{3}+x=0\Leftrightarrow x=\sqrt{3}$ او $x=-\sqrt{3}$

نحدد جدول الاشارة :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3-x2$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

ومنه : $D_C=\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]$

**تمرين3:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة كالتالي : $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$

1. حدد $D_f$ حيز تعريف الدالة $f$
2. بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)\leq 1$
3. بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad 0\leq f(x)$
4. ماذا تستنتج ؟مادا نقول عن الدالة $f$ ؟

**الأجوبة:** 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2+1\neq 0\}$

$x^2+1=0\Leftrightarrow x^2=-1$ وهذه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$

$D_f=\mathbb{R}$

2) نعلم أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad x^2\geq 0$

اذن: $x^2+1\geq 0+1$ يعني $x^2+1\geq 1$



للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

يعني $\forall x\in\mathbb{R}\ f(x)\le 1\Leftrightarrow \frac{1}{x^2+1}\le 1$

نقول $f$ دالة مكبورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 1

سؤال: هل الدالة $f$ مكبورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 2؟ نعم

3) نعلم أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ x^2\ge 0$

اذن: $x^2+1\ge 0+1$ يعني $x^2+1\ge 1$

يعني $\forall x\in\mathbb{R}\ 0\le f(x)$

نقول $f$ دالة مصغورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 0

سؤال: هل الدالة $f$ مصغورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 1-؟ نعم

4)نستنتج أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ 0\le f(x)\le 1$

اذن : $f$ مكبورة و مصغورة على $\mathbb{R}$ نقول $f$ دالة محدودة على $\mathbb{R}$

**تمرين4:** حدد من بين الدوال $f$ التالية الدوال المكبورة و المصغورة و المحدودة

1. $f(x)=|x|+6$ $I=\mathbb{R}$
2. $f(x)=2\cos x+1$ $I=\mathbb{R}$
3. $f(x)=-x^4-4$ $I=\mathbb{R}$
4. $f(x)=\sqrt{x}+6$ $I=\mathbb{R}^+$
5. $f(x)=\sin x-2$ $I=\mathbb{R}$

**الأجوبة:** 1) نعلم أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ |x|\ge 0$

اذن: $|x|+6\ge 0+6$ يعني $|x|+6\ge 6$

أي $\forall x\in\mathbb{R}\ 6\le f(x)$

اذن $f$ دالة مصغورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 6

2) نعلم أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ -1\le\cos x\le 1$

اذن: $-2\le 2\cos x\le 2$ يعني $-2+1\le 2\cos x+1\le 2+1$

يعني $\forall x\in\mathbb{R}\ -1\le f(x)\le 3$

اذن: $f$ دالة محدودة على $\mathbb{R}$

3) نعلم أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ x^4\ge 0$ يعني $-x^4\le 0$ يعني $-x^4-4\le 0-4$

يعني $f(x)\le -4$ ومنه $f$ مكبورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 4-

