

سلسلة:عموميات حول الدوال

تمرين 1

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي حيث

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 - x}$$

1- حدد D_f

2- بين أن f مكبورة بالعدد $\frac{1}{2}$ على $] -\infty; 0[$

تمرين 2

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$f(x) = \frac{|x| + 1}{x^2 + 1}$$

1- بين أن f زوجية.

2- أ- بين أن f محدودة على $]1; +\infty[$

ب- بين أن f مصغورة بالعدد 1 على $[-1; 0]$

3- أدرس رتبة f على كل من $]-1 + \sqrt{2}; +\infty[$ و

\mathbb{R} ثم أعط جدول تغيرات f على \mathbb{R}

استنتج مطايف الدالة f .

تمرين 3

نعتبر f و g دالتين عدديتين لمتغير حقيقي حيث

$$f(x) = x^2 - 2x \quad ; \quad g(x) = \frac{-2x - 1}{-2x + 1}$$

1 - حدد مجموعة تعريف الدالة g

2 - أعط جدول تغيرات لكل دالة من الدالتين f و g

3- أ) حدد تقاطع C_f و محور الافاصل

ج) أنشئ المنحنيين C_f و C_g في نفس المعلم

المتعامد الممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

4- أ) بين أن

$$\forall x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad g(x) = f(x) \Leftrightarrow -2x^3 + 5x^2 + 1 = 0$$

ب) بين مبيانيا أن المعادلة $-2x^3 + 5x^2 + 1 = 0$

تقبل حلا وحيدا α حيث $\frac{5}{2} < \alpha < 3$

ج) حل مبيانيا المتراجحة $f(x) \geq g(x)$

د) حدد مبيانيا f على $]-1; 2[$

5- نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x حيث

$$h(x) = \frac{x - 2x\sqrt{x}}{x^2}$$

أ) تأكد أن $h(x) = f \circ t(x)$ $\forall x \in]0; +\infty[$ حيث

$$t(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

ب) بين أن t تناقصية على $]0; +\infty[$

ج) بين جبريا أن $t([1; +\infty[) =]0; 1[$

د) باستعمال مركب دالتين حدد رتبة h على $]1; +\infty[$

تمرين 4

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي

$$f(x) = \sqrt{x+2} \quad ; \quad g(x) = x^3 - 1$$

C_f و C_g المنحنيين الممثلين لـ f و g على

التوالي في مستوى منسوب إلى معلم م.م.

1- أعط جدول تغيرات كل من f و g

2- أنشئ C_f و C_g .

3- بين مبيانيا أن المعادلة $x^3 - \sqrt{x+2} - 1 = 0$ تقبل

حلا وحيدا α حيث $\frac{3}{2} < \alpha < 2$

تمرين 5

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي

$$f(x) = \frac{-3x+1}{2x+1} \quad ; \quad g(x) = -3x^2 - 2x + 1$$

1- تأكد أن $\frac{1}{3}$ حل للمعادلة $f(x) = g(x)$

2- أنشئ C_f و C_g .

3- أ- حدد مبيانيا

$$f\left(\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[\right) \quad ; \quad f\left(\left]-\frac{1}{2}; 1\right[\right)$$

$$g(\mathbb{R}^+) \quad ; \quad g(]-2; -1[) \quad ; \quad g\left(\left]-1; \frac{1}{3}\right[\right)$$

$$4- \text{ حدد جبريا } f\left(\left]-\frac{1}{2}; 1\right[\right) \quad ; \quad g\left(\left]-1; \frac{1}{3}\right[\right)$$

تمرين 6

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$f(x) = \sqrt{x-2}$$

بين مبيانيا أن $f([3; +\infty[) = [1; +\infty[$ ثم بين ذلك جبريا

تمرين 7

f الدالة العددية معرفة بجدول تغيراتها التالي

x	-2	0	1	5
f	-1	4	-5	3

حدد $f[-2; 0]$ و $f[1; 5]$ و $f[0; 5]$ و $f[-2; 1]$ و $f[-2; 5]$

سلسلة:عموميات حول الدوال

تمرين 8

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ

$$g(x) = x^2 + 1 ; f(x) = 3x - 1$$

- 1- حدد $f \circ g$; $g \circ f$
- 2- باستعمال تغيرات f و g حدد تغيرات $f \circ g$ و $g \circ f$

