

التمرين الأول: (9 نقط)

أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - x - 4}{\sqrt{x+5} + 2x} \quad \textcircled{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{x^3 - 5} \quad \textcircled{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^4 - 2x^3 + 1} - x \quad \textcircled{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{10 - 5x}{x^2 - 6x + 9} \quad \textcircled{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{5x^3 + x} - 1}{2x + 1} \quad \textcircled{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2x^2 - x + 1} + 3x \quad \textcircled{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 - x + 2} - 2x \quad \textcircled{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(5x)}{x \cdot \sin(3x)} \quad \textcircled{7}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\tan(x-2)}{x^2 - 4} \quad \textcircled{9}$$

التمرين الثاني: (5 نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ و $(\forall n \in \mathbb{N}): u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{2u_n + 5}$

(1) $(\forall n \in \mathbb{N}): u_n > -1$ بين أن: $\textcircled{1}$

(2) نضع: $v_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 1}$ $(\forall n \in \mathbb{N}):$ $\textcircled{2}$

(1.5) أ- بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{3}{4}$.

(0.5) ب- أحسب v_n بدلالة n .

(1) ج- استنتج u_n بدلالة n .

(1) د- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

التمرين الثالث: (6 نقط)

نضع: لكل x من $\mathbb{R}$: $A(x) = \sqrt{3}(4\cos^4 x + \sin^2 2x) - 2\sin 2x$

(1) $\textcircled{1}$ احسب: $A\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ و $A\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

(1) $\textcircled{2}$ أ- بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $4\cos^2 x - \sin^2 2x = 4\cos^4 x$.

(1) ب- استنتج أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $A(x) = 4\cos x(\sqrt{3}\cos x - \sin x)$.

(1) ج- بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $A(x) = 8\cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

(1) $\textcircled{3}$ أ- حل في المجال $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ المعادلة: $A(x) = 0$.

(1) ب- حل في المجال $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ المتراجحة: $A(x) > 0$.