4) نعلم أن : $\forall x\in\mathbb{R}^+\ \sqrt{x}\ge 0$ يعني $\sqrt{x}+6\ge 0+6$

يعني $6\le f(x)$ ومنه $f$ مصغورة على $I=\mathbb{R}^+$ بالعدد 6

5) نعلم أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ -1\le\sin x\le 1$

اذن: $-1-2\le\sin x-2\le 1-2$ يعني $-3\le\sin x-2\le -1$

يعني $\forall x\in\mathbb{R}\ -3\le f(x)\le -1$

اذن: $f$ دالة محدودة على $\mathbb{R}$

**تمرين5:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة كالتالي : $f(x)=x^2-2x+5$

بين أن الدالة $f$ مصغورة بالعدد 4

**الجواب :** يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ 4\le f(x)$

اذن نحسب الفرق : $f(x)-4=x^2-2x+5-4=x^2-2x+1=(x-1)^2\ge 0$

ومنه : $\forall x\in\mathbb{R}\ 4\le f(x)$

وبالتالي $f$ مصغورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 4

**تمرين6:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة كالتالي : $f(x)=-2x^2+4x+1$

بين أن الدالة $f$ مكبورة بالعدد 3

**الجواب** : يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ f(x)\le 3$

اذن نحسب الفرق : $3-f(x)=3-\left(-2x^2+4x+1\right)=3+2x^2-4x-1$

$3-f(x)=2x^2-4x+2=2\left(x^2-2x+1\right)=2(x-1)^2\ge 0$

ومنه : $\forall x\in\mathbb{R}\ f(x)\le 3$

وبالتالي $f$ مكبورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 3

**تمرين7:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{5+4x^4}{x^4+1}$

بين أن الدالة $f$ مصغورة بالعدد 4

**الجواب :** يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ 4\le f(x)$

اذن نحسب الفرق :

$$f(x)-4=\frac{5+4x^4}{x^4+1}-4=\frac{5+4x^4-4\left(x^4+1\right)}{x^4+1}=\frac{5+4x^4-4\left(x^4+1\right)}{x^4+1}=\frac{1}{x^4+1}\ge 0$$

ومنه : $\forall x\in\mathbb{R}\ 4\le f(x)$

**تمرين8:** لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $I=[1;+\infty[$ بما يلي:

$f(x)=-5x-\sqrt{x-1}$

بين أن الدالة $f$ مكبورة بالعدد 5- على $I=[1;+\infty[$

**الجواب :** يكفي أن نبين أن : $\forall x\in[1;+\infty[\ f(x)\le -5$

نعلم أن : $\sqrt{x-1}\ge 0$ يعني $\forall x\in[1;+\infty[\ -\sqrt{x-1}\le 0$ (1)

ولدينا : $-5x\le -5\Leftrightarrow x\ge 1\Leftrightarrow x\in[1;+\infty[$ (2)

من : (1) و (2) نحصل على : $-\sqrt{x-1}-5x\le 0-5$

يعني $f(x)\le -5$ ومنه $f$ مكبورة على $I=[1;+\infty[$ بالعدد 5-

**تمرين9:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{2x^2+7x+7}{x^2+3x+3}$

1. حدد $D_f$ حيز تعريف الدالة $f$
2. بين أن الدالة $f$ مكبورة بالعدد $\frac{7}{3}$ على $\mathbb{R}$.
3. بين أن الدالة $f$ مصغورة بالعدد 1 على $\mathbb{R}$.
4. مادا تستنتج بالنسبة للدالة $f$ ؟

**الأجوبة:** 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2+3x+3\ne 0\}$

$\Delta=b^2-4ac=3^2-4\times 3\times 1=9-12=-3<0$

ومنه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$

وبالتالي : $D_f=\mathbb{R}$

2) يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ f(x)\le\frac{7}{3}$

اذن نحسب الفرق :

$$\frac{7}{3}-f(x)=\frac{7}{3}-\frac{2x^2+7x+7}{x^2+3x+3}=\frac{7\left(x^2+3x+3\right)-3\left(2x^2+7x+7\right)}{x^2+3x+3}$$

$$\frac{7}{3}-f(x)=\frac{7x^2+21x+21-6x^2-21x-21}{x^2+3x+3}=\frac{x^2}{x^2+3x+3}$$

بالنسبة للحدودية $x^2+3x+3$ وجدنا أن : $\Delta<0$

ومنه اشارتها هي اشارة $a=1$ أي أن : $x^2+3x+3>0$

وبما أنه لدينا : $x^2\ge 0$ فان : $\frac{x^2}{x^2+3x+3}\ge 0$

ومنه : $\forall x\in\mathbb{R}\ f(x)\le\frac{7}{3}$ بالتالي : $f$ مكبورة بالعدد $\frac{7}{3}$ على $\mathbb{R}$.

3) يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ 1\le f(x)$



الأستاذ : عثماني نجيب

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

اذن نحسب الفرق :

$$f(x)-1=\frac{2x^2+7x+7}{x^2+3x+3}-1-=\frac{2x^2+7x+7-\left(x^2+3x+3\right)}{x^2+3x+3}$$

$$f(x)-1=\frac{2x^2+7x+7-x^2-3x-3}{x^2+3x+3}=\frac{x^2+4x+4}{x^2+3x+3}=\frac{(x+2)^2}{x^2+3x+3}$$

بالنسبة للحدودية $x^2+3x+3$ سبق أن وضحنا أن : $x^2+3x+3>0$

وبما أنه لدينا : $(x+2)^2\geq 0$ فان : $\frac{(x+2)^2}{x^2+3x+3}\geq 0$

ومنه: $\forall x\in\mathbb{R}\quad 1\leq f(x)$ بالتالي: الدالة $f$ مصغورة بالعدد 1 على $\mathbb{R}$.

4)وجدنا أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad 1\leq f(x)$ و $f(x)\leq\frac{7}{3}$

ومنه : $\forall x\in\mathbb{R}\quad 1\leq f(x)\leq\frac{7}{3}$ اي أن $f$ محدودة على $\mathbb{R}$

**تمرين10:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة كالتالي : $f(x)=\cos x$

قارن : $f(x)$ و $f(x+2\pi)$ $\forall x\in\mathbb{R}$

الجواب $f(x+2\pi)=\cos(x+2\pi)=\cos x=f(x)$

**تمرين11:** نعتبر الدوال $f$ و $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كالتالي : $f(x)=\cos 6x$ و $g(x)=\sin 7x$

1. بين أن الدالة $f$ دورية و $\frac{\pi}{3}$ دور لها.
2. بين أن الدالة $g$ دورية و $\frac{2\pi}{7}$ دور لها.

**الأجوبة:** 1) $D_f=\mathbb{R}$

- إذا كانت $x\in\mathbb{R}$ فان $x+\frac{\pi}{3}\in\mathbb{R}$
- $f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos 6\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos(6x+2\pi)=\cos 6x=f(x)$

ومنه $f$ دورية و $\frac{\pi}{3}$ دور لها.

2) $D_g=\mathbb{R}$

- إذا كانت $x\in\mathbb{R}$ فان $x+\frac{2\pi}{7}\in\mathbb{R}$
- $g\left(x+\frac{2\pi}{7}\right)=\sin 7\left(x+\frac{2\pi}{7}\right)=\sin(7x+2\pi)=\sin 7x=g(x)$

$g$ دورية و $\frac{2\pi}{7}$ دور لها.

**تمرين12:** لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=x^2+2$

1. أحسب : $f(0)$
2. بين أن : $f(0)\leq f(x)$ على $\mathbb{R}$ وماذا تستنتج؟

**الأجوبة:** 1) $D_f=\mathbb{R}$ و $f(0)=2$

2) نعلم أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad 0\leq x^2$

اذن: $0+2\leq x^2+2$ يعني $2\leq x^2+2$

يعني $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(0)\leq f(x)$

أستنتج أن $f(0)$ هي قيمة دنيا للدالة $f$ على $\mathbb{R}$

**تمرين13:** تكن $f$ دالة معرفة ب: $f(x)=-2x^2+4x+1$

1) أحسب $f(1)$ و تأكد أن : $f(x)=-2\left((x-1)^2-\frac{3}{2}\right)$

2) تأكد أن : $f(x)\leq f(1)$ مهما تكن $x$ من $\mathbb{R}$.

3) ماذا تستنتج؟

**الأجوبة:** 1) $D_f=\mathbb{R}$ و $f(1)=3$

2) نعلم أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad 0\leq(x-1)^2$

اذن: $0-\frac{3}{2}\leq(x-1)^2-\frac{3}{2}$ يعني $-\frac{3}{2}\leq(x-1)^2-\frac{3}{2}$

يعني $(-2)\left((x-1)^2-\frac{3}{2}\right)\geq(-2)\left(-\frac{3}{2}\right)$ يعني $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)\leq 3$