تمرين 7

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي

$$g(x) = \sqrt{x+1} ; f(x) = \frac{-x}{x+2}$$

- 1- حدد D_f و D_g ثم استنتج $D_{g \circ f}$
- 2- حدد تغيرات f و g ثم استنتج تغيرات $g \circ f$

تمرين 9

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^2$$

- 1- حدد D_f
- 2- أدرس تغيرات f على كل من المجالات $[1; +\infty[$ و $]-1; 1]$ (باستعمال مركبة دالتين)

تمرين 10

لتكن f دالة عددية معرفة على $]-\pi; \pi]$ بـ $f(x) = \cos x$

- 1- أعط جدول تغيرات f
- 2- نعتبر الدالة h المعرفة بـ $h(x) = 2\cos^2 x - 2\cos x$
- أ/ حدد دالة g حيث $h(x) = g \circ f(x)$
- ب/ أعط جدول تغيرات g
- ج/ حل المتراجحة $\cos x \geq \frac{1}{2}$ $x \in]-\pi; \pi]$

د/ باستعمال مركبة دالتين أدرس تغيرات الدالة h

تمرين 11

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي

$$g(x) = -x^2 + 2x + 2 ; f(x) = \sqrt{x+1}$$

- 1- ضع جدول تغيرات كل من f و g
- 2- أحسب $g \circ f(x)$ لكل x من $[-1; 3]$
- 3- أدرس تغيرات $g \circ f$ على $[-1; 3]$

تمرين 12

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بـ

$$g(x) = \frac{x-3}{x+3} ; f(x) = \sqrt{x-3}$$

- 1- حدد D_f ; D_g ثم حدد $D_{g \circ f}$
- 2- أنشئ C_f ; C_g في نفس المعلم المتعامد الممنظم

$$3- \text{أ- حل مبيانيا } g(x) < 0$$

$$\text{ب- حل مبيانيا } g(x) > f(x)$$

$$4- \text{نعتبر الدالة العددية } h \text{ المعرفة بـ } h(x) = \frac{\sqrt{x-3}-3}{\sqrt{x-3}+3}$$

- أ- بين أن h مكبورة بالعدد 1 و أن- قيمة دنيا مطلقة لـ h
- ب- استنتج تغيرات الدالة h .

تمرين 13

$$g(x) = 2x - 1 ; f(x) = 2x^2 + 3x + 1$$

$$h(x) = \frac{4x^2 - 4x - 1}{8x^2 - 8x + 1}$$

- 1- حدد $f \circ g$; $g \circ f$; $h \circ g$
- 2- حدد دالتين t و l حيث $h = t \circ g$ و $f = l \circ g$

تمرين 14

نعتبر f و g الدوال العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$g(x) = x^2 - x ; f(x) = x + 2 - \sqrt{x+2}$$

$$h(x) = \sqrt{x+2}$$

- 1- أ/ حدد D_f
- ب/ بين أن $f(x) \geq -\frac{1}{4}$ $\forall x \in D_f$

$$\text{ج/ حل المعادلة } f(x) = 2$$

$$2- \text{أ/ حدد تغيرات } h \text{ و أنشئ } C_h$$

$$\text{ب/ حدد مبيانيا } h([-2; 0]) \text{ و } h([2; +\infty[)$$

$$\text{ج/ أعط جدول تغيرات } g$$

$$\text{د/ تحقق أن } \forall x \in D_f \quad f(x) = g \circ h(x)$$

$$\text{استنتج رتبة } f \text{ على كل من } \left[-\frac{7}{4}; +\infty\right[\text{ و } \left[-2; -\frac{7}{4}\right]$$

تمرين 15

تصنع شركة منتوجا A اذا علمت أن كل وحدة من

- المنتوج A تباع بثمان 400 درهم و مصروف x وحدة من
- المنتوج A محددة بالعلاقة $C(x) = 0,02x^2 + 160x + 400$
- 1- حدد عدد الوحدات المصنوعة من المنتوج A لكي يكون الربح قصويا
- 2- ما قيمة هذا الربح

تمرين 16

اشترى شخص قطعة أرضية مستطيلة الشكل محيطها

$$200 \text{ متر بثمان إجمالي } P_T$$

حدد بعدي هذه القطعة لكي يكون ثمن المتر مربع دنويا.