يعني $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)\leq f(1)$

3)أستنتج أن $f(1)$ هي قيمة قصوى للدالة $f$ على $\mathbb{R}$

**تمرين14:** لتكن $f$ دالة معرفة ب: $f(x)=2x^2+2x+3$ .

بين أن : $f(-1)$ هي قيمة دنيا للدالة $f$ على $\mathbb{R}$

**الجواب :** يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(-1)\leq f(x)$

$f(-1)=2-2+3=3$

اذن نحسب الفرق :

$$f(x)-f(-1)=2x^2+2x+1-3=2x^2+2x-2$$

$$\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times2\times2=4-16=-12<0$$

اذن: اشارة الحدودية هي اشارة $a=2$ اذن : $2x^2+2x-2>0$

ومنه : $f(-1)\leq f(x)$

وبالتالي: $f(-1)$ هي القيمة الدنيا للدالة $f$ على $\mathbb{R}$

**تمرين15:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2+x+1}$

1. حدد $D_f$ حيز تعريف الدالة $f$
2. بين أن $f(1)$ هي القيمة الدنيا للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ .
3. بين أن $f(-1)$ هي القيمة القصوى للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ .

**الأجوبة:1)** $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/x^2+x+1\neq 0\right\}$

$$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times1=1-4=-3<0$$

ومنه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$ وبالتالي : $D_f=\mathbb{R}$

2) يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(1)\leq f(x)$

$$f(1)=\frac{1^2+1}{1^2+1+1}=\frac{2}{3}$$

$$f(x)-f(1)=\frac{x^2+1}{x^2+x+1}-\frac{2}{3}-=\frac{3x^2+3-2\left(x^2+x+1\right)}{3\left(x^2+x+1\right)}=\frac{x^2-2x+1}{3\left(x^2+x+1\right)}$$

اذن : $f(x)-f(1)=\frac{(x-1)^2}{3\left(x^2+x+1\right)}$

بالنسبة للحدودية : $x^2+x+1$ وجدنا $\Delta<0$

اذن: اشارة الحدودية هي اشارة $a=1$ أي : $x^2+x+1>0$

ونعلم أن : $(x-1)^2\geq 0$ اذن : $f(x)-f(1)\geq 0$

ومنه : $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(1)\leq f(x)$

و بالتالي : $f(1)$ هي القيمة الدنيا للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ .

3) يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)\leq f(-1)$

$$f(-1)=\frac{(-1)^2+1}{(-1)^2-1+1}=2$$

$$f(-1)-f(x)=2-\frac{x^2+1}{x^2+x+1}=\frac{2\left(x^2+x+1\right)-\left(x^2+1\right)}{x^2+x+1}=\frac{x^2+2x+1}{x^2+x+1}$$



الأستاذ : عثماني نجيب

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

اذن : $f(-1)-f(x)=\frac{(x+1)^2}{x^2+x+1}$

بالنسبة للحدودية : $x^2+x+1$ سبق أن

بيننا أن : $x^2+x+1>0$

ونعلم أن : $(x+1)^2\geq 0$ اذن : $f(-1)-f(x)\geq 0$

ومنه : $\forall x\in\mathbb{R}\ f(x)\leq f(-1)$

و بالتالي : $f(-1)$ هي القيمة القصوى للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ .

**تمرين16:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كالتالي :

$f(x)=x\sqrt{x^2+1}-x^2$ بين أن الدالة $f$ مكبورة بالعدد $\frac{1}{2}$.

**الجواب :** يكفي أن نبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ f(x)\leq\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2}-f(x)=\frac{1}{2}-x\sqrt{x^2+1}+x^2=\frac{1-2x\sqrt{x^2+1}+2x^2}{2}=\frac{1-2x\sqrt{x^2+1}+2x^2}{2}$$

$$\frac{1}{2}-f(x)=\frac{x^2+1-2x\sqrt{x^2+1}+x^2}{2}=\frac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2-2\sqrt{x^2+1}\times x+x^2}{2}=\frac{\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)^2}{2}\geq 0$$

ومنه $f$ مكبورة بالعدد $\frac{1}{2}$.

**تمرين17:** لتكن الدالتين العدديتين $f$ و $g$ المعرفتين على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=2x-1$ و $g(x)=x^2$

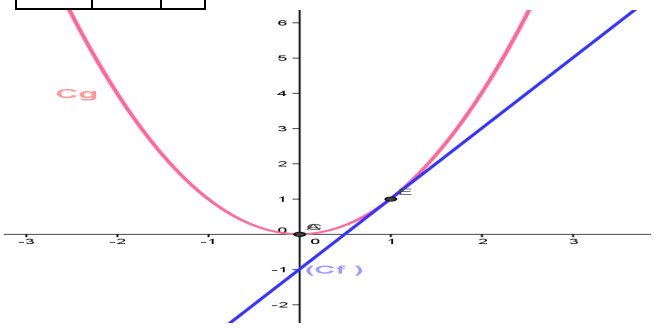
1. مثل الدالتين $f$ و $g$ في نفس المعلم
2. أدرس اشارة الفرق: $g(x)-f(x)$ وماذا تستنتج مبيانيا؟

**الأجوبة:1)**

| $x$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 9 | 4 | 1 | 0 | *1* | 4 | 9 |

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $f(x)$ | -1 | *1* |

$D_f=\mathbb{R}$ و $D_g=\mathbb{R}$ لأنهم دوال حدودية




2) $g(x)-f(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2\geq 0$ ومنه $g(x)\geq f(x)$

نقول أننا قمنا بمقارنة للدالتين $f$ و $g$ وجدنا أن : $g\geq f$

أستنتج مبيانيا أن منحنى الدالة $g$ يوجد فوق منحنى الدالة $f$ على $\mathbb{R}$

**تمرين18:** لتكن $f$ و $g$ الدالتين العدديتين المعرفتين كالتالي :

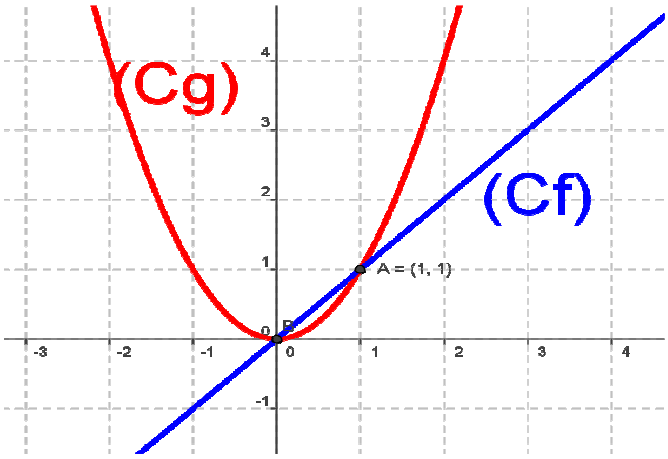
$f(x)=x$ و $g(x)=x^2$

1. حدد $D_f$ و $D_g$
2. أرسم في معلم متعامد ممنظم منحنى الدالتين $f$ و $g$
3. قارن $f$ و $g$

**الأجوبة:1)** $D_f=\mathbb{R}$ و $D_g=\mathbb{R}$ لأنهم دوال حدودية

| $x$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 9 | 4 | 1 | 0 | *1* | 4 | 9 |

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $f(x)$ | 1 | *1* |




2) $g(x)-f(x)=x^2-x=x(x-1)$

ندرس اشارة $x(x-1)$ : $x(x-1)=0$ يعني $x=0$ أو $x-1=0$

نرسم جدول الاشارة :

| $x$ | $-\infty$ | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-x$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

**الحالة 1:** اذاكانت $x\in]-\infty,0]\cup[1,+\infty[$ فان $g\geq f$ بالتالي منحنى الدالة $g$ يوجد فوق منحنى الدالة $f$ على $]-\infty,0]\cup[1,+\infty[$

**الحالة2:** اذاكانت $x\in[0,1]$ فان $f\geq g$ بالتالي منحنى الدالة $g$ يوجد تحت منحنى $f$ الدالة على $[0,1]$.

**تمرين19:** قارن الدالتين العدديتين $f$ و $g$ المعرفتين كالتالي :

$g(x)=4x-1$ و $f(x)=4x^2$

واعط تأويلا مبيانيا للنتيجة

**الجواب :** $D_f=\mathbb{R}$ و $D_g=\mathbb{R}$ لأنهم دوال حدودية

$f(x)-g(x)=4x^2-4x+1=(2x-1)^2\geq 0$

ومنه : $f\geq g$ بالتالي منحنى الدالة $f$ يوجد فوق منحنى الدالة $g$ على $\mathbb{R}$.

**تمرين20:** أدرس الوضع النسبي لمنحنى الدالة $f$ و منحنى الدالة $g$ حيث $f(x)=x+\frac{1}{x+1}$ و $g(x)=x$

**الجواب :** $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$ و $D_g=\mathbb{R}$

$f(x)-g(x)=x+\frac{1}{x+1}-x=\frac{1}{x+1}$

ندرس اشارة $x+1$ :

**الحالة 1:** اذاكانت $x>-1$ فان $f\geq g$ بالتالي منحنى الدالة $f$ يوجد فوق منحنى الدالة $g$ على $]-1;+\infty[$.

**الحالة2:** اذاكانت $x<-1$ فان $g\geq f$ بالتالي منحنى الدالة $f$ يوجد تحت منحنى الدالة $g$ على $]-\infty;-1[$.

**تمرين21:** نعتبر الدالتين $f$ و $g$ المعرفتين على $\mathbb{R}$ كالتالي :

$g(x)=-x^2+2x+2$ و $f(x)=x^2-3x+5$

أدرس الوضع النسبي لمنحنى الدالة $f$ و منحنى الدالة $g$



للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

**الجواب :** $D_f=\mathbb{R}$ و $D_g=\mathbb{R}$

$f(x)-g(x)=x^2-3x+5-\left(-x^2+2x+2\right)=2x^2-5x+3$

ندرس اشارة $2x^2-5x+3$ :

$a=2$ و $b=-5$ و $c=3$

$\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times2\times3=25-24=1>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان لهذه الحدودية جذرين هما:

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\dfrac{5+1}{2\times2}=\dfrac{6}{4}=\dfrac{3}{2}$ و $x_2=\dfrac{5-1}{2\times2}=\dfrac{4}{4}=1$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3/2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x2-5x+3$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**الحالة 1**:اذاكانت $x\geq3/2$ أو $x\leq1$ فان $f\geq g$ بالتالي منحنى الدالة $f$ يوجد فوق منحنى الدالة $g$ على $]-\infty,1]\cup\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right[$.

***الحالة2***:اذاكانت $1\leq x\leq\dfrac{3}{2}$ فان $g\geq f$ بالتالي منحنى الدالة $f$ يوجد تحت منحنى الدالة $g$ على $\left[1,\dfrac{3}{2}\right]$.

**تمرين22:** لتكن $f$ و $g$ الدالتين العدديتين المعرفتين كالتالي :

$f(x)=x+1$ و $g(x)=x^2$

حدد : $(g\circ f)(x)=g\left(f(x)\right)$ و $(f\circ g)(x)=f\left(g(x)\right)$ ماذا تلاحظ ؟

**الجواب:** $(g\circ f)(x)=g\left(f(x)\right)=g(x+1)=(x+1)^2=x^2+2x+1$

$(f\circ g)(x)=f\left(g(x)\right)=f\left(x^2\right)=x^2+1$

نلاحظ: $g\circ f\neq f\circ g$

**تمرين23:**لتكن $f$ و $g$ الدالتين العدديتين المعرفتين كالتالي :

$f(x)=-x+1$ و $g(x)=x^3-x$ حدد $(g\circ f)(x)$

**الجواب:** $(g\circ f)(x)=g\left(f(x)\right)=g(-x+1)=(-x+1)^3-(-x+1)$

$(g\circ f)(x)=(1-x)^3-(-x+1)=1^3-3\times1\times x+3\times1\times x^2-x^3+x-1$

$(g\circ f)(x)=1^3-3x+3x^2-x^3+x-1=-x^3+3x^2-2x$

**تمرين24:**لتكن $f$ و $g$ الدالتين العدديتين المعرفتين كالتالي :

$f(x)=x-1$ و $g(x)=\sqrt{x}$

حدد : $D_f$ و $D_g$ و $D_{g\circ f}$ ثم أحسب $(g\circ f)(x)$ $\forall x\in D_{g\circ f}$

**الجواب :** $D_f=\mathbb{R}$ و $D_g=\{x\in\mathbb{R}/x\geq0\}=[0,+\infty[$

$D_{g\circ f}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\in D_f\ \text{و}\ f(x)\in D_g\right\}$

$D_{g\circ f}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\in\mathbb{R}\ \text{و}\ f(x)\in[0,+\infty[\right\}$

$D_{g\circ f}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\in\mathbb{R}\ \text{و}\ x+1\in[0,+\infty[\right\}$

$D_{g\circ f}=\{x\in\mathbb{R}/x\geq-1\}\Leftrightarrow D_{g\circ f}=\{x\in\mathbb{R}/x+1\geq0\}$

$D_{g\circ f}=[-1;+\infty[$

$(g\circ f)(x)=g\left(f(x)\right)=g(x-1)=\sqrt{x-1}$

**تمرين25:**لتكن $f$ و $g$ الدالتين العدديتين المعرفتين كالتالي :

$f(x)=x-3$ و $g(x)=\sqrt{x+1}$

حدد : $D_f$ و $D_g$ و $D_{g\circ f}$ ثم أحسب $(g\circ f)(x)$ $\forall x\in D_{g\circ f}$

**الجواب :** $D_f=\mathbb{R}$

و $D_g=\{x\in\mathbb{R}/x+1\geq0\}=\{x\in\mathbb{R}/x\geq-1\}=[-1,+\infty[$

$D_{g\circ f}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\in D_f\ \text{و}\ f(x)\in D_g\right\}$

$D_{g\circ f}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\in\mathbb{R}\ \text{و}\ f(x)\in[1,+\infty[\right\}$

$D_{g\circ f}=\left\{x\in\mathbb{R}/x-3\in[-1,+\infty[\right\}$

$D_{g\circ f}=\{x\in\mathbb{R}/x\geq2\}\Leftrightarrow D_{g\circ f}=\{x\in\mathbb{R}/x-3\geq-1\}$

$D_{g\circ f}=[2;+\infty[$

$(g\circ f)(x)=g\left(f(x)\right)=g(x-3)=\sqrt{x-3+1}=\sqrt{x-2}$

**تمرين26:** لتكن $f$ و $g$ الدالتين العدديتين المعرفتين كالتالي :

$f(x)=4x-3$ و $g(x)=-3x+2$

أدرس رتابة $f$ و $g$

**أجوبة :** 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن : $x_1\in\mathbb{R}$ و $x_2\in\mathbb{R}$ بحيث $x_1<x_2$

اذن : $4x_1<4x_2$ اذن : $4x_1-3<4x_2-3$

اذن : $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة $f$ تزايدية على $\mathbb{R}$

2) $D_g=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن : $x_1\in\mathbb{R}$ و $x_2\in\mathbb{R}$ بحيث $x_1<x_2$

اذن : $-3x_1>-3x_2$ اذن : $-3x_1+2>-3x_2+2$ اذن :

$g(x_1)>g(x_2)$

ومنه الدالة $g$ تناقصية على $\mathbb{R}$

**تمرين27:**لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة كالتالي : $f(x)=2x^2$

1)حدد $D_f$

2) أدرس رتابة $f$ على كل من المجالين : $[0;+\infty[$ و $]-\infty;0]$

3)حدد جدول تغيرات

**أجوبة :** 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) دراسة رتابة الدالة $f$ على المجال $[0;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in[0;+\infty[$ و $x_2\in[0;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $x_1^2<x_2^2$ ومنه $2x_1^2<2x_2^2$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة $f$ تزايدية على $[0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة $f$ على المجال $]-\infty;0]$:

ليكن : $x_1\in]-\infty;0]$ و $x_2\in]-\infty;0]$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $x_1^2>x_2^2$ ومنه $2x_1^2>2x_2^2$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

ومنه الدالة $f$ تناقصية على $]-\infty;0]$

3)حدد جدول تغيرات الدالة $f$ .



للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

**« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.**
**c'est en s'entraînant**
**régulièrement aux calculs et**
**exercices que l'on devient un**
**mathématicien**

**تمرين28:** لتكن $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة كالتالي : $f(x)=\sqrt{x+2}$

1)حدد $D_f$ مجموعة تعريف الدالة $f$

2)أدرس رتابة الدالة $f$ على $D_f$ وحدد جدول تغيرات $f$

3)أنشئ التمثيل المبياني للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم .

**الجواب :1)** $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x+2\geq 0\}=\{x\in\mathbb{R}/x\geq -2\}=[-2,+\infty[$

2) ليكن : $x_1\in[-2;+\infty[$ و $x_2\in[-2;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

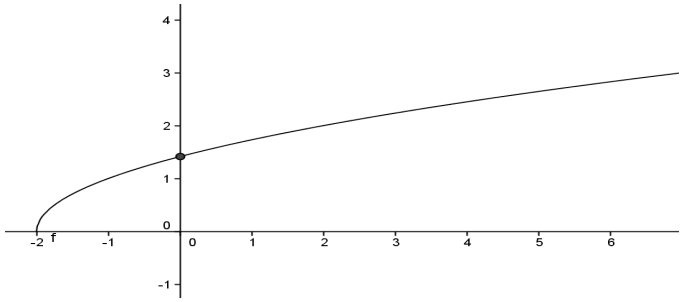
اذن: $x_1+2<x_2+2$ ومنه $\sqrt{x_1+2}<\sqrt{x_2+2}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة $f$ تزايدية على $[-2;+\infty[$

| $x$ | $-2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | $+\infty$ |

3)

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 2 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | 1 | $\sqrt{2}$ | 2 | 3 |



**تمرين29:** لتكن $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة كالتالي :

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^3$$

1)حدد $D_f$ مجموعة تعريف الدالة $f$

2)بين أن الدالة $f$ تناقصية قطعا على $D_f$ و حدد جدول تغيرات $f$

3)أنشئ التمثيل المبياني للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم .

**الجواب :1)** $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2)ليكن : $x_1\in\mathbb{R}$ و $x_2\in\mathbb{R}$ بحيث $x_1<x_2$

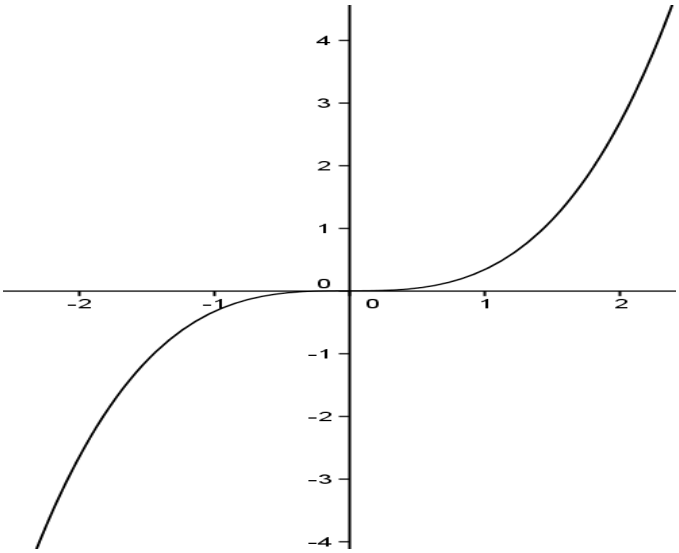
اذن: $x_1^3<x_2^3$ ومنه $\frac{1}{4}\times x_1^3<\frac{1}{4}\times x_2^3$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة $f$ تزايدية على $\mathbb{R}$

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f(x)$ | | |

3)

| $x$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 6.5 | -2 | -1/4 | 0 | 1/4 | 2 | 6.5 |





للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma